叶兴阳Yeh

双语音标有声读物

叶兴阳

双音阅读英语教育创始人

双语音标阅读创始人

注音阅读英语教育之父

注音阅读英语教育之父

叶兴阳双语音标有声读物

双语对照 · 音标注音 · 有声同步

编者：*叶兴阳*

内容来源：*公共领域英文原著*

适用对象：*英语学习者、教师、研究者*

版本日期：*2025 年*

目录

共 3 个章节

1. 数学问题(mathematical Problems) 000001

2. 数学问题(mathematical Problems) 000002

3. 数学问题(mathematical Problems) 000003

使用说明

- 本目录为大字打印优化版本，正文字号 18pt，适合纸质阅读
- 电子版请访问对应 HTML 文件，支持语音播放功能
- 建议双面打印，左侧留白已优化，便于装订
- 章节标题已按字母顺序排列，便于快速查找

数学问题(Mathematical Problems)
第1/3页

['bʊlətɪn] [ɒv; əv][ðə; ði]
BULLETIN **OF** **THE**
公告 的 这

公告

[ə'merɪkən]
AMERICAN
美国人

美国人

[ˌmæθə'mætɪk(ə)l] [sə'saɪəti]
MATHEMATICAL **SOCIETY**
数学 社会

数学学会

[kənˌtɪnju'eɪʃ(ə)n] [ɒv; əv][ðə; ði] ['bʊlətɪn] [ɒv; əv][ðə; ði] [nju:] [jɔ:k]
CONTINUATION **OF** **THE** **BULLETIN** **OF** **THE** **NEW** **YORK**
续篇 的 这 公告 的 这 新的 约克

《纽约公报》续篇

[ˌmæθə'mætɪk(ə)l] [sə'saɪəti] .
MATHEMATICAL **SOCIETY** **.**
数学 社会 .

数学学会。

[ə; eɪ] [hɪ'stɒrɪk(ə)l] [ænd; ənd] ['krɪtɪk(ə)l] [rɪ'vju:]
A **HISTORICAL** **AND** **CRITICAL** **REVIEW**
一个 历史 和 批判的 审查

历史回顾与批判性评述

[ɒv; əv] [ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['saɪəns]
OF **MATHEMATICAL** **SCIENCE**
的 数学 科学

数学科学

['edɪtɪd] [baɪ][ef] . [en] . [kəʊl] , [ˌælɪg'zɑ:ndə(r); ˌælɪg'zændə(r)] - , [ef] . ['mɔ:rli] ,
EDITED **BY** **F** **.** **N** **.** **COLE** **,** **ALEXANDER** **ZIWET** **,** **F** **.** **MORLEY** **,**
编辑 经过 F . N . 油菜 , 亚历山大 - , F . 莫利 ,

由 FN COLE、ALEXANDER ZIWET、F. MORLEY 编辑

[i:] . [əʊ] . ['lʌvɪt] , [si:] . [el] . ['baʊtɒn] ,
E **.** **O** **.** **LOVETT** **,** **C** **.** **L** **.** **BOUTON** **,**
E . 哦 . 洛维特 , C . L . 纽扣 ,

EO LOVETT，CL BOUTON，

[di:] . [i:] . [smɪθ] .
D **.** **E** **.** **SMITH** **.**
D . E . 史密斯 .

德·史密斯。

[vɒl] .
VOL **.**
卷 .

卷

[eɪtθ] .
VIII **.**
八 .

第八章

[ɒk'təʊbə(r)] - [tuː; tə][dʒʊ'laɪ] - .
OCTOBER **1901** **TO** **JULY** **1902** **.**
十月 - 到 七月 - .

1901年10月至1902年7月。

['pʌblɪʃt] [fɔː(r); fə(r)][ðə; ði][sə'saɪəti]
published **for** **the** **society**
已发布 为了 这 社会

为该协会出版

[baɪ]
BY
经过

经过

[ðə; ði] [mək'mɪlən] ['kʌmpəni] ,
THE **MACMILLAN** **COMPANY** **,**
这 麦克米伦 公司 ,

麦克米伦公司

['læŋkəstə(r)] , [pɑː] . , [ænd; ənd] [njuː] [jɔːk] , - .
lancaster **,** **pa** **.** **,** **and** **new** **york** **,** **1902** **.**
兰开斯特 , 帕 . , 和 新的 约克 , - .

宾夕法尼亚州兰开斯特和纽约，1902 年。

[ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['prɔːbləmz]
MATHEMATICAL **PROBLEMS**
数学 问题

数学问题

['lektʃə(r)] [dɪ'lɪvəd] [bɪ'fɔː(r)] [ðə; ði] [ˌɪntə'næʃ(ə)nəl] ['kɒŋgres] [ɒv; əv] [ˌmæθəmə'tɪʃən] [æt; ət]
LECTURE **DELIVERED** **BEFORE** **THE** **INTERNATIONAL** **CONGRESS** **OF** **MATHEMATICIANS** **AT**
演讲 发表 前 这 国际的 国会 的 数学家 在
['pærɪs] [ɪn] - .
PARIS **IN** **1900** **.**
巴黎 在 - .

1900 年在巴黎举行的国际数学家大会上发表的演讲。

[baɪ] [prə'fesə(r)] ['deɪvɪd] ['hɪlbɜːrt] .
BY **PROFESSOR** **DAVID** **HILBERT** **.**
经过 教授 大卫 希尔伯特 .

作者：大卫·希尔伯特教授。

[[ˌpiː 'dʒiː][wʌn]]
[**Pg** **1** **]**
[页 1]

[第1页]

['kɒntents]
CONTENTS
内容

内容

['prɒbləm] PAGE1 .
PROBLEM **PAGE1** **.**
问题 PAGE1 .

问题页1。

['kæntərz] ['prɒbləm] [ɒv; əv][ðə; ði] ['kɑ:dɪn(ə)l] ['nʌmbə(r)] [ɒv; əv][ðə; ði] [kən'tɪnjuəm] . - .

CANTOR'S	PROBLEM	OF	THE	CARDINAL	NUMBER	OF	THE	CONTINUUM	.	102	.
坎托尔的	问题	的	这	红衣主教	数字	的	这	连续体	.	-	.

康托尔关于连续统基数的问题。102.

[ðə; ði] [kəm,pætə'bɪlətɪ] [ɒv; əv][ðə; ði] [,ærɪθ'metɪkl] ['æksɪəmz] . - .

THE	COMPATIBILITY	OF	THE	ARITHMETICAL	AXIOMS	.	113	.
这	兼容性	的	这	算术	公理	.	-	.

算术公理的兼容性。113.

[ðə; ði] [i'kwɒlətɪ] [ɒv; əv][ðə; ði] ['vɒlju:mz] [ɒv; əv] [tu:] [,tetrə'hi:drə] [ɒv; əv] ['i:kwəl] ['beɪsi:z][ænd; ənd]

THE	EQUALITY	OF	THE	VOLUMES	OF	TWO	TETRAHEDRA	OF	EQUAL	BASES	AND
这	平等	的	这	卷	的	二	四面体	的	平等的	基地	和

['i:kwəl] ['æltɪtju:dz] . - .

EQUAL	ALTITUDES	.	134	.
平等的	海拔	.	-	.

底面相等、高度相等的两个四面体的体积相等。134.

['prɒbləm] [ɒv; əv][ðə; ði] [streɪt] [laɪn]

PROBLEM	OF	THE	STRAIGHT	LINE
问题	的	这	直的	线

直线问题

[æz; əz][ðə; ði] [ʃɔ:tɪst] ['dɪstəns] [bɪ'twi:n] [tu:] [pɔɪnts] . - .

AS	THE	SHORTEST	DISTANCE	BETWEEN	TWO	POINTS	.	135	.
作为	这	最短	距离	之间	二	积分	.	-	.

两点之间的最短距离。135.

[laɪz] ['kɒnsept] [ɒv; əv][ə; eɪ] [kən'tɪnjuəs] [gru:p] [ɒv; əv] [tɹænsfɔ:m'eɪʃənz] [wɪ'ðaʊt] [ðə; ði]

LIE'S	CONCEPT	OF	A	CONTINUOUS	GROUP	OF	TRANSFORMATIONS	WITHOUT	THE
谎言	概念	的	一个	连续的	团体	的	转变	没有	这

[ə'sʌmpʃn] [ɒv; əv][ðə; ði] [,dɪfə,renʃɪə'bɪlɪtɪ] [ɒv; əv][ðə; ði] ['fʌnkʃ(ə)nz] [dɪ'faɪnɪŋ] [ðə; ði] [gru:p] .

ASSUMPTION	OF	THE	DIFFERENTIABILITY	OF	THE	FUNCTIONS	DEFINING	THE	GROUP	.
假设	的	这	可微性	的	这	函数	定义	这	团体	.

- .

156	.
-	.

李氏连续变换群的概念，无需假设定义该群的函数是可微的。156.

[,mæθə'mætɪk(ə)l] ['tri:tmənt] [ɒv; əv][ðə; ði]['æksɪəmz][ɒv; əv] ['fɪzɪks] . -

MATHEMATICAL	TREATMENT	OF	THE	AXIOMS	OF	PHYSICS	.	18
数学	治疗	的	这	公理	的	物理	.	-

物理学公理的数学处理.18

['sɛvən] . [ɪ,ræʃə'nælətɪ] [ænd; ənd] [træn'sendəns] [ɒv; əv] ['sɜ:t(ə)n] ['nʌmbəz] . - .

7	.	IRRATIONALITY	AND	TRANSCENDENCE	OF	CERTAIN	NUMBERS	.	198	.
7	.	非理性	和	超越	的	肯定	数字	.	-	.

7. 某些数的非理性和超越性.198.

['prɔ:bləmz] [ɒv; əv] [praɪm] ['nʌmbəz] . - .

PROBLEMS	OF	PRIME	NUMBERS	.	209	.
问题	的	主要的	数字	.	-	.

质数问题.209.

[pru:f] [ɒv; əv][ðə; ði][məʊst]['dʒen(ə)rəl] [lɔ:] [ɒv; əv] [,resɪ'prɒsətɪ] [ɪn] ['eni] ['nʌmbə(r)] [fi:ld] . - .

PROOF	OF	THE	MOST	GENERAL	LAW	OF	RECIPROCITY	IN	ANY	NUMBER	FIELD	.	2110	.
证明	的	这	最多	一般的	法律	的	互惠	在	任何	数字	场地	.	-	.

任意数域中最普遍的互惠律的证明.2110。

[dɪ,tɜ:mɪ'neɪʃ(ə)n] [ɒv; əv][ðə; ði] [sɒlvə'bɪlɪtɪ] [ɒv; əv][ə; eɪ] [,daɪə'fæntaɪn] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] . - .

DETERMINATION	OF	THE	SOLVABILITY	OF	A	DIOPHANTINE	EQUATION	.	2211	.
决心	的	这	可解性	的	一个	丢番图	方程	.	-	.

二番桐方程可溶性的测定.2211.

[kwɒ'drætɪk] [fɔ:mz] [wɪð] ['eni] [ˌældʒɪ'breɪɪk] [nju:'merɪk(ə)l] [kəʊɪ'fɪʃənts] . - .
QUADRATIC FORMS WITH ANY ALGEBRAIC NUMERICAL COEFFICIENTS . 2212 .
二次函数 表格 和 任何 代数 数值 系数 . - .

具有任意代数数值系数的二次型。2212。

[ɪk'stenʃ(ə)n] [ɒv; əv] - ['θɪərəm] [ɒn] [ə'bi:lɪən] ['fi:ldz] [tu:; tə] ['eni] [ˌældʒɪ'breɪɪk] [relm]
EXTENSION OF KRONECKER'S THEOREM ON ABELIAN FIELDS TO ANY ALGEBRAIC REALM
扩大 的 - 定理 在 阿贝尔 字段 到 任何 代数 领域
[ɒv; əv] [ˌræʃə'nælətɪ] . - .
OF RATIONALITY . 2213 .
的 理性 . - .

将克罗内克关于阿贝尔域的定理推广到任何有理代数域。2213.

[ɪmˌpɒsə'bɪlətɪ] [ɒv; əv][ðə; ði] [sə'lu:ʃ(ə)n] [ɒv; əv][ðə; ði]['dʒen(ə)rəl] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] [ɒv; əv][ðə; ði] 7TH [dɪ'gri:]
IMPOSSIBILITY OF THE SOLUTION OF THE GENERAL EQUATION OF THE 7TH DEGREE
不可能 的 这 解决方案 的 这 一般的 方程 的 这 7TH 程度
[baɪ] [mi:nz] [ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv] ['əʊnli] [tu:] ['ɑ:gjʊm(ə)nts] . - .
BY MEANS OF FUNCTIONS OF ONLY TWO ARGUMENTS . 2514 .
经过 方法 的 函数 的 仅有的 二 论点 . - .

用仅有两个自变量的函数无法求解七次一般方程。2514.

[pru:f] [ɒv; əv][ðə; ði] ['faɪnaɪtˌnəs] [ɒv; əv] ['sɜ:t(ə)n] [kəm'pli:t] ['sɪstəmz] [ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz] . - .
PROOF OF THE FINITENESS OF CERTAIN COMPLETE SYSTEMS OF FUNCTIONS . 2615 .
证明 的 这 有限性 的 肯定 完全的 系统 的 函数 . - .

某些完备函数系统的有限性证明.2615.

['rɪgərəs] [faʊn'deɪʃ(ə)n] [ɒv; əv] ['ʃu:bərz] [ɪ'nju:mərətɪv] ['kælkjələs] . - .
RIGOROUS FOUNDATION OF SCHUBERT'S ENUMERATIVE CALCULUS . 2816 .
严格的 基础 的 舒伯特的 枚举的 结石 . - .

舒伯特计数微积分的严格基础.2816。

['prɒbləm] [ɒv; əv][ðə; ði] [tə'pɒlədʒi] [ɒv; əv] [ˌældʒɪ'breɪɪk] [kɜ:rvz] [ænd; ənd] ['sɜ:rfɪs] . - .
PROBLEM OF THE TOPOLOGY OF ALGEBRAIC CURVES AND SURFACES . 2817 .
问题 的 这 拓扑 的 代数 曲线 和 表面 . - .

代数曲线和曲面的拓扑问题.2817.

[ɪk'spreʃ(ə)n] [ɒv; əv] ['defɪnət] [fɔ:mz] [baɪ] [sk'weəz] . - .
EXPRESSION OF DEFINITE FORMS BY SQUARES . 2918 .
表达 的 定 表格 经过 正方形 . - .

用平方表示确定形式.2918。

['bɪldɪŋ] [ʌp] [ɒv; əv] [speɪs] [frɒm; frəm] ['kɒŋgruənt] [ˌpɒlɪ'hi:drə] . - .
BUILDING UP OF SPACE FROM CONGRUENT POLYHEDRA . 3019 .
建筑 向上 的 空间 从 全等 多面体 . - .

从全等多面体构建空间.3019.

[ɑ:(r); ə(r)][ðə; ði] [sə'lʊʃən] [ɒv; əv] ['regjələ(r)] ['prɔ:bləmz] [ɪn] [ðə; ði] ['kælkjələs] [ɒv; əv] [ˌverɪ'eʃən]
ARE THE SOLUTIONS OF REGULAR PROBLEMS IN THE CALCULUS OF VARIATIONS
是 这 解决方案 的 常规的 问题 在 这 结石 的 变体
['ɔ:lweɪz] [ˌnesə'serəli] [ˌænə'lɪtɪk] ? - .
ALWAYS NECESSARILY ANALYTIC ? 3220 .
总是 一定 分析 ? - .

变分法中常规问题的解总是必然是解析的吗? 3220.

[ðə; ði]['dʒen(ə)rəl] ['prɒbləm] [ɒv; əv] ['baʊndri] ['vælju:z] . - .
THE GENERAL PROBLEM OF BOUNDARY VALUES . 3421 .
这 一般的 问题 的 边界 值 . - .

边界值的一般问题.3421.

[pruːf] [ɒv; əv][ðə; ði] [ɪgˈzɪstəns] [ɒv; əv] [ˈlɪnɪə(r)] [ˌdɪfəˈrenʃ(ə)l] [ɪˈkweɪʒnz] [ˈhævɪŋ] [ə; eɪ]
PROOF OF THE EXISTENCE OF LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS HAVING A
证明 的 这 存在 的 线性 微分 方程式 拥有 一个
[prɪˈskraɪbd] [mɒnɒdˈrəʊmɪk] [gruːp] . - .
PRESCRIBED MONODROMIC GROUP . 3422 .
规定 单向 团体 . - .

证明具有指定单值群的线性微分方程的存在性.3422.

- [ɒv; əv] [ˌænəˈlɪtɪk] [-] [baɪ] [miːnz] [ɒv; əv] [ˌɔːtəʊˈmɔːfɪk] [ˈfʌnkʃ(ə)nz] .
UNIFORMIZATIOM OF ANALYTIC RELATION'S BY MEANS OF AUTOMORPHIC FUNCTIONS .
- 的 分析 关系 经过 方法 的 自守 函数 .
- .
3523 .
- .

利用自守函数对解析关系进行统一化.3523.

[ˈfɜːðə(r)] [dɪˈveləpmənt] [ɒv; əv][ðə; ði] [ˈmeθədz] [ɒv; əv][ðə; ði] [ˈkælkjələs] [ɒv; əv] [ˌverɪˈeʃən] . -
FURTHER DEVELOPMENT OF THE METHODS OF THE CALCULUS OF VARIATIONS . 36
更远 发展 的 这 方法 的 这 结石 的 变体 . -

进一步发展变分法。36

[ˌmæθəˈmætɪk(ə)l] [ˈprɔːbləmz] [[wʌn]]
MATHEMATICAL PROBLEMS [1]
数学 问题 [1]

数学问题[1]

[huː] [ɒv; əv][juː ˈes] [wʊd] [nɒt][biː; bi][glæd][tuː; tə][lɪft][ðə; ði][veɪl][bɪˈhaɪnd] [wɪtʃ] [ðə; ði][ˈfjuːtʃə(r)][laɪz]
Who of us would not be glad to lift the veil behind which the future lies
WHO 的 我们 会 不是 是 高兴的 到 举起 这 面纱 在后面 哪个 这 未来 谎言
[ˈhɪd(ə)n] ;
hidden ;
隐 ;

谁不想揭开未来隐藏的面纱呢?

[tuː; tə][kɑːst][ə; eɪ] [glɑːns] [æt; ət][ðə; ði][nekst] [ədˈvɑːnsɪz] [ɒv; əv][ˈaʊə(r)] [ˈsaɪəns] [ænd; ənd][æt; ət][ðə; ði]
to cast a glance at the next advances of our science and at the
到 投掷 一个 瞥一眼 在 这 下一个 进展 的 我们的 科学 和 在 这
[ˈsiːkrəts][ɒv; əv][ɪts] [dɪˈveləpmənt] [ˈdjʊərɪŋ][ˈfjuːtʃə(r)] [ˈsentʃəriz] ?
secrets of its development during future centuries ?
秘密 的 它是 发展 期间 未来 几个世纪 ?

一窥我们科学的未来发展方向以及未来几个世纪的发展奥秘?

[wɒt] [pəˈtɪkjələ(r)][gəʊlz] [wɪl] [ðeə(r)][biː; bi] [təˈwɔːd] [wɪtʃ] [ðə; ði] [ˈliːdɪŋ] [ˌmæθəˈmætɪk(ə)l] [ˈspɪrɪt] [ɒv; əv]
What particular goals will there be toward which the leading mathematical spirits of
什么 特别的 目标 将要 那里 是 朝向 哪个 这 领导 数学 烈酒 的
[ˈkʌmɪŋ] [ˌdʒenəˈreɪʃnz] [wɪl] [straɪv] ?
coming generations will strive ?
未来 几代人 将要 努力 ?

未来几代杰出的数学家们将会朝着哪些具体目标努力?

[wɒt] [njuː] [ˈmeθədz] [ænd; ənd] [njuː] [fækts][ɪn][ðə; ði][waɪd][ænd; ənd] [rɪtʃ] [fiːld] [ɒv; əv][ˌmæθəˈmætɪk(ə)l]
What new methods and new facts in the wide and rich field of mathematical
什么 新的 方法 和 新的 事实 在 这 宽的 和 富有的 场地 的 数学
[θɔːt] [wɪl] [ðə; ði] [njuː] [ˈsentʃəriz] [dɪsˈkləʊz] ?
thought will the new centuries disclose ?
想法 将要 这 新的 几个世纪 透露 ?

在广阔而丰富的数学思想领域，新的几个世纪将会揭示哪些新的方法和新的事实?

[ˈhɪstri; ˈhɪstəri] [ˈtiːtʃɪz] [ðə; ði][ˌkɒntɪˈnjuːəti][ɒv; əv][ðə; ði] [dɪˈveləpmənt] [ɒv; əv] [ˈsaɪəns] .
History teaches the continuity of the development of science .
历史 教导 这 连续性 的 这 发展 的 科学 .

历史告诉我们科学发展的连续性。

[wiː; wi] [nəʊ] [ðæt] ['evri] [eɪdʒ][hæz; həz][ɪts] [əʊn] ['prɔːbləmz] ,

We	know	that	every	age	has	its	own	problems	,
我们	知道	那	每一个	年龄	有	它是	自己的	问题	,

我们知道每个时代都有其自身的问题，

[wɪtʃ] [ðə; ði] ['fɒləʊɪŋ] [eɪdʒ]['aɪðə(r)][sɔlv, sɔːlv][ɔː(r)][kɑːsts][ə'saɪd][æz; əz] ['prɒfɪtləs] [ænd; ənd] [rɪ'pleɪsɪz]

which	the	following	age	either	solves	or	casts	aside	as	profitless	and	replaces
哪个	这	下列的	年龄	任何一个	解决	或者	演员	旁边	作为	无利可图	和	替换

[baɪ] [njuː] [wʌnz] .

by	new	ones	.
经过	新的	一个	.

后世要么解决这些问题，要么认为这些问题无益而将其抛弃，并用新问题取而代之。

[ɪf] [wiː; wi] [wʊd] [əb'teɪn][æn; ən][aɪ'dɪə][ɒv; əv][ðə; ði]['prɒbəb(ə)l] [dɪ'veləpmənt] [ɒv; əv][ˌmæθə'mætɪk(ə)l]

If	we	would	obtain	an	idea	of	the	probable	development	of	mathematical
如果	我们	会	获得	一个	主意	的	这	可能	发展	的	数学

['nɒlɪdʒ] [ɪn][ðə; ði] [ɪ'miːdiət] ['fjuːtʃə(r)] ,

knowledge	in	the	immediate	future	,
知识	在	这	即时	未来	,

如果我们能够了解数学知识在不久的将来可能的发展方向，

[wiː; wi][mʌst; məst][let][ðə; ði] [ʌn'setld] ['kwestʃənz] [pɑːs] [bɪ'fɔː(r)]['aʊə(r)][maɪndz][ænd; ənd] [lʊk] ['əʊvə(r)]

we	must	let	the	unsettled	questions	pass	before	our	minds	and	look	over
我们	必须	让	这	不安的	问题	经过	前	我们的	思想	和	看	超过

[ðə; ði]['prɔːbləmz] [wɪtʃ] [ðə; ði] ['saɪəns] [ɒv; əv][tuː; tə] - [deɪ] [sets][ænd; ənd] [huːz] [sə'luːʃ(ə)n][wiː; wi]

the	problems	which	the	science	of	to	-	day	sets	and	whose	solution	we
这	问题	哪个	这	科学	的	到	-	天	套	和	谁	解决方案	我们

[ɪk'spekt][frɒm; frəm][ðə; ði]['fjuːtʃə(r)] .

expect	from	the	future	.
预计	从	这	未来	.

我们必须让那些悬而未决的问题从脑海中过去，仔细审视当今科学提出的问题，以及我们期望未来能够解决的问题。

[tuː; tə] [sʌtʃ] [ə; eɪ] [rɪ'vjuː] [ɒv; əv]['prɔːbləmz][ðə; ði]['prez(ə)nt][deɪ] , ['laɪɪŋ] [æt; ət][ðə; ði] ['miːtɪŋ] [ɒv; əv]

To	such	a	review	of	problems	the	present	day	,	lying	at	the	meeting	of
到	这样的	一个	审查	的	问题	这	展示	天	,	说谎	在	这	会议	的

[ðə; ði] ['sentʃəriz] ,

the	centuries	,
这	几个世纪	,

对当今问题的这种审视，正处于几个世纪的交汇点，

[siːm] [tuː; tə][ˌem 'iː] [wel] [ə'dæptɪd] .

seems	to	me	well	adapted	.
似乎	到	我	出色地	改编	.

我觉得他适应得很好。

[fɔː(r); fə(r)][ðə; ði][kləʊz][ɒv; əv][ə; eɪ] [greɪt] ['iːpɒk] [nɒt]['əʊnli][ɪn'vaɪts; 'ɪnvaɪts][ˌjuː 'es][tuː; tə] [lʊk] [bæk]

For	the	close	of	a	great	epoch	not	only	invites	us	to	look	back
为了	这	关闭	的	一个	伟大的	时代	不是	仅有的	邀请	我们	到	看	后退

['ɪntuː][ðə; ði][pɑːst][bʌt; bət]['ɔːlsəʊ][də'rekts; daɪ'rekts]['aʊə(r)] [θɔːts] [tuː; tə][ðə; ði] [ˌʌn'nəʊn] ['fjuːtʃə(r)] .

into	the	past	but	also	directs	our	thoughts	to	the	unknown	future	.
进入	这	过去的	但	还	导演	我们的	想法	到	这	未知	未来	.

一个伟大时代的结束不仅促使我们回顾过去，也引导我们思考未知的未来。

[[ˌpiː 'dʒiː][ˌtuː'tuː]]

[	Pg	2	]
[	页	2	]

[ðə; ði] [di:p] [sɪg'nɪfɪkəns] [ɒv; əv]['sɜ:t(ə)n]['prɔ:bləmz][fɔ:(r); fə(r)][ðə; ði] [əd'vɑ:ns] [ɒv; əv][ˌmæθə'mætɪk(ə)l]

The	deep	significance	of	certain	problems	for	the	advance	of	mathematical
这	深的	意义	的	肯定	问题	为了	这	进步	的	数学

['saɪəns] [ɪn]['dʒen(ə)rəl][ænd; ənd][ðə; ði][ɪm'pɔ:t(ə)nt][roʊl] [wɪtʃ] [ðeɪ] [pleɪ] [ɪn][ðə; ði] [wɜ:k] [ɒv; əv][ðə; ði]

science	in	general	and	the	important	rôle	which	they	play	in	the	work	of	the
科学	在	一般的	和	这	重要的	角色	哪个	他们	玩	在	这	工作	的	这

[ˌɪndɪ'vɪdʒuəl][ɪn'vestɪgeɪtə(r)][ɑ:(r); ə(r)][nɒt][tu:; tə][bi:; bi][dɪ'naɪd] .

individual	investigator	are	not	to	be	denied	.
个人	研究者	是	不是	到	是	否认	.

某些问题对于数学科学的整体进步具有深远的意义，并且在个别研究者的工作中发挥着重要的作用，这一点不容否认。

[æz; əz] [lɒŋ] [æz; əz][ə; eɪ] [brɑ:ntʃ] [ɒv; əv] ['saɪəns] ['ɒfəz] [æn; ən] [ə'bʌndəns] [ɒv; əv]['prɔ:bləmz] , [səʊ] [lɒŋ]

As	long	as	a	branch	of	science	offers	an	abundance	of	problems	,	so	long
作为	长的	作为	一个	分支	的	科学	优惠	一个	丰富	的	问题	，所以		长的

[ɪz][ˌaɪ 'ti:][ə'laɪv] ;

is	it	alive	;
是	它	活	;

只要一个科学分支能够提供大量的问题，它就一直存在；

[ə; eɪ] [læk] [ɒv; əv]['prɔ:bləmz] ['fɔ:ʃædəu] [ɪk'stɪŋkʃn] [ɔ:(r)][ðə; ði] [se'seɪʃn] [ɒv; əv] [ˌɪndɪ'pendənt]

a	lack	of	problems	foreshadows	extinction	or	the	cessation	of	independent
一个	缺少	的	问题	预兆	灭绝	或者	这	停止	的	独立的

[dɪ'veləpmənt] .

development	.
发展	.

缺乏问题预示着灭绝或独立发展的终止。

[dʒʌst][æz; əz] ['evri] ['hju:mən] [ˌʌndə'teɪkɪŋ] [pə'sju:z] ['sɜ:t(ə)n]['ɒbdʒɪkts] , [səʊ]['ɔ:lsəʊ][ˌmæθə'mætɪk(ə)l]

Just	as	every	human	undertaking	pursues	certain	objects	,	so	also	mathematical
只是	作为	每一个	人类	承诺	追寻	肯定	对象	，所以		还	数学

[rɪ'sɜ:tʃ] [rɪ'kwaɪəz] [ɪts] ['prɔ:bləmz] .

research	requires	its	problems	.
研究	需要	它是	问题	.

正如人类的任何事业都追求某些目标一样，数学研究也需要解决某些问题。

[ˌaɪ 'ti:][ɪz][baɪ][ðə; ði][sə'lu:ʃ(ə)n][ɒv; əv]['prɔ:bləmz] [ðæt] [ðə; ði][ɪn'vestɪgeɪtə(r)] [tests] [ðə; ði]['tempə(r)][ɒv; əv]

It	is	by	the	solution	of	problems	that	the	investigator	tests	the	temper	of
它	是	经过	这	解决方案	的	问题	那	这	研究者	测试	这	脾气	的

[hɪz; ɪz] [sti:l] ;

his	steel	;
他的	钢	;

调查者只有通过解决问题来检验自己的意志和决心；

[hi:; hi][faindz] [nju:] ['meθədz] [ænd; ənd] [nju:] ['autluks] , [ænd; ənd]['geɪnz][ə; eɪ]['waɪdə(r)][ænd; ənd]['fri:ər]

he	finds	new	methods	and	new	outlooks	,	and	gains	a	wider	and	freer
他	发现	新的	方法	和	新的	展望	，	和	收益	一个	更广泛	和	更自由

[hə'raɪz(ə)n] .

horizon	.
地平线	.

他找到了新的方法和新的视角，获得了更广阔、更自由的视野。

[ˌaɪ 'ti:][ɪz] ['dɪfɪkəlt] [ænd; ənd]['ɒf(ə)n][ɪm'pɒsəb(ə)l][tu:; tə][dʒʌdʒ][ðə; ði]['vælju:][ɒv; əv][ə; eɪ]['prɒbləm]

It	is	difficult	and	often	impossible	to	judge	the	value	of	a	problem
它	是	难的	和	经常	不可能的	到	法官	这	价值	的	一个	问题

[kə'rektli] [ɪn] [əd'vɑ:ns] ;

correctly	in	advance	;
正确	在	进步	;

事先正确判断一个问题的价值是困难的，而且往往是不可能的；

[fɔ:(r); fə(r)][ðə; ði]['faɪn(ə)l] [ə'wɔ:d] [dɪ'pendz] [ə'pɒn][ðə; ði][geɪn] [wɪtʃ] ['saɪəns] [əb'teɪnz][frɒm; frəm][ðə; ði]

for	the	final	award	depends	upon	the	gain	which	science	obtains	from	the
为了	这	最终的	奖	取决于	之上	这	获得	哪个	科学	获得	从	这

['prɒbləm] .

problem	.
问题	.

最终的奖项取决于科学从该问题中获得的收益。

[ˌnevəðə'les] [wi:; wi][kæn; kən][ɑ:sk] ['weðə(r)] [ðeə(r)][ɑ:(r); ə(r)]['dʒen(ə)rəl][kraɪ'tɪəriə] [wɪtʃ] [mɑ:k] [ə; eɪ]

Nevertheless	we	can	ask	whether	there	are	general	criteria	which	mark	a
尽管如此	我们	能	问	无论	那里	是	一般的	标准	哪个	标记	一个

[gʊd] [ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['prɒbləm] .

good	mathematical	problem	.
好的	数学	问题	.

然而，我们可以探讨是否存在一些通用的标准来评判一个好的数学问题。

[æn; ən][əʊld] [frentʃ] [ˌmæθəmə'tɪʃn] [sed] :

An	old	French	mathematician	said	:
一个	老的	法语	数学家	说	:

一位法国老数学家曾说过：

" [ə; eɪ][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['θɪəri] [ɪz][nɒt][tu:; tə][bi:; bi] [kən'sɪdəd] [kəm'pli:t] [ʌn'tɪl][ju:; jʊ][hæv; həv] [meɪd]

"	A	mathematical	theory	is	not	to	be	considered	complete	until	you	have	made
"	一个	数学	理论	是	不是	到	是	经过考虑的	完全的	直到	你	有	制成

[ˌaɪ 'ti:][səʊ][klɪə(r)] [ðæt] [ju:; jʊ][kæn; kən][ɪk'spleɪn][ˌaɪ 'ti:][tu:; tə][ðə; ði][fɜ:st][mæn] [hu:m] [ju:; jʊ] [mi:t] [ɒn]

it	so	clear	that	you	can	explain	it	to	the	first	man	whom	you	meet	on
它	所以	清除	那	你	能	解释	它	到	这	第一的	男人	谁	你	见面	在

[ðə; ði] [stri:t] .

the	street	.
这	街道	.

“只有当你能够把一个数学理论解释得如此清楚，以至于你可以把它解释给你在街上遇到的第一个人时，这个数学理论才算是完整的。”

" [ðɪs] ['klɪənəs] [ænd; ənd] [i:z] [ɒv; əv] [ˌkɒmprɪ'henʃ(ə)n] , [hɪə(r)] [ɪn'sɪstɪd] [ɒn][fɔ:(r); fə(r)][ə; eɪ]

"	This	clearness	and	ease	of	comprehension	,	here	insisted	on	for	a
"	这	清晰度	和	舒适	的	理解	,	这里	坚持	在	为了	一个

[ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['θɪəri] ,

mathematical	theory	,
数学	理论	,

“这种清晰易懂的特点，在这里被强调用于数学理论，

[aɪ][ʃʊd; ʃəd] [stɪl] [mɔ:(r)][dɪ'mɑ:nd][fɔ:(r); fə(r)][ə; eɪ][ˌmæθə'mætɪk(ə)l]['prɒbləm] [ɪf] [ˌaɪ 'ti:][ɪz][tu:; tə][bi:; bi]

I	should	still	more	demand	for	a	mathematical	problem	if	it	is	to	be
我	应该	仍然	更多的	要求	为了	一个	数学	问题	如果	它	是	到	是

['pɜ:fɪkt] ;

perfect	;
完美的	;

如果一个数学问题要达到完美，我应该提出更高的要求；

[fɔ:(r); fə(r)] [wɒt] [ɪz][klɪə(r)][ænd; ənd] ['i:zəli] [ˌkɔmpri'hend] [ə'trækt] , [ðə; ði] ['kɒmplɪkeɪtɪd] [rɪ'pel] [ˌju: 'es]

for	what	is	clear	and	easily	comprehended	attracts	,	the	complicated	repels	us
为了	什么	是	清除	和	容易地	理解	吸引	,	这	复杂的	排斥	我们

.

:
.

清晰易懂的事物更具吸引力，复杂的事物则令人反感。

[mɔːr'əʊvə(r)][ə; eɪ][ˌmæθə'mætɪk(ə)l]['prɒbləm][ʃʊd; ʃəd][biː; bi]['dɪfɪkəlt][ɪn]['ɔːdə(r)][tuː; tə][ɪn'taɪs][ˌjuː'es], [jet]

Moreover	a	mathematical	problem	should	be	difficult	in	order	to	entice	us	,	yet
而且	一个	数学	问题	应该	是	难的	在	命令	到	诱惑	我们	，	然而

[nɒt] [kəm'pliːtli] [ˌɪnæk'sesəb(ə)l],

not	completely	inaccessible	,
不是	完全地	无法进入	，

此外，一个好的数学问题应该具有挑战性，才能吸引我们，但又不能完全无法解决。

[lest][ˌaɪ 'tiː] [mɒk] [æt; ət]['aʊə(r)] ['efəts] .

lest	it	mock	at	our	efforts	.
免得	它	嘲笑	在	我们的	努力	.

免得它嘲笑我们的努力。

[ˌaɪ 'tiː][ʃʊd; ʃəd][biː; bi][tuː; tə][ˌjuː 'es][ə; eɪ] [gaɪd] [pəʊst][ɒn][ðə; ðɪ]['meɪzi][pɑːðz][tuː; tə]['hɪd(ə)n] [truːðz] ,

It	should	be	to	us	a	guide	post	on	the	mazy	paths	to	hidden	truths	,
它	应该	是	到	我们	一个	指导	邮政	在	这	迷宫	路径	到	隐	真相	，

它应该成为我们通往隐藏真相的迷宫道路上的指路明灯。

[ænd; ənd] ['ʌltɪmətli] [ə; eɪ][rɪ'maɪndə(r)][ɒv; əv]['aʊə(r)] ['pleʒə(r)] [ɪn][ðə; ðɪ] [sək'sesf(ə)l][sə'luːʃ(ə)n] .

and	ultimately	a	reminder	of	our	pleasure	in	the	successful	solution	.
和	最终	一个	提醒	的	我们的	乐趣	在	这	成功的	解决方案	.

最后，这也提醒我们，我们对解决方案的成功感到欣喜。

[ðə; ðɪ] [ˌmæθəmə'tɪʃən] [ɒv; əv][pɑːst] ['sentʃəriz] [wɜː(r); wə(r)] [ə'kʌstəmd] [tuː; tə] [dɪ'vəʊt] [ðəm'selvz]

The	mathematicians	of	past	centuries	were	accustomed	to	devote	themselves
这	数学家	的	过去的	几个世纪	是	习惯	到	奉献	他们自己

[tuː; tə][ðə; ðɪ][sə'luːʃ(ə)n][ɒv; əv] ['dɪfɪkəlt] [pə'tɪkjələ(r)]['prɔːbləmz] [wɪð] ['pæʃənət] [ziːl] .

to	the	solution	of	difficult	particular	problems	with	passionate	zeal	.
到	这	解决方案	的	难的	特别的	问题	和	热情的	热情	.

过去几个世纪的数学家们习惯于满怀热情地致力于解决棘手的特定问题。

[ðeɪ] [njuː] [ðə; ðɪ]['vælјuː][ɒv; əv] ['dɪfɪkəlt] ['prɔːbləmz] .

They	knew	the	value	of	difficult	problems	.
他们	知道	这	价值	的	难的	问题	.

他们深知难题的价值。

[aɪ][rɪ'maɪnd][juː; jʊ]['əʊnli][ɒv; əv][ðə; ðɪ] " ['prɒbləm][ɒv; əv][ðə; ðɪ][laɪn][ɒv; əv] ['kwɪkɪst] [dɪ'sent] ,

I	remind	you	only	of	the	"	problem	of	the	line	of	quickest	descent	,
我	提醒	你	仅有的	的	这	"	问题	的	这	线	的	最快	下降	，

我只是想提醒你们一下“最快下降路线的问题”，

" [prə'pəʊzd] [baɪ][dʒɒn] [beˈnʊli] .

"	proposed	by	John	Bernoulli	.
"	建议的	经过	约翰	伯努利	.

由约翰·伯努利提出。

[ɪk'spɪəriəns] ['tiːtʃɪz] , [ɪk'spleɪnz] [beˈnʊli] [ɪn][ðə; ðɪ]['pʌblɪk] [ə'naʊnsmənt] [ɒv; əv] [ðɪs] ['prɒbləm] ,

Experience	teaches	,	explains	Bernoulli	in	the	public	announcement	of	this	problem	,
经验	教导	,	解释	伯努利	在	这	民众	公告	的	这	问题	，

伯努利在公开宣布这个问题时解释说，经验告诉我们：

[ðæt] ['lɒfti] [maɪndz][ɑː(r); ə(r)][led][tuː; tə] [straɪv] [fɔː(r); fə(r)][ðə; ðɪ] [əd'vɑːns] [ɒv; əv] ['saɪəns] [baɪ] ['nʌθɪŋ]

that	lofty	minds	are	led	to	strive	for	the	advance	of	science	by	nothing
那	高远	思想	是	引领	到	努力	为了	这	进步	的	科学	经过	没有什么

[mɔː(r)][ðæn; ðən][baɪ] ['leɪɪŋ] [bɪ'fɔː(r)][ðem; ðəm] ['dɪfɪkəlt] [ænd; ənd][æt; ət][ðə; ðɪ] [seɪm] [taɪm]['juːsf(ə)l]

more	than	by	laying	before	them	difficult	and	at	the	same	time	useful
更多的	比	经过	躺下	前	他们	难的	和	在	这	相同的	时间	有用

['prɔːbləmz] ,

problems	,
问题	，

那些胸怀高远的人们之所以能够为科学的进步而努力奋斗，唯一的动力就是给他们提出既困难又有用的问题。

[ænd; ənd][hi:; hi] ['ðeəfɔ:(r)] [həʊps][tu:; tə] [ɜ:n] [ðə; ði] [θæŋks] [ɒv; əv][ðə; ði][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] [wɜ:ld] [baɪ]

and	he	therefore	hopes	to	earn	the	thanks	of	the	mathematical	world	by
和	他	所以	希望	到	赚	这	谢谢	的	这	数学	世界	经过

['fɒləʊɪŋ] [ðə; ði][ɪg'zɑ:mp(ə)l][ɒv; əv][men] [laɪk] [mɜ:r'sɛn] ,

following	the	example	of	men	like	Mersenne	,
下列的	这	例子	的	男人	喜欢	梅森	,

因此，他希望通过效仿梅森等人的榜样来赢得数学界的赞赏。

['pæskl] , ['fɜ:mæt] ,

Pascal	,	Fermat	,
帕斯卡尔	,	费马	,

帕斯卡、费马、

[vɪ'vi:əni][ænd; ənd]['ʌðə(r)z][ænd; ənd] ['leɪɪŋ] [bɪ'fɔ:(r)][ðə; ði] [dɪ'stɪŋgwɪʃt] ['æn(ə)lɪsts][ɒv; əv][hɪz; ɪz][taɪm]

Viviani	and	others	and	laying	before	the	distinguished	analysts	of	his	time
维维亚尼	和	其他的	和	躺下	前	这	杰出的	分析师	的	他的	时间

[ə; eɪ] ['prɒbləm] [baɪ] [wɪtʃ] ,

a	problem	by	which	,
一个	问题	经过	哪个	,

维维亚尼等人向当时杰出的分析家们提出了一个问题，即：

[æz; əz][ə; eɪ] ['tʌtʃstəʊn] , [ðeɪ] [meɪ] [test][ðə; ði]['vælju:][ɒv; əv][ðeə(r)] ['meθədz] [ænd; ənd] ['meʒə(r)]

as	a	touchstone	,	they	may	test	the	value	of	their	methods	and	measure
作为	一个	试金石	,	他们	可能	测试	这	价值	的	他们的	方法	和	措施

[ðeə(r)] [streŋθ] .

their	strength	.
他们的	力量	.

作为试金石，他们可以检验自己方法的价值，衡量自己的实力。

[ðə; ði]['kælkjələs][ɒv; əv] [ˌverɪ'eʃən] [əʊz] [ɪts]['ɒrɪdʒɪn][tu:; tə] [ðɪs] ['prɒbləm][ɒv; əv] [be'nʊli] [ænd; ənd]

The	calculus	of	variations	owes	its	origin	to	this	problem	of	Bernoulli	and
这	结石	的	变体	欠款	它是	起源	到	这	问题	的	伯努利	和

[tu:; tə]['sɪmələ(r)]['prɔ:bleɪmz] .

to	similar	problems	.
到	相似的	问题	.

变分法的起源要归功于伯努利问题及类似问题。

[[ˌpi: 'dʒi:][θri:]]

[	Pg	3	]
[	页	3	]

[第3页]

['fɜ:mæt][hæd; həd] [ə'sɜ:tɪd] , [æz; əz][ɪz] [wel] [nəʊn] , [ðæt] [ðə; ði] [ˌdaiə'fæntain] [ɪ'kweɪʒ(ə)n]

Fermat	had	asserted	,	as	is	well	known	,	that	the	diophantine	equation
费马	有	断言	,	作为	是	出色地	已知	,	那	这	丢番图	方程

众所周知，费马曾断言丢番图方程

( ) [ɪz][ʌn'sɒlvəb(ə)l] — [ɪk'sept] [ɪn]['sɜ:t(ə)n][self] - ['evɪdənt] [keɪsɪz] .

( )	is	unsolvable	—	except	in	certain	self	-	evident	cases	.
( )	是	无法解决	—	除了	在	肯定	自己	-	明显	案例	.

() 是无解的——除了某些显而易见的情况。

[ðə; ði] [ə'tempt] [tu:; tə] [pru:v] [ðɪs] [ɪmˌpɒsə'bɪlətɪ] ['ɒfəz] [ə; eɪ] ['straɪkɪŋ] [ɪg'zɑ:mp(ə)l] [ɒv; əv] [ðə; ði]

The	attempt	to	prove	this	impossibility	offers	a	striking	example	of	the
这	试图	到	证明	这	不可能	优惠	一个	引人注目	例子	的	这

[ɪn'spaɪərɪŋ] [ɪ'fekt] [wɪtʃ] [sʌtʃ] [ə; eɪ] ['veri] ['speʃ(ə)l] [ænd; ənd] [ə'pærəntli] [ˌʌnɪm'pɔ:t(ə)nt] ['prɒbləm] [meɪ]

inspiring	effect	which	such	a	very	special	and	apparently	unimportant	problem	may
鼓舞人心	影响	哪个	这样的	一个	非常	特别的	和	显然	不重要	问题	可能

[hæv; həv] [ə'pɒn] ['saɪəns] .

have	upon	science	.
有	之上	科学	.

试图证明这种不可能性的努力，生动地展现了这样一个非常特殊且看似无关紧要的问题，对科学可能产生的鼓舞人心的影响。

[fɔ:(r); fə(r)] ['kʊmər] , [in'sait] [baɪ] [fɜ:rmɑ:ts] ['prɒbləm] ,

For	Kummer	,	incited	by	Fermat's	problem	,
为了	库默	,	煽动	经过	费马氏方程	问题	,

库默尔受到费马问题的启发，

[wɒz; wəz] [led] [tu:; tə] [ðə; ði] [ˌɪntrə'dʌkʃn] [ɒv; əv] [aɪ'di:əl] ['nʌmbəz] [ænd; ənd] [tu:; tə] [ðə; ði] [dɪ'skʌvəri] [ɒv; əv]

was	led	to	the	introduction	of	ideal	numbers	and	to	the	discovery	of
曾是	引领	到	这	介绍	的	理想的	数字	和	到	这	发现	的

[ðə; ði] [lɔ:] [ɒv; əv] [ðə; ði] [ju'ni:k] [ˌdi:ˌkɒmpə'zɪʃn] [ɒv; əv] [ðə; ði] ['nʌmbəz] [ɒv; əv] [ə; eɪ] ['sɜ:kjələ(r)] [fi:ld]

the	law	of	the	unique	decomposition	of	the	numbers	of	a	circular	field
这	法律	的	这	独特的	分解	的	这	数字	的	一个	圆	场地

['ɪntu:] [aɪ'di:əl] [praɪm] ['fæktəz] — [ə; eɪ] [lɔ:] [wɪtʃ] [tu:; tə] - [deɪ] ,

into	ideal	prime	factors	—	a	law	which	to	-	day	,
进入	理想的	主要的	因素	—	一个	法律	哪个	到	-	天	,

由此引入了理想数的概念，并发现了圆形域中的数唯一分解为理想素因子的定律——这一定律在今天仍然适用。

[ɪn] [ɪts] [ˌdʒen(ə)rəlaɪ'zeɪʃ(ə)n] [tu:; tə] ['eni] [ˌældʒɪ'breɪɪk] [fi:ld] [baɪ] ['deɪdɪˌkaɪnd] [ænd; ənd] ['krʊʊnɛkər] ,

in	its	generalization	to	any	algebraic	field	by	Dedekind	and	Kronecker	,
在	它是	概括	到	任何	代数	场地	经过	戴德金	和	克罗内克	,

戴德金和克罗内克将其推广到任意代数域，

[stændz] [æt; ət] [ðə; ði] ['sentə(r)] [ɒv; əv] [ðə; ði] ['mɒd(ə)n] ['θɪəri] [ɒv; əv] ['nʌmbəz] [ænd; ənd] [hu:z]

stands	at	the	center	of	the	modern	theory	of	numbers	and	whose
站立	在	这	中心	的	这	现代的	理论	的	数字	和	谁

[sɪg'nɪfɪkəns] [ɪk'stendz; ek-] [fɑ:(r)] [bɪ'jɒnd] [ðə; ði] ['baʊndriz] [ɒv; əv] ['nʌmbə(r)] ['θɪəri] ['ɪntu:] [ðə; ði] [relm]

significance	extends	far	beyond	the	boundaries	of	number	theory	into	the	realm
意义	扩展	远的	超过	这	边界	的	数字	理论	进入	这	领域

[ɒv; əv] ['ældʒɪbrə] [ænd; ənd] [ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz] .

of	algebra	and	the	theory	of	functions	.
的	代数	和	这	理论	的	函数	.

它处于现代数论的核心，其意义远远超出数论的范畴，延伸到代数学和函数论领域。

[tu:; tə] [spi:k] [ɒv; əv] [ə; eɪ] ['veri] ['dɪfrənt] ['ri:dʒən] [ɒv; əv] [rɪ'sɜ:tʃ] ,

To	speak	of	a	very	different	region	of	research	,
到	说话	的	一个	非常	不同的	地区	的	研究	,

谈到另一个截然不同的研究领域，

[ai] [rɪ'maɪnd] [ju:; jʊ] [ɒv; əv] [ðə; ði] ['prɒbləm] [ɒv; əv] [θri:] ['bɒdɪz] .

I	remind	you	of	the	problem	of	three	bodies	.
我	提醒	你	的	这	问题	的	三	身体	.

我提醒你们一下三体问题。

[ðə; ði]['fruːtf(ə)l] ['meθədz] [ænd; ənd][ðə; ði][fɑː(r)] - ['riːtʃɪŋ] ['prɪnsəp(ə)lz] [wɪtʃ] [ˌpwɑːŋ'kɑːrˌeɪ][hæz; həz]

The	fruitful	methods	and	the	far	-	reaching	principles	which	Poincaré	has
这	卓有成效	方法	和	这	远的	-	到达	原则	哪个	庞加莱	有

[brɔːt] ['ɪntuː] [sə'lestiəl] [mə'kænɪks] [ænd; ənd] [wɪtʃ] [ɑː(r); ə(r)][tuː; tə] - [deɪ] ['rekəg'naɪzd] [ænd; ənd]

brought	into	celestial	mechanics	and	which	are	to	-	day	recognized	and
带来	进入	天体	机械学	和	哪个	是	到	-	天	认可	和

[ə'plaɪd] [ɪn] ['præktɪkl] [ə'strɒnəmi] [ɑː(r); ə(r)] [djuː] [tuː; tə][ðə; ði] ['sɜːkəmstəns] [ðæt] [hiː; hi] [ˌʌndə'tʊk]

applied	in	practical	astronomy	are	due	to	the	circumstance	that	he	undertook
应用	在	实际的	天文学	是	到期的	到	这	环境	那	他	承担

[tuː; tə] [triːt] [ə'njuː] [ðæt] ['dɪfɪkəlt] ['prɒbləm] [ænd; ənd][tuː; tə] [ə'prəʊtʃ] ['nɪərə(r)][ə; eɪ][sə'luːʃ(ə)n] .

to	treat	anew	that	difficult	problem	and	to	approach	nearer	a	solution	.
到	对待	重新	那	难的	问题	和	到	方法	更近	一个	解决方案	.

庞加莱为天体力学带来的富有成效的方法和影响深远的原理，如今已被公认为实用天文学的一部分并得到应用，这都归功于他着手重新研究这个难题，并努力寻求更接近解决方案的契机。

[ðə; ði] [tuː] [lɑːst] ['menʃ(ə)nd] ['prɔːbləmz] — [ðæt] [ɒv; əv] ['fɜːmæt] [ænd; ənd][ðə; ði] ['prɒbləm] [ɒv; əv][ðə; ði]

The	two	last	mentioned	problems	—	that	of	Fermat	and	the	problem	of	the
这	二	最后的	提及	问题	—	那	的	费马	和	这	问题	的	这

[θriː] ['bɒdɪz] — [siːm] [tuː; tə][juː 'es]['ɔːlməʊst][laɪk] ['ɒpəzɪt] [pəulz] — [ðə; ði]['fɔːmə(r)][ə; eɪ] [friː]

three	bodies	—	seem	to	us	almost	like	opposite	poles	—	the	former	a	free
三	身体	—	似乎	到	我们	几乎	喜欢	对面的	杆子	—	这	以前的	一个	自由的

[ɪn'venʃ(ə)n] [ɒv; əv][pjʊə(r)]['riːz(ə)n] ,

invention	of	pure	reason	,
发明	的	纯的	原因	,

最后提到的两个问题——费马问题和三体问题——在我们看来几乎是截然相反的两个极端——前者是纯粹理性自由创造出来的，

[bɪ'lɒŋɪŋ] [tuː; tə][ðə; ði]['riːdʒən][ɒv; əv]['æbstrækt]['nʌmbə(r)] ['θɪəri] ,

belonging	to	the	region	of	abstract	number	theory	,
属于	到	这	地区	的	抽象的	数字	理论	,

属于抽象数论领域，

[ðə; ði]['lætə(r)] [fɔːst] [ə'pɒn][ˌjuː 'es][baɪ] [ə'strɒnəmi] [ænd; ənd] ['nesəsəri] [tuː; tə][æn; ən] [ˌʌndə'stændɪŋ]

the	latter	forced	upon	us	by	astronomy	and	necessary	to	an	understanding
这	后者	强制	之上	我们	经过	天文学	和	必要的	到	一个	理解

[ɒv; əv][ðə; ði] ['sɪmplɪst] [ˌfʌndə'ment(ə)l] [fə'nɒmɪnə] [ɒv; əv]['neɪtʃə(r)] .

of	the	simplest	fundamental	phenomena	of	nature	.
的	这	最简单的	基本的	现象	的	自然	.

后者是天文学迫使我们去了解的，也是理解自然界最简单的基本现象所必需的。

[bʌt; bət][ˌaɪ 'tiː]['ɒf(ə)n] ['hæpənz] ['ɔːlsəʊ] [ðæt] [ðə; ði] [seɪm] ['speʃ(ə)l] ['prɒbləm] [faindz][ˌæplɪ'keɪʃ(ə)n][ɪn][ðə; ði]

But	it	often	happens	also	that	the	same	special	problem	finds	application	in	the
但	它	经常	发生	还	那	这	相同的	特别的	问题	发现	应用	在	这

[məʊst][ˌʌn'laɪk] ['brɑːntʃɪz] [ɒv; əv][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['nɒlɪdʒ] .

most	unlike	branches	of	mathematical	knowledge	.
最多	与此不同	分支	的	数学	知识	.

但同一个特殊问题也常常会在数学知识最不相关的领域中找到应用。

[səʊ] , [fɔː(r); fə(r)][ɪg'zɑːmp(ə)l] ,

So	,	for	example	,
所以	,	为了	例子	,

例如，

[ðə; ði]['prɒbləm][ɒv; əv][ðə; ði] [ʃɔːtɪst] [laɪn] [pleɪz] [ə; eɪ] [tʃiːf] [ænd; ənd] [hɪ'stɒrɪkli] [ɪm'pɔːt(ə)nt] [pɑːt] [ɪn]

the	problem	of	the	shortest	line	plays	a	chief	and	historically	important	part	in
这	问题	的	这	最短	线	演出	一个	首席	和	历史	重要的	部分	在

[ðə; ði][faʊn'deɪʃ(ə)nz][ɒv; əv] [dʒi'ɒmətri] ,

the	foundations	of	geometry	,
这	基础	的	几何学	,

最短线问题在几何学的基础发展中扮演着至关重要的角色，具有重要的历史意义。

[ɪn][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv] [kɜ:vd] [laɪnz][ænd; ənd] ['sɜ:rfɪs] , [ɪn] [mə'kænɪks] [ænd; ənd][ɪn][ðə; ði]['kælkjələs]
in 在 **the** 这 **theory** 理论 **of** 的 **curved** 弯曲 **lines** 线条 **and** 和 **surfaces** 表面 **,** , **in** 在 **mechanics** 机械学 **and** 和 **in** 在 **the** 这 **calculus** 结石
[ɒv; əv] [ˌverɪ'eʃən] .
of 的 **variations** 变体 **.** .

在曲线和曲面理论、力学和变分法中。

[ænd; ənd] [haʊ] [kən'vɪnsɪŋli] [hæz; həz][ef] . [klaɪn] , [ɪn][hɪz; ɪz] [wɜ:k] [ɒn][ðə; ði]['aɪkəsə'hedrən] ,
And 和 **how** 如何 **convincingly** 令人信服地 **has** 有 **F** F **.** . **Klein** 克莱因 **,** , **in** 在 **his** 他的 **work** 工作 **on** 在 **the** 这 **icosahedron** 二十面体 **,** ,

F. Klein 在其关于二十面体的研究中，是如何令人信服地证明这一点的呢?

['pɪktʃəd] [ðə; ði] [sɪg'nɪfɪkəns] [wɪtʃ] [ə'tætʃɪz] [tu:; tə][ðə; ði]['prɒbləm][ɒv; əv][ðə; ði]['regjələ(r)] [ˌpɒlɪ'hi:drə]
pictured 如图所示 **the** 这 **significance** 意义 **which** 哪个 **attaches** 附件 **to** 到 **the** 这 **problem** 问题 **of** 的 **the** 这 **regular** 常规的 **polyhedra** 多面体
[ɪn] [ˌelɪ'mentri] [dʒi'ɒmətri] ,
in 在 **elementary** 初级 **geometry** 几何学 **,** ,

描绘了正多面体问题在初等几何中的重要意义，

[ɪn] [gru:p] ['θɪəri] , [ɪn][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv] [ɪ'kweɪʒnz] [ænd; ənd][ɪn] [ðæt] [ɒv; əv]['lɪniə(r)] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l]
in 在 **group** 团体 **theory** 理论 **,** , **in** 在 **the** 这 **theory** 理论 **of** 的 **equations** 方程式 **and** 和 **in** 在 **that** 那 **of** 的 **linear** 线性 **differential** 微分
[ɪ'kweɪʒnz] .
equations 方程式 **.** .

在群论、方程理论和线性微分方程理论中。

[ɪn]['ɔ:də(r)][tu:; tə] [θrəʊ] [laɪt] [ɒn][ðə; ði] [ɪm'pɔ:t(ə)ns] [ɒv; əv]['sɜ:t(ə)n]['prɔ:bləmz] , [aɪ] [meɪ] ['ɔ:lsəʊ][rɪ'fɜ:(r)]
In 在 **order** 命令 **to** 到 **throw** 扔 **light** 光 **on** 在 **the** 这 **importance** 重要性 **of** 的 **certain** 肯定 **problems** 问题 **,** , **I** 我 **may** 可能 **also** 还 **refer** 参考
[tu:; tə] ['waɪərˌstrɑ:s] ,
to 到 **Weierstrass** 魏尔斯特拉斯 **,** ,

为了阐明某些问题的重要性，我可能还会提到魏尔斯特拉斯。

[hu:] [spəʊk] [ɒv; əv][ˌaɪ 'ti:][æz; əz][hɪz; ɪz] ['hæpi] ['fɔ:tʃu:n] [ðæt] [hi:; hi] [faʊnd] [æt; ət][ðə; ði] ['aʊtset] [ɒv; əv]
who WHO **spoke** 辐 **of** 的 **it** 它 **as** 作为 **his** 他的 **happy** 快乐的 **fortune** 财富 **that** 那 **he** 他 **found** 成立 **at** 在 **the** 这 **outset** 开端 **of** 的
[hɪz; ɪz][ˌsaɪən'tɪfɪk][kə'rɪə(r)][ə; eɪ] ['prɒbləm] [səʊ][ɪm'pɔ:t(ə)nt][æz; əz]['dʒeɪkoʊbiz] ['prɒbləm] [ɒv; əv] [ɪn'vɜ:ʃ(ə)n]
his 他的 **scientific** 科学 **career** 职业 **a** 一个 **problem** 问题 **so** 所以 **important** 重要的 **as** 作为 **Jacobi's** 雅各比的 **problem** 问题 **of** 的 **inversion** 倒置
[ɒn] [wɪtʃ] [tu:; tə] [wɜ:k] .
on 在 **which** 哪个 **to** 到 **work** 工作 **.** .

他认为，在科学生涯之初就遇到像雅可比反演问题这样重要的问题进行研究，是他的幸运之举。

[[ˌpi: 'dʒi:][fɔ:r]]
[[**Pg** 页 **4** 4 **]**]

[第4页]

['hævɪŋ] [naʊ] [ri'kɔ:l, 'ri:kɔ:l][tu:; tə][maɪnd][ðə; ði]['dʒen(ə)rəl] [ɪm'pɔ:t(ə)ns] [ɒv; əv]['prɔ:bləmz][ɪn]
Having 拥有 **now** 现在 **recalled** 召回 **to** 到 **mind** 头脑 **the** 这 **general** 一般的 **importance** 重要性 **of** 的 **problems** 问题 **in** 在
[ˌmæθə'mætɪks] ,
mathematics 数学 **,** ,

现在我回想起数学问题的普遍重要性，

[let] [ˌjuː 'es] [tɜːn] [tuː; tə] [ðə; ði] ['kwestʃən] [frɒm; frəm] [wɒt] ['sɔːsɪz] [ðɪs] ['saɪəns] [dɪ'raɪvz] [ɪts] ['prɔːbləmz] .

let	us	turn	to	the	question	from	what	sources	this	science	derives	its	problems	.
让	我们	转动	到	这	问题	从	什么	来源	这	科学	衍生	它是	问题	.

让我们来探讨一下这门科学的问题究竟源于何处。

['ʃʊəli; 'ʃɔːli] [ðə; ði] [fɜːst] [ænd; ənd] ['əʊldɪst] ['prɔːbləmz] [ɪn] ['evri] [brɑːntʃ] [ɒv; əv] [ˌmæθə'mætɪks] [sprɪŋ]

Surely	the	first	and	oldest	problems	in	every	branch	of	mathematics	spring
一定	这	第一的	和	最老	问题	在	每一个	分支	的	数学	春天

[frɒm; frəm] [ɪk'spɪəriənz] [ænd; ənd] [ɑː(r); ə(r)] [sə'dʒestid] [baɪ] [ðə; ði] [wɜːld] [ɒv; əv] [ɪk'stɜːn(ə)l] [fə'nɒmɪnə] .

from	experience	and	are	suggested	by	the	world	of	external	phenomena	.
从	经验	和	是	建议	经过	这	世界	的	外部的	现象	.

数学各个分支中最古老、最根本的问题，无疑都源于经验，并受到外部世界现象的启发。

['iːv(ə)n] [ðə; ði] [ruːlz] [ɒv; əv] [ˌkælkjuˈleɪʃ(ə)n] [wɪð] ['ɪntɪdʒəz] [mʌst; məst] [hæv; həv] [biːn] [dɪ'skʌvəd] [ɪn] [ðɪs]

Even	the	rules	of	calculation	with	integers	must	have	been	discovered	in	this
甚至	这	规则	的	计算	和	整数	必须	有	到过	发现	在	这

['fæʃ(ə)n] [ɪn] [ə; eɪ] ['ləʊə(r)] [steɪdʒ] [ɒv; əv] ['hjuːmən] [ˌsɪvəlaɪ'zeɪʃn] ,

fashion	in	a	lower	stage	of	human	civilization	,
时尚	在	一个	降低	阶段	的	人类	文明	,

甚至连整数运算规则也必然是在人类文明的较低阶段以这种方式被发现的。

[dʒʌst] [æz; əz] [ðə; ði] [tʃaɪld] [ɒv; əv] [tuː; tə] - [deɪ] [lɜːrnz] [ðə; ði] [ˌæplɪ'keɪʃ(ə)n] [ɒv; əv] [ðiːz] [lɔːz] [baɪ]

just	as	the	child	of	to	-	day	learns	the	application	of	these	laws	by
只是	作为	这	孩子	的	到	-	天	学习	这	应用	的	这些	法律	经过

[ɪm'pɪrɪk(ə)l] ['meθədz] .

empirical	methods	.
经验	方法	.

正如今天的孩子们通过经验方法学习这些规律的应用一样。

[ðə; ði] [seɪm] [ɪz] [truː] [ɒv; əv] [ðə; ði] [fɜːst] ['prɔːbləmz] [ɒv; əv] [dʒi'ɒmətri] , [ðə; ði] ['prɔːbləmz] [biˈkwiːð]

The	same	is	true	of	the	first	problems	of	geometry	,	the	problems	bequeathed
这	相同的	是	真的	的	这	第一的	问题	的	几何学	,	这	问题	遗赠

[ˌjuː 'es] [baɪ] [æn'tɪkwəti] ,

us	by	antiquity	,
我们	经过	古代	,

几何学的最初问题，即古代留给我们的那些问题，也是如此。

[sʌtʃ] [æz; əz] [ðə; ði] [ˌdjuːplɪ'keɪʃ(ə)n] [ɒv; əv] [ðə; ði] [kjuːb] , [ðə; ði] [skwer] [ɒv; əv] [ðə; ði] ['sɜːk(ə)l] ;

such as	the	duplication	of	the	cube	,	the	squaring	of	the	circle	;
这样的 作为	这	复制	的	这	立方体	,	这	平方	的	这	圆圈	;

例如，复制立方体，化圆为方；

['ɔːlsəʊ] [ðə; ði] ['əʊldɪst] ['prɔːbləmz] [ɪn] [ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv] [ðə; ði] [sə'luːʃ(ə)n] [ɒv; əv] [njuː'merɪk(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] ,

also	the	oldest	problems	in	the	theory	of	the	solution	of	numerical	equations	,
还	这	最老	问题	在	这	理论	的	这	解决方案	的	数值	方程式	,

也是数值方程求解理论中最古老的问题之一。

[ɪn] [ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv] [kɜːrvz] [ænd; ənd] [ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ænd; ənd] ['ɪntɪgrəl] ['kælkjələs] , [ɪn] [ðə; ði]

in	the	theory	of	curves	and	the	differential	and	integral	calculus	,	in	the
在	这	理论	的	曲线	和	这	微分	和	不可缺少的	结石	,	在	这

['kælkjələs] [ɒv; əv] [ˌverɪ'eʃən] ,

calculus	of	variations	,
结石	的	变体	,

在曲线理论、微积分和积分学中，在变分法中，

[ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv] ['fʊriər] ['sɪəriːz] [ænd; ənd] [ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv] [pə'tenʃ(ə)l] — [tuː; tə] [seɪ] ['nʌθɪŋ]

the	theory	of	Fourier	series	and	the	theory	of	potential	—	to	say	nothing
这	理论	的	傅里叶	系列	和	这	理论	的	潜在的	—	到	说	没有什么

[ɒv; əv] [ðə; ði] ['fɜːðə(r)] [ə'bʌndəns] [ɒv; əv] ['prɔːbləmz] ['prɒpəli] [bɪ'lɒŋɪŋ] [tuː; tə] [mə'kænɪks] ,

of	the	further	abundance	of	problems	properly	belonging	to	mechanics	,
的	这	更远	丰富	的	问题	适当地	属于	到	机械学	,

傅里叶级数理论和位势理论——更不用说其他大量属于力学范畴的问题了。

[ə'strɒnəmi] [ænd; ənd] ['fɪzɪks] .
astronomy **and** **physics** **.**
天文学 和 物理 .

天文学和物理学。

[bʌt; bət] , [ɪn][ðə; ði]['fɜːðə(r)] [dɪ'veləpmənt] [ɒv; əv][ə; eɪ] [brɑːntʃ] [ɒv; əv] [ˌmæθə'mætɪks] , [ðə; ði]['hjuːmən]
But **,** **in** **the** **further** **development** **of** **a** **branch** **of** **mathematics** **,** **the** **human**
但 , 在 这 更远 发展 的 一个 分支 的 数学 , 这 人类
[maɪnd] ,
mind **,**
头脑 ,

但是，在数学的一个分支——人类思维——的进一步发展中，

[ɪn'kʌrɪdʒd] [baɪ][ðə; ði] [sək'ses] [ɒv; əv][ɪts] [sə'lʊʃən] , [bɪ'kʌmz] ['kɒnʃəs] [ɒv; əv][ɪts] [ˌɪndɪ'pendəns] .
encouraged **by** **the** **success** **of** **its** **solutions** **,** **becomes** **conscious** **of** **its** **independence** **.**
鼓励 经过 这 成功 的 它是 解决方案 , 变成 有意识的 的 它是 独立 .

受到其解决方案成功带来的鼓舞，开始意识到自身的独立性。

[ˌaɪ 'tiː] [iˈvɔlvz] [frɒm; frəm][ɪt'self][ə'ləʊn] , ['ɒf(ə)n] [wɪ'ðaʊt] [ə'priːʃəb(ə)l] ['ɪnfluəns] [frɒm; frəm] [wɪ'ðaʊt] ,
It **evolves** **from** **itself** **alone** **,** **often** **without** **appreciable** **influence** **from** **without** **,**
它 演变 从 本身 独自的 , 经常 没有 值得赞赏 影响 从 没有 ,
[baɪ] [miːnz] [ɒv; əv]['lɒdʒɪk(ə)l][ˌkɒmbɪ'neɪʃ(ə)n] ,
by **means** **of** **logical** **combination** **,**
经过 方法 的 逻辑 组合 ,

它通常通过逻辑组合，在不受外界明显影响的情况下，自行演变而来。

[ˌdʒen(ə)rəlaɪ'zeɪʃ(ə)n] , [ˌspeʃəlaɪ'zeɪʃ(ə)n] , [baɪ] ['sepəreɪtɪŋ] [ænd; ənd] [kə'lektɪŋ] [aɪ'diəz][ɪn] ['fɔːtʃənət] [weɪz] ,
generalization **,** **specialization** **,** **by** **separating** **and** **collecting** **ideas** **in** **fortunate** **ways** **,**
概括 , 专业化 , 经过 分离 和 收集 想法 在 幸运 方式 ,
[njuː] [ænd; ənd]['fruːtf(ə)l]['prɔːbləmz] ,
new **and** **fruitful** **problems** **,**
新的 和 卓有成效 问题 ,

概括、专门化，通过巧妙地分离和收集思想，产生新的、富有成效的问题

[ænd; ənd] [ə'pɪəz] [ðen] [ɪt'self][æz; əz][ðə; ði]['riːəl]['kwestʃənə(r)] .
and **appears** **then** **itself** **as** **the** **real** **questioner** **.**
和 出现 然后 本身 作为 这 真实的 提问者 .

然后它就以提问者的身份出现了。

[ðʌs] [ə'rəʊz][ðə; ði]['prɒbləm][ɒv; əv][praɪm] ['nʌmbəz] [ænd; ənd][ðə; ði]['ʌðə(r)]['prɔːbləmz][ɒv; əv]['nʌmbə(r)]
Thus **arose** **the** **problem** **of** **prime** **numbers** **and** **the** **other** **problems** **of** **number**
因此 出现 这 问题 的 主要的 数字 和 这 其他 问题 的 数字
['θɪəri] ,
theory **,**
理论 ,

于是，素数问题以及数论中的其他问题就出现了。

- ['θɪəri] [ɒv; əv] [ɪ'kweɪʒnz] , [ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk] [ɪn'veriənts] , [ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv]
Galois's **theory** **of** **equations** **,** **the** **theory** **of** **algebraic** **invariants** **,** **the** **theory** **of**
- 理论 的 方程式 , 这 理论 的 代数 不变量 , 这 理论 的
[ə'biːlɪən][ænd; ənd] [ˌɔːtəʊ'mɔːfɪk] ['fʌnkʃ(ə)nz] ;
abelian **and** **automorphic** **functions** **;**
阿贝尔 和 自守 函数 ;

伽罗瓦方程理论、代数不变量理论、阿贝尔函数和自守函数理论；

[ɪn'diːd] ['ɔːlməʊst][ɔːl][ðə; ði][naɪsə] ['kwestʃənz] [ɒv; əv]['mɒd(ə)n] [ə'rɪθmətɪk] [ænd; ənd]['fʌŋkʃ(ə)n] ['θɪəri]
indeed **almost** **all** **the** **nicer** **questions** **of** **modern** **arithmetic** **and** **function** **theory**
的确 几乎 全部 这 更漂亮 问题 的 现代的 算术 和 功能 理论
[ə'raɪz][ɪn] [ðɪs] [wei] .
arise **in** **this** **way** **.**
出现 在 这 方式 .

事实上，现代算术和函数论中几乎所有比较有趣的问题都是这样产生的。

[ɪn][ðə; ði] ['miːntaɪm] , [waɪl] [ðə; ði] [kri'eɪtɪv] ['paʊə(r)][ɒv; əv][pjʊə(r)]['riːz(ə)n][ɪz][æt; ət] [wɜːk] ,

In	the	meantime	,	while	the	creative	power	of	pure	reason	is	at	work	,
在	这	与此同时	,	尽管	这	有创造力的	力量	的	纯的	原因	是	在	工作	,

与此同时，当纯粹理性的创造力发挥作用时，

[ðə; ði]['aʊtə(r)] [wɜːld] [ə'gen] ['kɒmz] ['ɪntuː] [pleɪ] , ['fɔːsɪz] [ə'pɒn][ˌjuː 'es] [njuː] ['kwestʃənz] [frɒm; frəm]

the	outer	world	again	comes	into	play	,	forces	upon	us	new	questions	from
这	外	世界	再次	来	进入	玩	,	力量	之上	我们	新的	问题	从

['æktʃuəl] [ɪk'spɪəriəns] ,

actual	experience	,
实际的	经验	,

外部世界再次发挥作用，迫使我们从实际经验中提出新的问题。

['əupənz][ʌp] [njuː] ['brɑːntʃɪz] [ɒv; əv] [ˌmæθə'mætɪks] ,

opens	up	new	branches	of	mathematics	,
打开	向上	新的	分支	的	数学	,

开辟了数学的新分支，

[ænd; ənd] [waɪl] [wiː; wi] [siːk] [tuː; tə] ['kɒŋkə(r)] [ðiːz] [njuː] ['fiːldz] [ɒv; əv] ['nɒlɪdʒ] [fɔː(r); fə(r)][ðə; ði]

and	while	we	seek	to	conquer	these	new	fields	of	knowledge	for	the
和	尽管	我们	寻找	到	征服	这些	新的	字段	的	知识	为了	这

[relm] [ɒv; əv][pjʊə(r)] [θɔːt] ,

realm	of	pure	thought	,
领域	的	纯的	想法	,

当我们努力征服这些纯粹思想领域的新知识时，

[wiː; wi]['ɒf(ə)n][faɪnd][ðə; ði] ['ɑːnsəz] [tuː; tə][əʊld] [ˌʌn'səʊlvd] ['prɔːbləmz][ænd; ənd] [ðʌs] [æt; ət][ðə; ði] [seɪm]

we	often	find	the	answers	to	old	unsolved	problems	and	thus	at	the	same
我们	经常	寻找	这	答案	到	老的	未解之谜	问题	和	因此	在	这	相同的

[taɪm] [əd'vɑːns] [məʊst] [sək'sesfəli] [ðə; ði][əʊld] ['θɪərɪz] .

time	advance	most	successfully	the	old	theories	.
时间	进步	最多	成功地	这	老的	理论	.

我们常常能找到过去未解之谜的答案，从而同时也能最成功地推进旧理论的发展。

[ænd; ənd][ˌaɪ 'tiː] [siːm] [tuː; tə][ˌem 'iː] [ðæt] [ðə; ði] ['njuːmərəs] [ænd; ənd] [sə'praɪzɪŋ] [ə'nælədʒiz][ænd; ənd]

And	it	seems	to	me	that	the	numerous	and	surprising	analogies	and
和	它	似乎	到	我	那	这	很多的	和	奇怪	类比	和

[ðæt] [ə'pærəntli] [ˌpriːə'reɪndʒd] ['hɑːməni] [wɪtʃ] [ðə; ði] [ˌmæθəmə'tɪʃn] [səʊ]['ɒf(ə)n] [pə'siːv] [ɪn][ðə; ði]

that	apparently	prearranged	harmony	which	the	mathematician	so	often	perceives	in	the
那	显然	预先安排	和谐	哪个	这	数学家	所以	经常	感知	在	这

['kwestʃənz] ,

questions	,
问题	,

在我看来，数学家经常在问题中察觉到的众多令人惊讶的类比和看似预先安排好的和谐，

['meθədz] [ænd; ənd][aɪ'diəz][ɒv; əv][ðə; ði] ['veəriəs] ['brɑːntʃɪz] [ɒv; əv][hɪz; ɪz] ['saɪəns] ,

methods	and	ideas	of	the	various	branches	of	his	science	,
方法	和	想法	的	这	各种各样的	分支	的	他的	科学	,

他各个科学分支的方法和思想，

[hæv; həv][ðeə(r)]['ɒrɪdʒɪn][ɪn] [ðɪs] ['evə(r)] - [rɪ'kɜːrɪŋ] ['ɪntəpleɪ] [bɪ'twiːn] [θɔːt] [ænd; ənd] [ɪk'spɪəriəns]

have	their	origin	in	this	ever	-	recurring	interplay	between	thought	and	experience
有	他们的	起源	在	这	曾经	-	再次发生的	相互作用	之间	想法	和	经验

.

:

.

它们的起源在于思想与经验之间这种不断反复的相互作用。

[ˌaɪ 'tiː] [rɪ'meɪnz] [tuː; tə] [dɪ'skʌs] ['briːfli] [wɒt] ['dʒen(ə)rəl] [rɪ'kwaɪərmənts] [meɪ] [biː; bi]['dʒʌstli][leɪd] [daʊn]

It	remains	to	discuss	briefly	what	general	requirements	may	be	justly	laid	down
它	遗迹	到	讨论	简要地	什么	一般的	要求	可能	是	公正地	铺设	向下

[fɔː(r); fə(r)][ðə; ði][sə'luːʃ(ə)n][ɒv; əv][ə; eɪ][ˌmæθə'mætɪk(ə)l]['prɒbləm] .

for	the	solution	of	a	mathematical	problem	.
为了	这	解决方案	的	一个	数学	问题	.

接下来需要简要讨论的是，对于解决数学问题，可以合理地提出哪些一般要求。

[ai][ʃʊd; ʃəd]

I	should
我	应该

我应该

[[ˌpiː 'dʒiː][faɪv]]

[	Pg	5	]
[	页	5	]

[第5页]

[seɪ] [fɜːst][ɒv; əv][ɔːl] , [ðɪs] :

say	first	of	all	,	this	:
说	第一的	的	全部	,	这	:

首先，请说：

[ðæt] [ˌaɪ 'tiː][ʃæl; ʃəl][biː; bi]['pɒsəb(ə)l][tuː; tə] [ɪ'stæblɪʃ] [ðə; ði] [kə'rektnəs] [ɒv; əv][ðə; ði][sə'luːʃ(ə)n][baɪ]

that	it	shall	be	possible	to	establish	the	correctness	of	the	solution	by
那	它	将	是	可能的	到	建立	这	正确性	的	这	解决方案	经过

[miːnz] [ɒv; əv][ə; eɪ]['faɪnaɪt]['nʌmbə(r)][ɒv; əv] [steps] [beɪst] [ə'pɒn][ə; eɪ]['faɪnaɪt]['nʌmbə(r)][ɒv; əv]

means	of	a	finite	number	of	steps	based	upon	a	finite	number	of
方法	的	一个	有限	数字	的	步骤	基于	之上	一个	有限	数字	的

[haɪ'pɒθɪsiːz] [wɪtʃ] [ɑː(r); ə(r)][ɪm'plaɪd][ɪn][ðə; ði] ['steɪtmənt] [ɒv; əv][ðə; ði]['prɒbləm] [ænd; ənd] [wɪtʃ]

hypotheses	which	are	implied	in	the	statement	of	the	problem	and	which
假设	哪个	是	暗示	在	这	陈述	的	这	问题	和	哪个

[mʌst; məst]['ɔːlweɪz][biː; bi][ɪg'zæktli] ['fɔːmjuleitid] .

must	always	be	exactly	formulated	.
必须	总是	是	确切地	配方	.

通过基于有限数量的假设的有限步骤，可以确定解决方案的正确性，这些假设隐含在问题陈述中，并且必须始终精确地表述。

[ðɪs] [rɪ'kwaɪəmənt] [ɒv; əv]['lɒdʒɪk(ə)l] [dɪ'dʌkʃn] [baɪ] [miːnz] [ɒv; əv][ə; eɪ]['faɪnaɪt]['nʌmbə(r)][ɒv; əv]

This	requirement	of	logical	deduction	by	means	of	a	finite	number	of
这	要求	的	逻辑	扣除	经过	方法	的	一个	有限	数字	的

['prəʊsesɪz] [ɪz] ['sɪmpli] [ðə; ði] [rɪ'kwaɪəmənt] [ɒv; əv]['rɪgə(r)][ɪn] ['riːzənɪŋ] .

processes	is	simply	the	requirement	of	rigor	in	reasoning	.
流程	是	简单地	这	要求	的	严格	在	推理	.

通过有限数量的步骤进行逻辑推理的要求，实际上就是推理严谨性的要求。

[ɪn'diːd] [ðə; ði] [rɪ'kwaɪəmənt] [ɒv; əv]['rɪgə(r)] , [wɪtʃ] [hæz; həz] [bɪ'kʌm] [prə'vɜːbiəl] [ɪn] [ˌmæθə'mætɪks] ,

Indeed	the	requirement	of	rigor	,	which	has	become	proverbial	in	mathematics	,
的确	这	要求	的	严格	,	哪个	有	变得	谚语	在	数学	,

事实上，严谨性的要求在数学领域已成为不言而喻的真理。

[ˌkɔːri'spɔnd] [tuː; tə][ə; eɪ][ˌjuːnɪ'vɜːs(ə)l] [ˌfɪlə'sɒfɪk(ə)l] [nə'sesəti] [ɒv; əv]['aʊə(r)] [ˌʌndə'stændɪŋ] ;

corresponds	to	a	universal	philosophical	necessity	of	our	understanding	;
对应	到	一个	普遍的	哲学	必要性	的	我们的	理解	;

[ænd; ənd] , [ɒn][ðə; ði]['ʌðə(r)][hænd] ,

and	,	on	the	other	hand	,
和	,	在	这	其他	手	,

这符合我们理解中普遍存在的哲学必然性；另一方面，

['əʊnli][baɪ]['sætɪsfaɪɪŋ] [ðɪs] [rɪ'kwaɪəmənt] [du:; də][ðə; ði] [θɔ:t] ['kɒntent][ænd; ənd][ðə; ði]

only	by	satisfying	this	requirement	do	the	thought	content	and	the
仅有的	经过	令人满意	这	要求	做	这	想法	内容	和	这

[sədʒ'ɛstɪvnəs] [ɒv; əv][ðə; ði]['prɒbləm] [ə'teɪn] [ðeə(r)] [fʊl] [ɪ'fekt] .

suggestiveness	of	the	problem	attain	their	full	effect	.
暗示性	的	这	问题	达到	他们的	满的	影响	.

只有满足这一要求，问题的思想内涵和启发性才能充分发挥作用。

[ə; eɪ] [nju:] ['prɒbləm] , [ɪ'speʃəli] [wen] [ˌaɪ 'ti:] ['kɒmz] [frɒm; frəm][ðə; ði] [wɜ:ld] [ɒv; əv]['aʊtə(r)]

A	new	problem	,	especially	when	it	comes	from	the	world	of	outer
一个	新的	问题	,	尤其	什么时候	它	来	从	这	世界	的	外

[ɪk'spɪəriəns] ,

experience	,
经验	,

一个新问题，尤其当它来自外部经验世界时，

[ɪz][laɪk][ə; eɪ] [jʌŋ] [twɪg] ,

is	like	a	young	twig	,
是	喜欢	一个	年轻的	枝条	,

就像一根嫩枝，

[wɪtʃ] [θraiv] [ænd; ənd] [beəz] [fru:t]['əʊnli] [wen] [ˌaɪ 'ti:][ɪz]['grɑ:ftɪd] ['keəfəli] [ænd; ənd][ɪn] [ə'kɔ:d(ə)ns]

which	thrives	and	bears	fruit	only	when	it	is	grafted	carefully	and	in	accordance
哪个	蓬勃发展	和	熊	水果	仅有的	什么时候	它	是	嫁接	小心	和	在	根据

[wɪð] [strɪkt] [ˌhɔ:tɪ'kʌltʃərəl] [ru:lz] [ə'pɒn][ðə; ði][əʊld][stem] ,

with	strict	horticultural	rules	upon	the	old	stem	,
和	严格的	园艺	规则	之上	这	老的	干	,

只有按照严格的园艺规则，精心嫁接到老枝上，它才能茁壮成长并结果。

[ðə; ði] [ɪ'stæblɪʃt] [ɐtʃ'i:vmənts] [ɒv; əv]['aʊə(r)][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['saɪəns] .

the	established	achievements	of	our	mathematical	science	.
这	已确立的	成就	的	我们的	数学	科学	.

我们数学科学已取得的成就。

[bɪ'saɪdz] [ˌaɪ 'ti:][ɪz][æn; ən]['erə(r)][tu:; tə] [bɪ'li:v] [ðæt] ['rɪgə(r)][ɪn][ðə; ði] [pru:f] [ɪz][ðə; ði] ['enəmi] [ɒv; əv]

Besides	it	is	an	error	to	believe	that	rigor	in	the	proof	is	the	enemy	of
除了	它	是	一个	错误	到	相信	那	严格	在	这	证明	是	这	敌人	的

[sɪm'plɪsəti] .

simplicity	.
简单	.

此外，认为证明的严谨性与简洁性相悖也是错误的。

[ɒn][ðə; ði] ['kɒntrəri] [wi:; wi][faɪnd][ˌaɪ 'ti:] [kən'fɜ:md] [baɪ] ['nju:mərəs] [ɪg'zæmpl] [ðæt] [ðə; ði] ['rɪgərəs]

On	the	contrary	we	find	it	confirmed	by	numerous	examples	that	the	rigorous
在	这	相反	我们	寻找	它	确认的	经过	很多的	示例	那	这	严格的

['meθəd] [ɪz][æt; ət][ðə; ði] [seɪm] [taɪm][ðə; ði] ['sɪmplə] [ænd; ənd][ðə; ði][mɔ:(r)] ['i:zəli] [ˌkɔmpri'hend] .

method	is	at	the	same	time	the	simpler	and	the	more	easily	comprehended	.
方法	是	在	这	相同的	时间	这	更简单	和	这	更多的	容易地	理解	.

相反，大量实例证实，严谨的方法同时也是更简单、更容易理解的方法。

[ðə; ði] ['veri] ['efət] [fɔ:(r); fə(r)]['rɪgə(r)] ['fɔ:sɪz] [ˌju: 'es][tu:; tə][faɪnd][aʊt] ['sɪmplə] ['meθədz] [ɒv; əv] [pru:f] .

The	very	effort	for	rigor	forces	us	to	find	out	simpler	methods	of	proof	.
这	非常	努力	为了	严格	力量	我们	到	寻找	出去	更简单	方法	的	证明	.

正是对严谨性的追求迫使我们去寻找更简单的证明方法。

[ˌaɪ 'ti:]['ɔ:lsəʊ] ['fri:kwəntli] [li:dz] [ðə; ði] [wei] [tu:; tə] ['meθədz] [wɪtʃ] [ɑ:(r); ə(r)][mɔ:(r)]['keɪpəb(ə)l][ɒv; əv]

It	also	frequently	leads	the	way	to	methods	which	are	more	capable	of
它	还	频繁地	线索	这	方式	到	方法	哪个	是	更多的	有能力的	的

[dɪ'veləpmənt] [ðæn; ðən][ðə; ði][əʊld] ['meθədz] [ɒv; əv] [les] ['rɪgə(r)] .

development	than	the	old	methods	of	less	rigor	.
发展	比	这	老的	方法	的	较少的	严格	.

它也常常引领人们走向比旧方法更有利于发展的方法，而旧方法的严谨性较低。

[ðʌs] [ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk] [kɜːrvz] [ɪk'spɪəriənst] [ə; eɪ][kən'sɪdərəb(ə)l] [ˌsɪmplɪfɪ'keɪʃn]

Thus	the	theory	of	algebraic	curves	experienced	a	considerable	simplification
因此	这	理论	的	代数	曲线	经验丰富的	一个	大量	简化

[ænd; ənd] [ə'teɪnd] ['greɪtə(r)]['juːnəti][baɪ] [miːnz] [ɒv; əv][ðə; ði][mɔː(r)] ['rɪgərəs] ['fʌŋkʃ(ə)n] - [ˌθɪə'retɪk(ə)l]

and	attained	greater	unity	by	means	of	the	more	rigorous	function	-	theoretical
和	已达到	更大的	统一	经过	方法	的	这	更多的	严格的	功能	-	理论

['meθədz] [ænd; ənd][ðə; ði] [kən'sɪstənt] [ˌɪntrə'dʌkʃn] [ɒv; əv] [ˌtrænsen'dentl] [dɪ'vaɪsɪz] .

methods	and	the	consistent	introduction	of	transcendental	devices	.
方法	和	这	持续的	介绍	的	超验的	设备	.

因此，通过更严格的函数论方法和超越工具的持续引入，代数曲线理论得到了相当大的简化，并达到了更大的统一性。

['fɜːðə(r)] ,

Further	,
更远	,

更远，

[ðə; ði] [pruːf] [ðæt] [ðə; ði]['paʊə(r)]['sɪəriːz] [pə'mɪts] [ðə; ði][ˌæplɪ'keɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði][fɔː(r)] [ˌelɪ'mentri]

the	proof	that	the	power	series	permits	the	application	of	the	four	elementary
这	证明	那	这	力量	系列	许可证	这	应用	的	这	四	初级

[ˌærɪθ'metɪkl] [ɑːpə'reɪʃnz] [æz; əz] [wel] [æz; əz][ðə; ði] [tɜːm] [baɪ] [tɜːm] [ˌdɪfəˌrenʃi'eɪʃn] [ænd; ənd]

arithmetical	operations	as	well	as	the	term	by	term	differentiation	and
算术	运营	作为	出色地	作为	这	学期	经过	学期	差异化	和

[ˌɪntɪ'greɪʃ(ə)n] ,

integration	,
一体化	,

证明幂级数允许应用四则运算以及逐项微分和积分。

[ænd; ənd][ðə; ði] [ˌrekəg'nɪʃn] [ɒv; əv][ðə; ði][juː'tɪləti][ɒv; əv][ðə; ði]['paʊə(r)]['sɪəriːz] [dɪ'pendɪŋ] [ə'pɒn] [ðɪs]

and	the	recognition	of	the	utility	of	the	power	series	depending	upon	this
和	这	认出	的	这	公用事业	的	这	力量	系列	取决于	之上	这

[pruːf] [kən'trɪbjuːtɪd] [mə'tɪəriəli] [tuː; tə][ðə; ði] [ˌsɪmplɪfɪ'keɪʃn] [ɒv; əv][ɔːl][ə'næləsɪs] ,

proof	contributed	materially	to	the	simplification	of	all	analysis	,
证明	贡献	重大	到	这	简化	的	全部	分析	,

认识到幂级数的实用性取决于这一证明，这极大地简化了所有分析。

[pə'tɪkjələli] [ɒv; əv][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv] [ɪˌlɪmɪ'neɪʃn] [ænd; ənd][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l]

particularly	of	the	theory	of	elimination	and	the	theory	of	differential
特别	的	这	理论	的	消除	和	这	理论	的	微分

[ɪ'kweɪʒnz] ,

equations	,
方程式	,

特别是消元法理论和微分方程理论，

[ænd; ənd]['ɔːlsəʊ][ɒv; əv][ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [pruːfs] [di'mɑːnd, -'mænd][ɪn] [ðəʊz] ['θɪərɪz] .

and	also	of	the	existence	proofs	demanded	in	those	theories	.
和	还	的	这	存在	证明	要求	在	那些	理论	.

以及这些理论中要求的存在性证明。

[bʌt; bət][ðə; ði][məʊst] ['straɪkɪŋ] [ɪg'zɑːmp(ə)l][fɔː(r); fə(r)][maɪ] ['steɪtmənt] [ɪz][ðə; ði]['kælkjələs][ɒv; əv]

But	the	most	striking	example	for	my	statement	is	the	calculus	of
但	这	最多	引人注目	例子	为了	我的	陈述	是	这	结石	的

[ˌverɪ'eʃən] .

variations	.
变体	.

但最能佐证我观点的例子是变分法。

[ðə; ði] ['tri:tmənt] [pv; əv][ðə; ði][fɜ:st][ænd; ənd]['sekənd] [ˌverɪ'eʃən] [pv; əv] ['defɪnət] ['ɪntɪgɹəlz] [rɪ'kwaɪəd]
The treatment of the first and second variations of definite integrals required
这 治疗 的 这 第一的 和 第二 变体 的 定 积分 必需的
[ɪn] [pɑ:t] [ɪk'stri:mli] ['kɒmplɪkeɪtɪd] [kˌælkjʊl'eɪʃənz] ,
in part extremely complicated calculations ,
在 部分 极其 复杂的 计算 ,

定积分的一阶和二阶变分的处理部分需要极其复杂的计算，

[ænd; ənd][ðə; ði] ['prəʊsesɪz] [ə'plaɪd] [baɪ][ðə; ði][əʊld] [ˌmæθəmə'tɪʃən] [hæd; həd][nɒt][ðə; ði] ['ni:dfl]
and the processes applied by the old mathematicians had not the needful
和 这 流程 应用 经过 这 老的 数学家 有 不是 这 需要
['rɪgə(r)] .
rigor .
严格 .

而古代数学家所采用的方法缺乏必要的严谨性。

['waɪərˌstrɑ:s] [ʃəʊd] [ˌju: 'es][ðə; ði] [wei] [tu:; tə][ə; eɪ] [nju:] [ænd; ənd][ʃʊə(r)][faʊn'deɪʃ(ə)n][pv; əv][ðə; ði]
Weierstrass showed us the way to a new and sure foundation of the
魏尔斯特拉斯 显示 我们 这 方式 到 一个 新的 和 当然 基础 的 这
['kælkjələs][pv; əv] [ˌverɪ'eʃən] .
calculus of variations .
结石 的 变体 .

魏尔斯特拉斯为我们指明了通往变分法新而可靠的基础的道路。

[baɪ][ðə; ði] [ɪg'zæmpl] [pv; əv][ðə; ði]['sɪmp(ə)l][ænd; ənd]['dʌb(ə)l] ['ɪntɪgrəl] [ai] [wɪl] [ʃəʊ] ['bri:fli] ,
By the examples of the simple and double integral I will show briefly ,
经过 这 示例 的 这 简单的 和 双倍的 不可缺少的 我 将要 展示 简要地 ,

我将通过简单积分和二重积分的例子简要说明：

[æt; ət][ðə; ði] [kləʊz] [pv; əv][maɪ]['lektʃə(r)] ,
at the close of my lecture ,
在 这 关闭 的 我的 演讲 ,

在我的演讲结束时，

[haʊ] [ðɪs] [wei] [li:dz] [æt; ət][wʌns][tu:; tə][ə; eɪ] [sə'praɪzɪŋ] [ˌsɪmplɪfɪ'keɪʃn] [pv; əv][ðə; ði]['kælkjələs][pv; əv]
how this way leads at once to a surprising simplification of the calculus of
如何 这 方式 线索 在 一次 到 一个 奇怪 简化 的 这 结石 的
[ˌverɪ'eʃən] .
variations .
变体 .

这种方法如何能立即带来变分法的惊人简化呢？

[fɔ:(r); fə(r)][ɪn]
For in
为了 在

在

[[ˌpi: 'dʒi:][sɪks]]
[Pg 6]
[页 6]

[第6页]

[ðə; ði][ˌdemən'streɪʃ(ə)n][pv; əv][ðə; ði] ['nesəsəri] [ænd; ənd] [sə'fɪʃ(ə)nt] [kraɪ'tɪəriə][fɔ:(r); fə(r)][ðə; ði]
the demonstration of the necessary and sufficient criteria for the
这 示范 的 这 必要的 和 充足的 标准 为了 这
[ə'kʌrəns] [pv; əv][ə; eɪ]['mæksɪməm][ænd; ənd] ['mɪnɪməm] ,
occurrence of a maximum and minimum ,
发生 的 一个 最大限度 和 最低限度 ,

证明最大值和最小值出现的必要和充分条件，

[ðə; ði][ˌkælkjuˈleɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði]['sekənd][ˌveəriˈeɪʃ(ə)n][ænd; ənd][ɪn][pɑːt] , [ɪnˈdiːd] ,

the	calculation	of	the	second	variation	and	in	part	,	indeed	,
这	计算	的	这	第二	变化	和	在	部分	,	的确	,

二阶变分的计算，以及部分计算，实际上，

[ðə; ði] ['wɪərɪsəm] ['riːzənɪŋ] [kə'nektɪd] [wɪð] [ðə; ði][fɜːst][ˌveəriˈeɪʃ(ə)n] [meɪ] [biː; bi] [kəm'pliːtli]

the	wearisome	reasoning	connected	with	the	first	variation	may	be	completely
这	令人厌倦的	推理	连接	和	这	第一的	变化	可能	是	完全地

[dɪ'spenst] [wɪð] — [tuː; tə][seɪ] ['nʌθɪŋ] [ɒv; əv][ðə; ði] [əd'vɑːns] [wɪtʃ] [ɪz] [ɪn'vɒlvd] [ɪn][ðə; ði][rɪ'muːv(ə)l]

dispensed	with	—	to	say	nothing	of	the	advance	which	is	involved	in	the	removal
分发	和	—	到	说	没有什么	的	这	进步	哪个	是	涉及	在	这	移动

[ɒv; əv][ðə; ði] [rɪ'strɪkʃ(ə)n] [tuː; tə] [ˌverɪ'eɪʃən] [fɔː(r); fə(r)] [wɪtʃ] [ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [kəʊɪ'fɪʃənts] [ɒv; əv]

of	the	restriction	to	variations	for	which	the	differential	coefficients	of
的	这	限制	到	变体	为了	哪个	这	微分	系数	的

[ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n] ['veəri] [bʌt; bət] ['slaɪtli] .

the	function	vary	but	slightly	.
这	功能	各不相同	但	轻微地	.

与第一变分相关的繁琐推理可以完全免除——更不用说取消对函数微分系数变化很小的变分的限制所带来的进步了。

[waɪl] [ɪn'sɪstɪŋ] [ɒn]['rɪgə(r)][ɪn][ðə; ði] [pruːf] [æz; əz][ə; eɪ] [rɪ'kwaɪəmənt] [fɔː(r); fə(r)][ə; eɪ] ['pɜːfɪkt] [sə'luːʃ(ə)n]

While	insisting	on	rigor	in	the	proof	as	a	requirement	for	a	perfect	solution
尽管	坚持	在	严格	在	这	证明	作为	一个	要求	为了	一个	完美的	解决方案

[ɒv; əv][ə; eɪ]['prɒbləm] ,

of	a	problem	,
的	一个	问题	,

在坚持证明的严谨性是完美解决问题的必要条件的同时，

[aɪ][ʃʊd; ʃəd][laɪk] , [ɒn][ðə; ði]['ʌðə(r)][hænd] , [tuː; tə] [ə'pəʊz] [ðə; ði][ə'pɪnjən] [ðæt]['əʊnli][ðə; ði]['kɒnsepts]

I	should	like	,	on	the	other	hand	,	to	oppose	the	opinion	that	only	the	concepts
我	应该	喜欢	,	在	这	其他	手	,	到	反对	这	观点	那	仅有的	这	概念

[ɒv; əv][ə'næləsɪs] ,

of	analysis	,
的	分析	,

另一方面，我反对这样一种观点，即只有分析的概念才有效。

[ɔː(r)]['iːv(ə)n] [ðəʊz] [ɒv; əv] [ə'rɪθmətɪk] [ə'ləʊn] , [ɑː(r); ə(r)][sə'septəb(ə)l][ɒv; əv][ə; eɪ] ['fʊli] ['rɪgərəs]

or	even	those	of	arithmetic	alone	,	are	susceptible	of	a	fully	rigorous
或者	甚至	那些	的	算术	独自的	,	是	易受影响的	的	一个	完全	严格的

['triːtmənt] .

treatment	.
治疗	.

甚至仅仅是算术题，都可以进行全面严格的处理。

[ðɪs] [ə'pɪnjən] , [ə'keɪʒnəli] [ˈædvəkeit, ˈædvəkət][baɪ]['emɪnənt] [men] , [aɪ][kən'sɪdə(r)] [ɪn'taɪəli]

This	opinion	,	occasionally	advocated	by	eminent	men	,	I	consider	entirely
这	观点	,	偶尔	倡导者	经过	杰出	男人	,	我	考虑	完全

[ɪ'rəʊniəs] .

erroneous	.
错误	.

这种观点虽然偶尔会被一些知名人士提出，但我认为完全错误。

[sʌtʃ] [ə; eɪ][wʌn] - ['saɪdɪd][ɪnˌtɜːprə'teɪʃ(ə)n] [ɒv; əv][ðə; ði] [rɪ'kwaɪəmənt] [ɒv; əv]['rɪgə(r)] [wʊd] [suːn] [liːd]

Such	a	one	-	sided	interpretation	of	the	requirement	of	rigor	would	soon	lead
这样的	一个	一	-	侧面	解释	的	这	要求	的	严格	会	很快	带领

[tuː; tə][ðə; ði] [ɪgˈnɔːrɪŋ] [ɒv; əv][ɔːl] ['kɒnsepts] [ə'raɪzɪŋ][frɒm; frəm] [dʒiˈɒmətri] ,

to	the	ignoring	of	all	concepts	arising	from	geometry	,
到	这	忽略	的	全部	概念	产生	从	几何学	,

对严谨性要求的这种片面解读很快就会导致对所有源于几何学的概念的忽视。

[mə'kænɪks] [ænd; ənd] ['fɪzɪks] , [tuː; tə][ə; eɪ] ['stɒpɪdʒ] [ɒv; əv][ðə; ði] [fləʊ] [ɒv; əv] [njuː] [mə'tɪəriəl]

mechanics	and	physics	,	to	a	stoppage	of	the	flow	of	new	material
机械学	和	物理	,	到	一个	停止	的	这	流动	的	新的	材料

[frɒm; frəm][ðə; ði][ˌaʊt'saɪd] [wɜːld] ,

from	the	outside	world	,
从	这	外部	世界	,

力学和物理学导致外部世界新物质流动停止。

[ænd; ənd]['faɪnəli] , [ɪn'diːd] , [æz; əz][ə; eɪ][lɑːst] ['kɒnsɪkwəns] ,

and	finally	,	indeed	,	as	a	last	consequence	,
和	最后	,	的确	,	作为	一个	最后的	结果	,

最后，也是最终的结果，

[tuː; tə][ðə; ði][rɪ'dʒekʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði][aɪ'diəz][ɒv; əv][ðə; ði][kən'tɪnjuəm][ænd; ənd][ɒv; əv][ðə; ði][ɪ'ræʃən(ə)l]

to	the	rejection	of	the	ideas	of	the	continuum	and	of	the	irrational
到	这	拒绝	的	这	想法	的	这	连续体	和	的	这	非理性

['nʌmbə(r)] .

number	.
数字	.

否定了连续统和无理数的概念。

[bʌt; bət] [wɒt] [æn; ən][ɪm'pɔːt(ə)nt] [nɜːv] , ['vaɪt(ə)l] [tuː; tə][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['saɪəns] ,

But	what	an	important	nerve	,	vital	to	mathematical	science	,
但	什么	一个	重要的	神经	,	必不可少的	到	数学	科学	,

但这是多么重要的一条神经，对数学科学至关重要啊！

[wʊd] [biː; bi][kʌt][baɪ][ðə; ði][ˌekstə'peɪʃ(ə)n][ɒv; əv] [dʒi'ɒmətri] [ænd; ənd][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['fɪzɪks] !

would	be	cut	by	the	extirpation	of	geometry	and	mathematical	physics	!
会	是	切	经过	这	根除	的	几何学	和	数学	物理	!

如果几何学和数学物理学被消灭，那将会是怎样一番景象！

[ɒn][ðə; ði] ['kɒntrəri] [ai] [θɪŋk] [ðæt] [weər'evə(r)] ,

On	the	contrary	I	think	that	wherever	,
在	这	相反	我	思考	那	无论	,

相反，我认为无论在哪里，

[frɒm; frəm][ðə; ði][saɪd][ɒv; əv][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv] ['nɒlɪdʒ] [ɔː(r)][ɪn] [dʒi'ɒmətri] ,

from	the	side	of	the	theory	of	knowledge	or	in	geometry	,
从	这	边	的	这	理论	的	知识	或者	在	几何学	,

从知识论或几何学的角度来看，

[ɔː(r)][frɒm; frəm][ðə; ði] ['θɪərɪz] [ɒv; əv]['nætʃ(ə)rəl][ɔː(r)] ['fɪzɪk(ə)l] ['saɪəns] , [ˌmæθə'mætɪk(ə)l][aɪ'diəz] [kʌm]

or	from	the	theories	of	natural	or	physical	science	,	mathematical	ideas	come
或者	从	这	理论	的	自然的	或者	身体的	科学	,	数学	想法	来

[ʌp] ,

up	,
向上	,

或者从自然科学或物理科学的理论中，可以引申出数学思想。

[ðə; ði]['prɒbləm][ə'raɪzɪz][fɔː(r); fə(r)][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['saɪəns] [tuː; tə] [ɪn'vestɪgeɪt] [ðə; ði]['prɪnsəp(ə)lz]

the	problem	arises	for	mathematical	science	to	investigate	the	principles
这	问题	出现	为了	数学	科学	到	调查	这	原则

[ˌʌndə'laɪɪŋ] [ðiːz] [aɪ'diəz][ænd; ənd][səʊ][tuː; tə] [ɪ'stæblɪʃ] [ðem; ðəm][ə'pɒn][ə; eɪ]['sɪmp(ə)l][ænd; ənd]

underlying	these	ideas	and	so	to	establish	them	upon	a	simple	and
潜在的	这些	想法	和	所以	到	建立	他们	之上	一个	简单的	和

[kəm'pliːt] ['sɪstəm] [ɒv; əv]['æksɪəmz] ,

complete	system	of	axioms	,
完全的	系统	的	公理	,

数学科学面临的问题是，如何探究这些思想背后的原理，从而建立一个简单而完整的公理体系来建立它们。

[ðæt] [ðə; ði] [ɪg'zæktnəs] [ɒv; əv] [ðə; ði] [nju:] [aɪ'diəz] [ænd; ənd] [ðeə(r)] [ə,plɪkə'bɪlətɪ] [tu:; tə] [dɪ'dʌkʃn] [ʃæl; ʃəl]

that	the	exactness	of	the	new	ideas	and	their	applicability	to	deduction	shall
那	这	精确	的	这	新的	想法	和	他们的	适用性	到	扣除	将

[bi:; bi] [ɪn] [nəʊ] [rɪ'spekt] [ɪn'fɪərɪə(r)] [tu:; tə] [ðəʊz] [ɒv; əv] [ðə; ði] [əʊld] [ˌærɪθ'metɪkl] ['kɒnsepts] .

be	in	no	respect	inferior	to	those	of	the	old	arithmetical	concepts	.
是	在	不	尊重	下	到	那些	的	这	老的	算术	概念	.

新思想的精确性及其在演绎推理中的适用性在任何方面都不得逊于旧算术概念。

[tu:; tə] [nju:] ['kɒnsepts] [ˌkɒrə'spɒnd] , [ˌnesə'serəli] , [nju:] [saɪnz] .

To	new	concepts	correspond	,	necessarily	,	new	signs	.
到	新的	概念	对应	,	一定	,	新的	标志	.

新概念必然对应新的符号。

[ði:z] [wi:; wi] [tʃu:z] [ɪn] [sʌtʃ] [ə; eɪ] [wei] [ðæt] [ðeɪ] [rɪ'maɪnd] [ju: 'es] [ɒv; əv] [ðə; ði] [fə'nɒmɪnə] [wɪtʃ]

These	we	choose	in	such	a	way	that	they	remind	us	of	the	phenomena	which
这些	我们	选择	在	这样的	一个	方式	那	他们	提醒	我们	的	这	现象	哪个

[wɜ:(r); wə(r)] [ðə; ði] [ə'keɪʒ(ə)n] [fɔ:(r); fə(r)] [ðə; ði] [fɔ:'meɪʃ(ə)n] [ɒv; əv] [ðə; ði] [nju:] ['kɒnsepts] .

were	the	occasion	for	the	formation	of	the	new	concepts	.
是	这	场合	为了	这	形成	的	这	新的	概念	.

我们选择这些事物，是为了让我们想起那些促成新概念形成的现象。

[səʊ] [ðə; ði] [dʒɪə'metrɪkl] ['fɪgəz] [ɑ:(r); ə(r)] [saɪnz] [ɔ:(r)] [nɪ'mɒnɪk] ['sɪmbəlz] [ɒv; əv] [speɪs] [ˌɪntju'ɪʃ(ə)n]

So	the	geometrical	figures	are	signs	or	mnemonic	symbols	of	space	intuition
所以	这	几何	数据	是	标志	或者	记忆法	符号	的	空间	直觉

[ænd; ənd] [ɑ:(r); ə(r)] [ju:st] [æz; əz] [sʌtʃ] [baɪ] [ɔ:l] [ˌmæθəmə'tɪʃən] .

and	are	used	as	such	by	all	mathematicians	.
和	是	用过的	作为	这样的	经过	全部	数学家	.

因此，几何图形是空间直觉的符号或助记符号，所有数学家都这样使用它们。

[hu:] [dʌz] [nɒt] ['ɔ:lweɪz] [ju:z] [ə'lɒŋ] [wɪð] [ðə; ði] ['dʌb(ə)l] [ˌɪnɪ'kwɒlətɪ] [ðə; ði] ['pɪktʃə(r)] [ɒv; əv] [θri:] [pɔɪnts]

Who	does	not	always	use	along	with	the	double	inequality	the	picture	of	three	points
WHO	做	不是	总是	使用	沿着	和	这	双倍的	不等式	这	图片	的	三	积分

['fɒləʊɪŋ] [wʌn] [ə'nʌðə(r)] [ɒn] [ə; eɪ] [streɪt] [laɪn] [æz; əz] [ðə; ði] [dʒɪə'metrɪkl] ['pɪktʃə(r)] [ɒv; əv] [ðə; ði] [aɪ'dɪə] "

following	one	another	on	a	straight	line	as	the	geometrical	picture	of	the	idea	"
下列的	一	其他	在	一个	直的	线	作为	这	几何	图片	的	这	主意	"

[bɪ'twi:n] " ?

between	"	?
之间	"	?

谁不会总是将三个点沿直线依次排列的图像作为"之间"概念的几何图像，并将其与双重不等式结合起来使用呢?

[hu:] [dʌz] [nɒt] [meɪk] [ju:z] [ɒv; əv] ['drɔ:ɪŋz] [ɒv; əv] ['segmənts; seg'ments] [ænd; ənd] [rek'tæŋgl] [ɪn'kləʊzd]

Who	does	not	make	use	of	drawings	of	segments	and	rectangles	enclosed
WHO	做	不是	制作	使用	的	图画	的	片段	和	矩形	内

[ɪn] [wʌn] [ə'nʌðə(r)] ,

in	one	another	,
在	一	其他	,

谁不用由相互嵌套的线段和矩形组成的图形呢?

[wen] [ˌaɪ 'ti:] [ɪz] [rɪ'kwaɪəd] [tu:; tə] [pru:v] [wɪð] ['pɜ:fɪkt] ['rɪgə(r)] [ə; eɪ] ['dɪfɪkəlt] ['θɪərəm] [ɒn] [ðə; ði]

when	it	is	required	to	prove	with	perfect	rigor	a	difficult	theorem	on	the
什么时候	它	是	必需的	到	证明	和	完美的	严格	一个	难的	定理	在	这

[ˌkɒntɪ'nju:ətɪ] [ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɔ:(r)] [ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ɒv; əv] [pɔɪnts] [ɒv; əv] [ˌkɒnden'seɪʃ(ə)n] ?

continuity	of	functions	or	the	existence	of	points	of	condensation	?
连续性	的	函数	或者	这	存在	的	积分	的	缩合	?

当需要严格证明关于函数连续性或凝聚点存在性的难题定理时，该怎么办?

[hu:] [kʊd; kəd] [dɪ'spens] [wɪð] [ðə; ði] ['fɪgə(r)] [ɒv; əv] [ðə; ði] ['traɪæŋg(ə)l] , [ðə; ði] ['sɜ:k(ə)l] [wɪð] [ɪts] ['sentə(r)] ,

Who	could	dispense	with	the	figure	of	the	triangle	,	the	circle	with	its	center	,
WHO	可以	分配	和	这	数字	的	这	三角形	,	这	圆圈	和	它是	中心	,

谁能舍弃三角形的图形，以及圆心为圆心的图形呢?

[ɔː(r)] [wɪð] [ðə; ði] [krɒs] [ɒv; əv] [θriː] [ˌpɜːpən'dɪkjələ(r)]['æksiːz] ?

or	with	the	cross	of	three	perpendicular	axes	?
或者	和	这	叉	的	三	垂直	轴	?

或者用三个互相垂直的轴的交叉点表示?

[ɔː(r)] [huː] [wʊd] [gɪv] [ʌp][ðə; ði] [ˌreprɪzen'teɪʃ(ə)n] [ɒv; əv][ðə; ði]

Or	who	would	give	up	the	representation	of	the
或者	WHO	会	给	向上	这	表示	的	这

或者谁会放弃代表权?

[[ˌpiː 'dʒiː]['sɛvən]]

[	Pg	7	]
[	页	7	]

[第7页]

['vektə(r)] [fiːld] ,

vector	field	,
向量	场地	,

向量场

[ɔː(r)][ðə; ði]['pɪktʃə(r)][ɒv; əv][ə; eɪ]['fæməli][ɒv; əv] [kɑːrvz] [ɔː(r)] ['sɜːrfɪs] [wɪð] [ɪts] ['envələʊp] [wɪtʃ] [pleɪz]

or	the	picture	of	a	family	of	carves	or	surfaces	with	its	envelope	which	plays
或者	这	图片	的	一个	家庭	的	雕刻	或者	表面	和	它是	信封	哪个	演出

[səʊ][ɪm'pɔːt(ə)nt][ə; eɪ] [pɑːt] [ɪn] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [dʒi'ɒmətri] ,

so	important	a	part	in	differential	geometry	,
所以	重要的	一个	部分	在	微分	几何学	,

或者，也可以看作是一组雕刻或曲面及其包络的图像，它在微分几何中起着至关重要的作用。

[ɪn][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] ,

in	the	theory	of	differential	equations	,
在	这	理论	的	微分	方程式	,

在微分方程理论中，

[ɪn][ðə; ði][faʊn'deɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði]['kælkjələs][ɒv; əv] [ˌverɪ'eʃən] [ænd; ənd][ɪn]['ʌðə(r)] ['pjʊəli]

in	the	foundation	of	the	calculus	of	variations	and	in	other	purely
在	这	基础	的	这	结石	的	变体	和	在	其他	纯粹

[ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['saɪəns] ?

mathematical	sciences	?
数学	科学	?

在变分法的基础以及其他纯数学科学中?

[ðə; ði] [ˌærɪθ'metɪkl] ['sɪmbəlz] [ɑː(r); ə(r)] ['rɪt(ə)n] ['daɪəˌgræm][ænd; ənd][ðə; ði] [dʒɪə'metrɪkl] ['fɪgəz]

The	arithmetical	symbols	are	written	diagrams	and	the	geometrical	figures
这	算术	符号	是	书面	图表	和	这	几何	数据

[ɑː(r); ə(r)] ['græfɪk] [fˈɔːmjʊləz] ;

are	graphic	formulas	;
是	形象的	公式	;

算术符号是书写的图表，几何图形是图形公式;

[ænd; ənd][nəʊ] [ˌmæθəmə'tɪʃn] [kʊd; kəd][speə(r)] [ðiːz] ['græfɪk] [fˈɔːmjʊləz] ,

and	no	mathematician	could	spare	these	graphic	formulas	,
和	不	数学家	可以	空闲的	这些	形象的	公式	,

没有哪个数学家会放过这些图形公式。

['eni] [mɔː(r)][ðæn; ðən][ɪn][ˌkælkjuˈleɪʃ(ə)n][ðə; ði] [ɪn'sɜːʃn] [ænd; ənd][rɪ'muːv(ə)l][ɒv; əv] [pə'renθəsiːz] [ɔː(r)]

any	more	than	in	calculation	the	insertion	and	removal	of	parentheses	or
任何	更多的	比	在	计算	这	插入	和	移动	的	括号	或者

[ðə; ði][juːz][ɒv; əv]['ʌðə(r)][ˌænə'lɪtɪk(ə)l][saɪnz] .

the	use	of	other	analytical	signs	.
这	使用	的	其他	分析	标志	.

就像在计算中插入和删除括号或使用其他分析符号一样。

[ðə; ði][juːz][ɒv; əv] [dʒɪə'metrɪkl] [saɪnz][æz; əz][ə; eɪ] [miːnz] [ɒv; əv][strɪkt] [pruːf] [ˌpriːsə'pəuz] [ðə; ði]

The	use	of	geometrical	signs	as	a	means	of	strict	proof	presupposes	the
这	使用	的	几何	标志	作为	一个	方法	的	严格的	证明	预设	这

[ɪg'zækt] ['nɒlɪdʒ] [ænd; ənd] [kəm'pliːt] ['mɑːstəri] [ɒv; əv][ðə; ði]['æksɪəmz] [wɪtʃ] [ˌʌndə'laɪ] [ðəʊz]

exact	knowledge	and	complete	mastery	of	the	axioms	which	underlie	those
精确的	知识	和	完全的	精通	的	这	公理	哪个	底层	那些

['fɪgəz] ;

figures	;
数据	;

使用几何符号作为严格证明的手段，前提是必须精确了解并完全掌握构成这些图形的公理；

[ænd; ənd][ɪn]['ɔːdə(r)] [ðæt] [ðiːz] [dʒɪə'metrɪkl] ['fɪgəz] ['meɪbi] [ɪn'kɔːpəreɪtɪd] [ɪn][ðə; ði]['dʒen(ə)rəl]

and	in	order	that	these	geometrical	figures	maybe	incorporated	in	the	general
和	在	命令	那	这些	几何	数据	或许	公司	在	这	一般的

['treʒə(r)] [ɒv; əv][ˌmæθə'mætɪk(ə)l][saɪnz] ,

treasure	of	mathematical	signs	,
宝藏	的	数学	标志	,

为了使这些几何图形能够被纳入数学符号的普遍宝库中，

[ðeə(r)][ɪz] ['nesəsəri] [ə; eɪ] ['rɪgərəs] [ˌæksɪə'mætɪk][ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðeə(r)][kən'septʃuəl]['kɒntent] .

there	is	necessary	a	rigorous	axiomatic	investigation	of	their	conceptual	content	.
那里	是	必要的	一个	严格的	公理化的	调查	的	他们的	概念	内容	.

有必要对其概念内容进行严格的公理化研究。

[dʒʌst][æz; əz][ɪn] ['ædɪŋ] [tuː] ['nʌmbəz] ,

Just	as	in	adding	two	numbers	,
只是	作为	在	添加	二	数字	,

就像把两个数相加一样，

[wʌn][mʌst; məst] [pleɪs] [ðə; ði]['dɪdʒɪts]['ʌndə(r)] [iːtʃ] ['ʌðə(r)][ɪn][ðə; ði] [raɪt] ['ɔːdə(r)] ,

one	must	place	the	digits	under	each	other	in	the	right	order	,
一	必须	地方	这	数字	在下面	每个	其他	在	这	正确的	命令	,

必须将数字按正确的顺序依次排列。

[səʊ] [ðæt] ['əʊnli][ðə; ði] [ruːlz] [ɒv; əv][ˌkælkjuˈleɪʃ(ə)n] , [aɪ] . [iː] . , [ðə; ði]['æksɪəmz][ɒv; əv] [ə'rɪθmətɪk] ,

so	that	only	the	rules	of	calculation	,	i	.	e	.	,	the	axioms	of	arithmetic	,
所以	那	仅有的	这	规则	的	计算	,	我	.	e	.	,	这	公理	的	算术	,

因此，只有计算规则，即算术公理，

[dɪ'tɜːmɪn] [ðə; ði] [kə'rekt] [juːz][ɒv; əv][ðə; ði]['dɪdʒɪts] ,

determine	the	correct	use	of	the	digits	,
决定	这	正确的	使用	的	这	数字	,

确定这些数字的正确用法，

[səʊ][ðə; ði][juːz][ɒv; əv] [dʒɪə'metrɪkl] [saɪnz][ɪz] [dɪ'tɜːmɪnd] [baɪ][ðə; ði]['æksɪəmz][ɒv; əv] [dʒɪə'metrɪkl]

so	the	use	of	geometrical	signs	is	determined	by	the	axioms	of	geometrical
所以	这	使用	的	几何	标志	是	决定	经过	这	公理	的	几何

['kɒnsepts] [ænd; ənd][ðeə(r)] [ˌkɒmbɪ'neɪʃnz] .

concepts	and	their	combinations	.
概念	和	他们的	组合	.

因此，几何符号的使用是由几何概念的公理及其组合决定的。

[ðə; ði] [ə'griːmənt] [bɪ'twiːn] [dʒɪə'metrɪkl] [ænd; ənd] [ˌærɪθ'metɪkl] [θɔːt] [ɪz] [ʃəʊn] ['ɔːlsəʊ][ɪn] [ðæt]

The	agreement	between	geometrical	and	arithmetical	thought	is	shown	also	in	that
这	协议	之间	几何	和	算术	想法	是	所示	还	在	那

[wiː; wi][duː; də][nɒt] [hə'bɪtʃuəli] ['fɒləʊ] [ðə; ði] [tʃeɪn] [ɒv; əv] ['riːzənɪŋ] [bæk] [tuː; tə][ðə; ði]['æksɪəmz][ɪn]

we	do	not	habitually	follow	the	chain	of	reasoning	back	to	the	axioms	in
我们	做	不是	习惯性地	跟随	这	链	的	推理	后退	到	这	公理	在

[ˌærɪθ'metɪkl] ,

arithmetical	,
算术	,

几何思维和算术思维的一致性还体现在我们并不习惯性地沿着推理链追溯到算术公理。

['eni] [mɔ:(r)][ðæn; ðən][ɪn] [dʒɪə'metrɪkl] [dɪ'skʌʃən] .

any	more	than	in	geometrical	discussions	.
任何	更多的	比	在	几何	讨论	.

比几何讨论中的情况更甚。

[ɒn] [ðə; ði] ['kɒntrəri] [wi:; wi] [ə'plai] , [ɪ'speʃəli] [ɪn][fɜ:st] [ə'tækɪŋ] [ə; eɪ] ['prɒbləm] , [ə; eɪ]['ræpɪd] ,

On	the	contrary	we	apply	,	especially	in	first	attacking	a	problem	,	a	rapid	,
在	这	相反	我们	申请	,	尤其	在	第一的	攻击	一个	问题	,	一个	迅速的	,

相反，我们尤其在最初解决问题时，会采用快速、

[ʌn'kɒnʃəs] , [nɒt] ['æbsəlu:tli] [ʃʊə(r)][ˌkɒmbɪ'neɪʃ(ə)n] ,

unconscious	,	not	absolutely	sure	combination	,
无意识	,	不是	绝对地	当然	组合	,

无意识的、不太确定的组合

['trʌstɪŋ] [tu:; tə][ə; eɪ]['sɜ:t(ə)n] [ˌærɪθ'metɪkl] ['fi:lɪŋ] [fɔ:(r); fə(r)][ðə; ði][bɪ'heɪvjə(r)][ɒv; əv][ðə; ði]

trusting	to	a	certain	arithmetical	feeling	for	the	behavior	of	the
信任	到	一个	肯定	算术	感觉	为了	这	行为	的	这

[ˌærɪθ'metɪkl] ['sɪmbəlz] ,

arithmetical	symbols	,
算术	符号	,

依靠对算术符号行为的某种算术感觉，

[wɪtʃ] [wi:; wi][kʊd; kəd] [dɪ'spens] [wɪð] [æz; əz]['lɪt(ə)l][ɪn] [ə'rɪθmətɪk] [æz; əz] [wɪð] [ðə; ði] [dʒɪə'metrɪkl]

which	we	could	dispense	with	as	little	in	arithmetic	as	with	the	geometrical
哪个	我们	可以	分配	和	作为	小的	在	算术	作为	和	这	几何

[ɪˌmædʒɪ'neɪʃ(ə)n][ɪn] [dʒi'ɒmətri] .

imagination	in	geometry	.
想像力	在	几何学	.

就像我们在算术中几乎不需要几何想象力一样，我们在几何学中也几乎不需要几何想象力。

[æz; əz][æn; ən][ɪg'zɑ:mp(ə)l][ɒv; əv][æn; ən] [ˌærɪθ'metɪkl] ['θɪəri] ['ɒpəreɪtɪŋ] ['rɪgərəsli] [wɪð] [dʒɪə'metrɪkl]

As	an	example	of	an	arithmetical	theory	operating	rigorously	with	geometrical
作为	一个	例子	的	一个	算术	理论	操作	严格地	和	几何

[aɪ'diəz][ænd; ənd][saɪnz] ,

ideas	and	signs	,
想法	和	标志	,

例如，一个严格运用几何概念和符号的算术理论是这样的：

[ai] [meɪ] ['menʃ(ə)n] [mɪŋkɔfskiɪs] [wɜ:k] , [daɪ] [ʒeɪˌɑ:'mɛtri] [dɜ:r] ['zɑ:lən] . [[ˌtu:'tu:]]

I	may	mention	Minkowski's	work	,	Die	Geometrie	der	Zahlen	.	[	2	]
我	可能	提到	明科夫斯基的	工作	,	死	几何	德尔	扎伦	.	[	2	]

我可能会提到 Minkowski 的作品 Die Geometrie der Zahlen。[2]

[sʌm; səm] [rɪ'mɑ:rks] [ə'pɒn][ðə; ði] ['dɪfɪkəltɪz] [wɪtʃ] [ˌmæθə'mætɪk(ə)l]['prɔ:bləmz] [meɪ] ['ɒfə(r)] , [ænd; ənd]

Some	remarks	upon	the	difficulties	which	mathematical	problems	may	offer	,	and
一些	评论	之上	这	困难	哪个	数学	问题	可能	提供	,	和

[ðə; ði] [mi:nz] [ɒv; əv] [sə'maʊntɪŋ] [ðem; ðəm] ,

the	means	of	surmounting	them	,
这	方法	的	克服	他们	,

关于数学问题可能遇到的困难以及克服这些困难的方法的一些看法

[meɪ] [bi:; bi][ɪn] [pleɪs] [hɪə(r)] .

may	be	in	place	here	.
可能	是	在	地方	这里	.

这里可能已经到位。

[ɪf] [wi:; wi][du:; də][nɒt] [sək'si:d] [ɪn] ['sɒlvɪŋ] [ə; eɪ][ˌmæθə'mætɪk(ə)l]['prɒbləm] ,

If	we	do	not	succeed	in	solving	a	mathematical	problem	,
如果	我们	做	不是	成功	在	解决	一个	数学	问题	,

如果我们未能成功解决一个数学问题，

[ðə; ði]['riːz(ə)n] ['friːkwəntli] [kən'sɪsts][ɪn]['aʊə(r)]['feɪljə(r)][tuː; tə]['rekəgnaɪz][ðə; ði][mɔː(r)]['dʒen(ə)rəl]
the reason frequently consists in our failure to recognize the more general
这 原因 频繁地 由 在 我们的 失败 到 认出 这 更多的 一般的
['stændpɔɪnt][frɒm; frəm] [wɪtʃ] [ðə; ði]['prɒbləm][bɪ'fɔː(r)][ˌjuː 'es] [ə'pɪəz] ['əʊnli][æz; əz][ə; eɪ]['sɪŋg(ə)l][lɪŋk]
standpoint from which the problem before us appears only as a single link
立场 从 哪个 这 问题 前 我们 出现 仅有的 作为 一个 单身的 关联
[ɪn][ə; eɪ] [tʃeɪn] [ɒv; əv] [rɪ'leɪtɪd] ['prɔːbləmz] .
in a chain of related problems .
在 一个 链 的 有关的 问题 .

原因往往在于我们未能认识到更普遍的观点，即我们面前的问题只是相关问题链中的一个环节。

['ɑːftə(r)]['faɪndɪŋ] [ðɪs] ['stændpɔɪnt] , [nɒt]['əʊnli][ɪz] [ðɪs] ['prɒbləm] ['friːkwəntli] [mɔː(r)][ək'sesəb(ə)l][tuː; tə]
After finding this standpoint , not only is this problem frequently more accessible to
后 寻找 这 立场 , 不是 仅有的 是 这 问题 频繁地 更多的 可访问 到
['aʊə(r)][ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n] ,
our investigation ,
我们的 调查 ,

找到这个立场之后，不仅这个问题更容易进入我们的调查范围，

[bʌt; bət][æt; ət][ðə; ði] [seɪm] [taɪm][wiː; wi] [kʌm] ['ɪntuː] [pə'zeʃ(ə)n] [ɒv; əv][ə; eɪ] ['meθəd] [wɪtʃ] [ɪz]
but at the same time we come into possession of a method which is
但 在 这 相同的 时间 我们 来 进入 拥有 的 一个 方法 哪个 是

但与此同时，我们也掌握了一种方法，那就是

[[ˌpiː 'dʒiː][eit]]
[Pg 8]
[页 8]

[第 8 页]

[ə'plɪkəb(ə)l] ['ɔːlsəʊ][tuː; tə] [rɪ'leɪtɪd] ['prɔːbləmz] .
applicable also to related problems .
适用的 还 到 有关的 问题 .

也适用于相关问题。

[ðə; ði] [ˌɪntrə'dʌkʃn] [ɒv; əv]['kɒmpleks][pɑːðz][ɒv; əv][ˌɪntɪ'greɪʃ(ə)n][baɪ] ['kəʊˌʃi] [ænd; ənd][ɒv; əv][ðə; ði]
The introduction of complex paths of integration by Cauchy and of the
这 介绍 的 复杂的 路径 的 一体化 经过 柯西 和 的 这
['nəʊʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði][aɪ'diəl][ɪn]['nʌmbə(r)] ['θɪəri] [baɪ] ['kʊmər] [meɪ] [sɜːv] [æz; əz] [ɪg'zæmpl] .
notion of the ideals in number theory by Kummer may serve as examples .
概念 的 这 理想 在 数字 理论 经过 库默 可能 服务 作为 示例 .

柯西引入了复积分路径，库默尔在数论中引入了理想的概念，这些都可以作为例证。

[ðɪs] [wei] [fɔː(r); fə(r)]['faɪndɪŋ]['dʒen(ə)rəl] ['meθədz] [ɪz] ['sɜːt(ə)nli] [ðə; ði][məʊst] ['præktɪkəbl] [ænd; ənd]
This way for finding general methods is certainly the most practicable and
这 方式 为了 寻找 一般的 方法 是 当然 这 最多 切实可行的 和
[ðə; ði][məʊst]['sɜːt(ə)n] ;
the most certain ;
这 最多 肯定 ;

这种寻找通用方法的方法无疑是最实用、最可靠的；

[fɔː(r); fə(r)][hiː; hi] [huː] [siːk] [fɔː(r); fə(r)] ['meθədz] [wɪ'ðaʊt] ['hævɪŋ] [ə; eɪ] ['defɪnət] ['prɒbləm][ɪn][maɪnd]
for he who seeks for methods without having a definite problem in mind
为了 他 WHO 寻找 为了 方法 没有 拥有 一个 定 问题 在 头脑
[siːk] [fɔː(r); fə(r)][ðə; ði][məʊst][pɑːt][ɪn][veɪn] .
seeks for the most part in vain .
寻找 为了 这 最多 部分 在 徒劳 .

因为如果一个人心中没有明确的问题，却去寻找方法，那么他大部分时间都会徒劳无功。

[ɪn] ['di:lɪŋ] [wɪð] [ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['prɔ:bləmz] , [ˌspeʃəlaɪ'zeɪʃ(ə)n] [pleɪz] , [æz; əz][ai] [bɪ'li:v] , [ə; eɪ] [stɪl]

In	dealing	with	mathematical	problems	,	specialization	plays	,	as	I	believe	,	a	still
在	处理	和	数学	问题	,	专业化	演出	,	作为	我	相信	,	一个	仍然

[mɔ:(r)][ɪm'pɔ:t(ə)nt] [pɑ:t] [ðæn; ðən][ˌdʒen(ə)rəlaɪ'zeɪʃ(ə)n] .

more	important	part	than	generalization	.
更多的	重要的	部分	比	概括	.

我认为，在处理数学问题时，专门化比概括化起着更重要的作用。

[pə'hæps] [ɪn][məʊst][keɪsɪz] [weə(r)] [wi:; wi] [si:k] [ɪn][veɪn][ðə; ði]['ɑ:nsə(r)][tu:; tə][ə; eɪ]['kwestʃən] ,

Perhaps	in	most	cases	where	we	seek	in	vain	the	answer	to	a	question	,
也许	在	最多	案例	在哪里	我们	寻找	在	徒劳	这	回答	到	一个	问题	,

或许在大多数情况下，当我们徒劳地寻找问题的答案时，

[ðə; ði] [kɔ:z] [ɒv; əv][ðə; ði]['feɪljə(r)][laɪz][ɪn][ðə; ði][fækt] [ðæt] ['prɔ:bləmz] ['sɪmplə] [ænd; ənd] ['i:zɪə]

the	cause	of	the	failure	lies	in	the	fact	that	problems	simpler	and	easier
这	原因	的	这	失败	谎言	在	这	事实	那	问题	更简单	和	更轻松

[ðæn; ðən][ðə; ði][wʌn][ɪn][hænd][hæv; həv] [bi:n] ['aɪðə(r)][nɒt][æt; ət][ɔ:l][ɔ:(r)] [ˌɪnkəm'pli:tli] [sɒlvd] .

than	the	one	in	hand	have	been	either	not	at	all	or	incompletely	solved	.
比	这	一	在	手	有	到过	任何一个	不是	在	全部	或者	不完全	已解决	.

失败的原因在于，比当前问题更简单、更容易解决的问题要么根本没有解决，要么没有得到彻底解决。

[ɔ:l] [dɪ'pendz] , [ðen] , [ɒn]['faɪndɪŋ] [aʊt] [ði:z] ['i:zɪə] ['prɔ:bləmz] ,

All	depends	,	then	,	on	finding	out	these	easier	problems	,
全部	取决于	,	然后	,	在	寻找	出去	这些	更轻松	问题	,

因此，一切都取决于能否找到这些比较容易解决的问题。

[ænd; ənd][ɒn] ['sɒlvɪŋ] [ðem; ðəm][baɪ] [mi:nz] [ɒv; əv][dɪ'vaɪsɪz][æz; əz] ['pɜ:fɪkt] [æz; əz]['pɒsəb(ə)l][ænd; ənd]

and	on	solving	them	by	means	of	devices	as	perfect	as	possible	and
和	在	解决	他们	经过	方法	的	设备	作为	完美的	作为	可能的	和

[ɒv; əv] ['kɒnsepts] ['keɪpəb(ə)l][ɒv; əv][ˌdʒen(ə)rəlaɪ'zeɪʃ(ə)n] .

of	concepts	capable	of	generalization	.
的	概念	有能力的	的	概括	.

并利用尽可能完美的设备和能够推广的概念来解决这些问题。

[ðɪs] [ru:l] [ɪz][wʌn][ɒv; əv][ðə; ði][məʊst][ɪm'pɔ:t(ə)nt] ['li:vəz] [fɔ:(r); fə(r)] [ˌəʊvə'kʌmɪŋ] [ˌmæθə'mætɪk(ə)l]

This	rule	is	one	of	the	most	important	levers	for	overcoming	mathematical
这	规则	是	一	的	这	最多	重要的	杠杆	为了	克服	数学

['dɪfɪkəltɪz] [ænd; ənd][ˌaɪ 'ti:] [si:m] [tu:; tə][ˌem 'i:] [ðæt] [ˌaɪ 'ti:][ɪz] [ju:st] ['ɔ:lməʊst]['ɔ:lweɪz] ,

difficulties	and	it	seems	to	me	that	it	is	used	almost	always	,
困难	和	它	似乎	到	我	那	它	是	用过的	几乎	总是	,

这条规则是克服数学难题最重要的方法之一，而且在我看来，它几乎总是被用到的。

[ðəʊ] [pə'hæps] [ʌn'kɒnʃəsli] .

though	perhaps	unconsciously	.
尽管	也许	不知不觉	.

虽然可能是无意识的。

[ə'keɪʒnəli] [ˌaɪ 'ti:] ['hæpənz] [ðæt] [wi:; wi] [si:k] [ðə; ði][sə'lu:ʃ(ə)n]['ʌndə(r)] [ˌɪnsə'fɪʃ(ə)nt] [haɪ'pɒθɪsi:z] [ɔ:(r)]

Occasionally	it	happens	that	we	seek	the	solution	under	insufficient	hypotheses	or
偶尔	它	发生	那	我们	寻找	这	解决方案	在下面	不足的	假设	或者

[ɪn][æn; ən] [ˌɪnkə'rekt] [sens] ,

in	an	incorrect	sense	,
在	一个	错误	感觉	,

有时，我们会在假设不充分或理解错误的情况下寻求解决方案。

[ænd; ənd][fɔ:(r); fə(r)] [ðɪs] ['ri:z(ə)n][du:; də][nɒt] [sək'si:d] .

and	for	this	reason	do	not	succeed	.
和	为了	这	原因	做	不是	成功	.

正因如此，他们才未能成功。

[ðə; ði]['prɒbləm] [ðen] [ə'raɪzɪz] : [tuː; tə] [ʃəʊ] [ðə; ði] [ɪmˌpɒsə'bɪləti] [ɒv; əv][ðə; ði][sə'luːʃ(ə)n]['ʌndə(r)][ðə; ði]

The	problem	then	arises	:	to	show	the	impossibility	of	the	solution	under	the
这	问题	然后	出现	:	到	展示	这	不可能	的	这	解决方案	在下面	这

['gɪv(ə)n] [haɪ'pɒθɪsiːz] ,

given	hypotheses	,
给定	假设	,

于是问题就出现了：如何在给定的假设条件下证明该解决方案是不可能的，

[ɔː(r)][ɪn][ðə; ði] [sens] ['kɒntəmpleɪtɪd] .

or	in	the	sense	contemplated	.
或者	在	这	感觉	思考	.

或者按照所设想的意义上来说。

[sʌtʃ] [pruːfs] [ɒv; əv] [ɪmˌpɒsə'bɪləti] [wɜː(r); wə(r)] [ɪ'fektɪd] [baɪ][ðə; ði] ['eɪnʃənts] ,

Such	proofs	of	impossibility	were	effected	by	the	ancients	,
这样的	证明	的	不可能	是	受影响	经过	这	古代人	,

古代人就曾进行过此类不可能之事的证明。

[fɔː(r); fə(r)] ['ɪnstəns] [wen] [ðeɪ] [ʃəʊd] [ðæt] [ðə; ði]['reɪʃiəʊ][ɒv; əv][ðə; ði][haɪ'pɒtənjuːz][tuː; tə][ðə; ði]

for	instance	when	they	showed	that	the	ratio	of	the	hypotenuse	to	the
为了	实例	什么时候	他们	显示	那	这	比率	的	这	斜边	到	这

[saɪd][ɒv; əv][æn; ən][aɪ'sɒsɪˌliːz] [raɪt] ['traɪæŋg(ə)l][ɪz][ɪ'ræʃən(ə)l] .

side	of	an	isosceles	right	triangle	is	irrational	.
边	的	一个	等腰三角形	正确的	三角形	是	非理性	.

例如，他们证明了等腰直角三角形的斜边与直角边的比值是无理数。

[ɪn]['leɪtə(r)][ˌmæθə'mætɪks] , [ðə; ði]['kwestʃən] [æz; əz][tuː; tə][ðə; ði] [ɪmˌpɒsə'bɪləti] [ɒv; əv]['sɜːt(ə)n] [sə'lʊʃən]

In	later	mathematics	,	the	question	as	to	the	impossibility	of	certain	solutions
在	之后	数学	,	这	问题	作为	到	这	不可能	的	肯定	解决方案

[pleɪz] [ə; eɪ] [ˌpriː'emɪnənt] [pɑːt] ,

plays	a	preeminent	part	,
演出	一个	卓越的	部分	,

在后来的数学中，关于某些解是否不可能存在的问题扮演着至关重要的角色。

[ænd; ənd][wiː; wi] [pə'siːv] [ɪn] [ðɪs] [weɪ] [ðæt][əʊld][ænd; ənd] ['dɪfɪkəlt] ['prɔːbləmz] ,

and	we	perceive	in	this	way	that	old	and	difficult	problems	,
和	我们	感知	在	这	方式	那	老的	和	难的	问题	,

我们由此认为，那些由来已久且棘手的问题，

[sʌtʃ] [æz; əz][ðə; ði] [pruːf] [ɒv; əv][ðə; ði]['æksɪəm][ɒv; əv] ['pærəlels] , [ðə; ði] [skwer] [ɒv; əv][ðə; ði]['sɜːk(ə)l] ,

such	as	the	proof	of	the	axiom	of	parallels	,	the	squaring	of	the	circle	,
这样的	作为	这	证明	的	这	公理	的	平行线	,	这	平方	的	这	圆圈	,

例如平行线公理的证明、化圆为方等式等。

[ɔː(r)][ðə; ði][sə'luːʃ(ə)n][ɒv; əv] [ɪ'kweɪʒnz] [ɒv; əv][ðə; ði] [fɪfθ] [dɪ'griː] [baɪ] ['rædɪkl] [hæv; həv]['faɪnəli] [faʊnd]

or	the	solution	of	equations	of	the	fifth	degree	by	radicals	have	finally	found
或者	这	解决方案	的	方程式	的	这	第五	程度	经过	自由基	有	最后	成立

['fʊli] [ˌsætɪs'fæktəri][ænd; ənd] ['rɪgərəs] [sə'lʊʃən] ,

fully	satisfactory	and	rigorous	solutions	,
完全	令人满意的	和	严格的	解决方案	,

或者，用根式求解五次方程的方法最终找到了完全令人满意和严格的解，

[ɔːl'ðəʊ] [ɪn][ə'nʌðə(r)] [sens] [ðæn; ðən] [ðæt] [ə'rɪdʒənəli] [ɪn'tendɪd] .

although	in	another	sense	than	that	originally	intended	.
虽然	在	其他	感觉	比	那	起初	故意的	.

虽然这与最初设想的含义有所不同。

[ˌaɪ 'tiː][ɪz] ['prɒbəbli] [ðɪs] [ɪm'pɔːt(ə)nt][fækt] [ə'lɒŋ] [wɪð] ['ʌðə(r)] [ˌfɪlə'sɒfɪk(ə)l] ['riːz(ə)nz] [ðæt] [gɪvz] [raɪz]

It	is	probably	this	important	fact	along	with	other	philosophical	reasons	that	gives	rise
它	是	大概	这	重要的	事实	沿着	和	其他	哲学	原因	那	给予	上升

[tuː; tə][ðə; ði] [kən'vɪkʃn] ([wɪtʃ] ['evri] [ˌmæθəmə'tɪʃn] [ʃer] ,

to	the	conviction	(	which	every	mathematician	shares	,
到	这	定罪	(	哪个	每一个	数学家	分享	,

或许正是这一重要事实以及其他哲学原因，才产生了这种信念（每个数学家都持有这种信念）。

[bʌt; bət] [wɪtʃ] [nəʊ][wʌn][hæz; həz][æz; əz] [jet] [sə'pɔːrtɪd] [baɪ][ə; eɪ] [pruːf]) [ðæt] ['evri] ['defɪnət]

but	which	no	one	has	as	yet	supported	by	a	proof	)	that	every	definite
但	哪个	不	一	有	作为	然而	有	经过	一个	证明	)	那	每一个	定

[ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['prɒbləm] [mʌst; məst] [ˌnesə'serəli] [biː; bi] [sə'septəb(ə)l] [ɒv; əv][æn; ən][ɪg'zækt] ['set(ə)lmənt]

mathematical	problem	must	necessarily	be	susceptible	of	an	exact	settlement
数学	问题	必须	一定	是	易受影响的	的	一个	精确的	沉降

,

,

,

但至今无人能证明，每个确定的数学问题都必然能够得到精确的解决。

['aɪðə(r)][ɪn][ðə; ði] [fɔːm] [ɒv; əv][æn; ən]['æktʃuəl]['ɑːnsə(r)][tuː; tə][ðə; ði] ['kwestʃən] [ɑːskt] ,

either	in	the	form	of	an	actual	answer	to	the	question	asked	,
任何一个	在	这	形式	的	一个	实际的	回答	到	这	问题	问	,

要么以对所提问题的实际回答的形式，

[ɔː(r)][baɪ][ðə; ði] [pruːf] [ɒv; əv][ðə; ði] [ɪmˌpɒsə'bɪlətɪ] [ɒv; əv][ɪts][sə'luːʃ(ə)n][ænd; ənd][ˌðeə'wɪð; ˌðeə'wɪθ][ðə; ði]

or	by	the	proof	of	the	impossibility	of	its	solution	and	therewith	the
或者	经过	这	证明	的	这	不可能	的	它是	解决方案	和	由此	这

['nesəsəri] ['feɪljə(r)][ɒv; əv][ɔːl] [ə'tempts] .

necessary	failure	of	all	attempts	.
必要的	失败	的	全部	尝试	.

或者通过证明该问题无法解决，从而必然导致所有尝试失败。

[teɪk] ['eni] ['defɪnət] [ˌʌn'sɒlvd] ['prɒbləm] , [sʌtʃ] [æz; əz][ðə; ði] ['kwestʃən] [æz; əz][tuː; tə][ðə; ði] [ɪˌræʃə'nælətɪ]

Take	any	definite	unsolved	problem	,	such	as	the	question	as	to	the	irrationality
拿	任何	定	未解之谜	问题	,	这样的	作为	这	问题	作为	到	这	非理性

[ɒv; əv][ðə; ði] ['ɔilə] - [ˌmæskə'roʊni] ['kɒnstənt] ,

of	the	Euler	-	Mascheroni	constant	,
的	这	欧拉	-	马斯切罗尼	持续的	,

选取任何一个尚未解决的确定性问题，例如欧拉-马歇罗尼常数是否无理性的问题，

[ɔː(r)][ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ɒv; əv][æn; ən] ['ɪnfɪnət] ['nʌmbə(r)][ɒv; əv] [praɪm] ['nʌmbəz] [ɒv; əv][ðə; ði] [fɔːm] .

or	the	existence	of	an	infinite	number	of	prime	numbers	of	the	form	.
或者	这	存在	的	一个	无限	数字	的	主要的	数字	的	这	形式	.

或者存在无穷多个形如 的素数。

[haʊ'evə(r)] [ˌʌnə'prəʊtʃəbl] [ðiːz] ['prɔːbləmz] [meɪ] [siːm] [tuː; tə][juː 'es][ænd; ənd][haʊ'evə(r)] ['helpləs]

However	unapproachable	these	problems	may	seem	to	us	and	however	helpless
然而	难以接近	这些	问题	可能	似乎	到	我们	和	然而	无助

[wiː; wi][stænd][bɪ'fɔː(r)][ðem; ðəm] ,

we	stand	before	them	,
我们	站立	前	他们	,

然而，无论这些问题在我们看来多么难以解决，无论我们面对它们时多么无助，

[wiː; wi][hæv; həv] , [ˌnevəðə'les] , [ðə; ði]

we	have	,	nevertheless	,	the
我们	有	,	尽管如此	,	这

然而，我们拥有.....

[[ˌpiː 'dʒiː][naɪn]]

[	Pg	9	]
[	页	9	]

[fɜ:m] [kən'vɪkʃn] [ðæt] [ðeə(r)][sə'lu:ʃ(ə)n][mʌst; məst] ['fɒləʊ] [baɪ][ə; eɪ]['faɪnaɪt]['nʌmbə(r)][ɒv; əv] ['pjʊəli]

firm	**conviction**	**that**	**their**	**solution**	**must**	**follow**	**by**	**a**	**finite**	**number**	**of**	**purely**
公司	定罪	那	他们的	解决方案	必须	跟随	经过	一个	有限	数字	的	纯粹

['lɒdʒɪk(ə)l] ['prəʊsesɪz] .

logical	**processes**	**.**
逻辑	流程	.

他们坚信，他们的解决方案必须通过有限数量的纯粹逻辑过程才能得出。

[ɪz] [ðɪs] ['æksiəm][ɒv; əv][ðə; ði] [sɒlvə'bɪlɪti] [ɒv; əv] ['evri] ['prɒbləm][ə; eɪ][pɪˌkju:li'ærəti] [ˌkærəktə'rɪstɪk] [ɒv; əv]

Is	**this**	**axiom**	**of**	**the**	**solvability**	**of**	**every**	**problem**	**a**	**peculiarity**	**characteristic**	**of**
是	这	公理	的	这	可解性	的	每一个	问题	一个	特点	特征	的

[ˌmæθə'mætɪk(ə)l] [θɔ:t] [ə'ləʊn] ,

mathematical	**thought**	**alone**	**,**
数学	想法	独自的	,

难道所有问题都可解的这一公理仅仅是数学思维所特有的吗?

[ɔ:(r)][ɪz][ˌaɪ 'ti:] ['pɒsəbli] [ə; eɪ]['dʒen(ə)rəl] [lɔ:] [ɪn'herənt] [ɪn][ðə; ði]['neɪtʃə(r)][ɒv; əv][ðə; ði][maɪnd] ,

or	**is**	**it**	**possibly**	**a**	**general**	**law**	**inherent**	**in**	**the**	**nature**	**of**	**the**	**mind**	**,**
或者	是	它	可能	一个	一般的	法律	固有	在	这	自然	的	这	头脑	,

或者，这或许是心灵本质中固有的普遍规律?

[ðæt] [ɔ:l] ['kwestʃənz] [wɪtʃ] [ˌaɪ 'ti:][ɑ:sks][mʌst; məst][bi:; bi] ['ɑ:nsərəb(ə)l] ?

that	**all**	**questions**	**which**	**it**	**asks**	**must**	**be**	**answerable**	**?**
那	全部	问题	哪个	它	问	必须	是	可回答的	?

它提出的所有问题都必须是可以回答的吗?

[fɔ:(r); fə(r)][ɪn]['ʌðə(r)] ['saɪəns] ['ɔ:lsəʊ][wʌn] [mi:ts] [əʊld]['prɔ:bləmz] [wɪtʃ] [hæv; həv] [bi:n] ['set(ə)ld][ɪn][ə; eɪ]

For	**in**	**other**	**sciences**	**also**	**one**	**meets**	**old**	**problems**	**which**	**have**	**been**	**settled**	**in**	**a**
为了	在	其他	科学	还	一	满足	老的	问题	哪个	有	到过	定居	在	一个

['mænə(r)][məʊst][ˌsætɪs'fæktəri][ænd; ənd][məʊst]['ju:sf(ə)l][tu:; tə] ['saɪəns] [baɪ][ðə; ði] [pru:f] [ɒv; əv][ðeə(r)]

manner	**most**	**satisfactory**	**and**	**most**	**useful**	**to**	**science**	**by**	**the**	**proof**	**of**	**their**
方式	最多	令人满意的	和	最多	有用	到	科学	经过	这	证明	的	他们的

[ɪmˌpɒsə'bɪləti] .

impossibility	**.**
不可能	.

在其他科学领域，人们也会遇到一些古老的问题，这些问题通过证明其不可能性而得到了最令人满意、对科学最有益的解决。

[ai] ['ɪnstəns] [ðə; ði]['prɒbləm][ɒv; əv] [pə'petʃuəl] ['məʊʃn] .

I	**instance**	**the**	**problem**	**of**	**perpetual**	**motion**	**.**
我	实例	这	问题	的	永久	运动	.

我以永动机问题为例。

['ɑ:ftə(r)] [si:kɪŋ] [ɪn][veɪn][fɔ:(r); fə(r)][ðə; ði] [kən'strʌkʃn] [ɒv; əv][ə; eɪ] [pə'petʃuəl] ['məʊʃn] [mə'ʃi:n] ,

After	**seeking**	**in**	**vain**	**for**	**the**	**construction**	**of**	**a**	**perpetual**	**motion**	**machine**	**,**
后	寻求	在	徒劳	为了	这	建造	的	一个	永久	运动	机器	,

在徒劳地寻求制造永动机之后，

[ðə; ði][rɪ'leɪʃ(ə)nz][wɜ:(r); wə(r)] [ɪn'vestɪgeɪtɪd] [wɪtʃ] [mʌst; məst][səb'sɪst] [bɪ'twi:n] [ðə; ði] ['fɔ:sɪz] [ɒv; əv]

the	**relations**	**were**	**investigated**	**which**	**must**	**subsist**	**between**	**the**	**forces**	**of**
这	关系	是	调查	哪个	必须	生存	之间	这	力量	的

['neɪtʃə(r)] [ɪf] [sʌtʃ] [ə; eɪ] [mə'ʃi:n] [ɪz][tu:; tə][bi:; bi][ɪm'pɒsəb(ə)l] ;

nature	**if**	**such**	**a**	**machine**	**is**	**to**	**be**	**impossible**	**;**
自然	如果	这样的	一个	机器	是	到	是	不可能的	;

人们研究了自然界各种力量之间必须存在的关系，如果这种机器不可能存在，那么这些关系就不可行;

[[θriː]] [ænd; ənd] [ðɪs] [ɪn'vɜːtɪd] ['kwestʃən] [led][tuː; tə][ðə; ði] [dɪ'skʌvəri] [ɒv; əv][ðə; ði] [lɔː] [ɒv; əv][ðə; ði]

[	3	]	and	this	inverted	question	led	to	the	discovery	of	the	law	of	the
[	3	]	和	这	倒	问题	引领	到	这	发现	的	这	法律	的	这

[ˌkɒnsə'veɪʃ(ə)n] [ɒv; əv] ['enədʒi] ,

conservation	of	energy	,
保护	的	活力	,

[3] 而这个反过来的问题导致了能量守恒定律的发现，

[wɪtʃ] , [ə'gen] , [ɪk'spleɪnd] [ðə; ði] [ɪmˌpɒsə'bɪlәti] [ɒv; əv] [pə'petʃuəl] ['məʊʃn] [ɪn][ðə; ði] [sens] [ə'rɪdʒənəli]

which	,	again	,	explained	the	impossibility	of	perpetual	motion	in	the	sense	originally
哪个	,	再次	,	解释	这	不可能	的	永久	运动	在	这	感觉	起初

[ɪn'tendɪd] .

intended	.
故意的	.

这再次解释了最初设想的永动机是不可能的。

[ðɪs] [kən'vɪkʃn] [ɒv; əv][ðə; ði] [sɒlvə'bɪlɪti] [ɒv; əv] ['evri] [ˌmæθə'mætɪk(ə)l]['prɒbləm] [ɪz][ə; eɪ] ['paʊəf(ə)l]

This	conviction	of	the	solvability	of	every	mathematical	problem	is	a	powerful
这	定罪	的	这	可解性	的	每一个	数学	问题	是	一个	强大的

[ɪn'sentɪv] [tuː; tə][ðə; ði]['wɜːkə(r)] .

incentive	to	the	worker	.
激励	到	这	工人	.

这种对每个数学问题都可解决的信念，对工作者来说是一种强大的动力。

[wiː; wi][hɪə(r)] [wɪ'ðɪn] [ˌjuː 'es][ðə; ði] [pə'petʃuəl] [kɔːl] : [ðeə(r)][ɪz][ðə; ði]['prɒbləm] .

We	hear	within	us	the	perpetual	call	:	There	is	the	problem	.
我们	听到	之内	我们	这	永久	称呼	:	那里	是	这	问题	.

我们内心深处总有一个声音在呼唤：问题就在这里。

[siːk] [ɪts][sə'luːʃ(ə)n] .

Seek	its	solution	.
寻找	它是	解决方案	.

寻找解决方案。

[juː; jʊ][kæn; kən][faɪnd][ˌaɪ 'tiː][baɪ][pjʊə(r)]['riːz(ə)n] , [fɔː(r); fə(r)][ɪn][ˌmæθə'mætɪks] [ðeə(r)][ɪz][nəʊ]

You	can	find	it	by	pure	reason	,	for	in	mathematics	there	is	no
你	能	寻找	它	经过	纯的	原因	,	为了	在	数学	那里	是	不

[ɪgnɔ'æbɪməs] .

ignorabimus	.
无知者	.

你可以通过纯粹的理性找到答案，因为在数学中没有不可知论者。

[ðə; ði] [sə'plaɪ] [ɒv; əv]['prɔːbləmz] [ɪn] [ˌmæθə'mætɪks] [ɪz] [ˌɪnɪg'zɔːstəb(ə)l] ,

The	supply	of	problems	in	mathematics	is	inexhaustible	,
这	供应	的	问题	在	数学	是	取之不尽的	,

数学问题无穷无尽。

[ænd; ənd][æz; əz] [suːn] [æz; əz][wʌn] ['prɒbləm] [ɪz] [sɒlvd] ['njuːmərəs] ['ʌðə(r)z] [kʌm] [fɔːθ] [ɪn][ɪts] [pleɪs] .

and	as	soon	as	one	problem	is	solved	numerous	others	come	forth	in	its	place	.
和	作为	很快	作为	一	问题	是	已解决	很多的	其他的	来	前进	在	它是	地方	.

一个问题刚解决，又会有许多其他问题接踵而至。

[pə'mɪt] [ˌem 'iː][ɪn][ðə; ði] ['fɒləʊɪŋ] , ['tentətɪvli] [æz; əz][ˌaɪ 'tiː][wɜː(r); wə(r)] , [tuː; tə]['menʃ(ə)n][pə'tɪkjələ(r)]

Permit	me	in	the	following	,	tentatively	as	it	were	,	to	mention	particular
允许	我	在	这	下列的	,	姑且	作为	它	是	,	到	提到	特别的

['defɪnət] ['prɔːbləmz] ,

definite	problems	,
定	问题	,

请允许我在此试探性地提及一些具体问题：

[drɔ:n] [frɒm; frəm] ['veəriəs] ['brɑ:ntʃɪz] [ɒv; əv] [ˌmæθə'mætɪks] ,
drawn **from** **various** **branches** **of** **mathematics** **,**
绘制 从 各种各样的 分支 的 数学 ,

取材于数学的各个分支，

[frɒm; frəm][ðə; ði] [dɪ'skʌʃ(ə)n] [ɒv; əv] [wɪtʃ] [æn; ən] [əd'vɑ:nsmənt] [ɒv; əv] ['saɪəns] [meɪ] [bi:; bi] [ɪk'spektɪd]
from **the** **discussion** **of** **which** **an** **advancement** **of** **science** **may** **be** **expected**
从 这 讨论 的 哪个 一个 进步 的 科学 可能 是 预期的
.
:
.

由此讨论有望促进科学进步。

[let] [ˌju: 'es] [lʊk] [æt; ət][ðə; ði]['prɪnsəp(ə)lz][ɒv; əv][ə'næləsɪs][ænd; ənd] [dʒi'ɒmətri] .
Let **us** **look** **at** **the** **principles** **of** **analysis** **and** **geometry** **.**
让 我们 看 在 这 原则 的 分析 和 几何学 .

让我们来看一下分析和几何的原理。

[ðə; ði][məʊst] [sə'dʒestɪv] [ænd; ənd]['nəʊtəb(ə)l] [ɐtʃ'i:vmənts] [ɒv; əv][ðə; ði][lɑ:st] ['sentʃəri] [ɪn] [ðɪs] [fi:ld]
The **most** **suggestive** **and** **notable** **achievements** **of** **the** **last** **century** **in** **this** **field**
这 最多 暗示性的 和 值得注意的 成就 的 这 最后的 世纪 在 这 场地
[ɑ:(r); ə(r)] ,
are **,**
是 ,

上个世纪该领域最具启发性和最显著的成就包括：

[æz; əz][ˌaɪ 'ti:] [si:m] [tu:; tə][ˌem 'i:] ,
as **it** **seems** **to** **me** **,**
作为 它 似乎 到 我 ,

在我看来，

[ðə; ði] [ˌærɪθ'metɪkl] [ˌfɔ:mju'leɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði]['kɒnsept][ɒv; əv][ðə; ði][kən'tɪnjuəm][ɪn][ðə; ði] [wɜ:ks] [ɒv; əv]
the **arithmetical** **formulation** **of** **the** **concept** **of** **the** **continuum** **in** **the** **works** **of**
这 算术 配方 的 这 概念 的 这 连续体 在 这 作品 的
['kəʊ.ʃi] ,
Cauchy **,**
柯西 ,

柯西著作中对连续统概念的算术表述，

[bɔ:l'tsɑ:nɔ:][ænd; ənd]['kæntɔ:(r)] , [ænd; ənd][ðə; ði] [dɪ'skʌvəri] [ɒv; əv][nɒn] - [ju:'klɪdiən] [dʒi'ɒmətri] [baɪ]
Bolzano **and** **Cantor** **,** **and** **the** **discovery** **of** **non** **-** **euclidean** **geometry** **by**
博尔扎诺 和 坎托尔 , 和 这 发现 的 非 - 欧几里得 几何学 经过
[gaʊs] , ['bɔlˌjɑɪ] , [ænd; ənd] [ˌlɑ:bə'tʃɛfski] .
Gauss **,** **Bolyai** **,** **and** **Lobachevsky** **.**
高斯 , 博雅 , 和 罗巴切夫斯基 .

博尔扎诺和康托尔，以及高斯、博利亚伊和罗巴切夫斯基发现非欧几何。

[ai] ['ðeəfɔ:(r)] [fɜ:st][də'rekt][jɔ:(r); jə(r)] [ə'tenʃ(ə)n] [tu:; tə][sʌm; səm]['prɔ:bləmz] [bɪ'lɒŋɪŋ] [tu:; tə] [ði:z]
I **therefore** **first** **direct** **your** **attention** **to** **some** **problems** **belonging** **to** **these**
我 所以 第一的 直接的 你的 注意力 到 一些 问题 属于 到 这些
['fi:ldz] . [[wʌn]]
fields **.** **[** **1** **]**
字段 . [1]

因此，我首先提请大家注意这些领域中的一些问题。[1]

[trænz'leɪtɪd] [fɔ:(r); fə(r)][ðə; ði] ['bʊlətɪn] , [wɪð] [ðə; ði] ['ɔ:θərz] [pə'mɪʃ(ə)n] , [baɪ]['dɑ:ktər; draɪv] . ['meəri]
Translated **for** **the** **BULLETIN** **,** **with** **the** **author's** **permission** **,** **by** **Dr** **.** **MARY**
翻译 为了 这 公告 , 和 这 作者的 允许 , 经过 博士 . 玛丽
['wɪnstən] ['nju:.sən] .
WINSTON **NEWSON** **.**
温斯顿 纽森 .

经作者许可，由玛丽·温斯顿·纽森博士为《公报》翻译。

[ðə; ði][ə'rɪdʒən(ə)l] [ə'pɪəd] [ɪn][ðə; ði] - ['nɑːxˌrɪxtən] , - , [ˌpiː 'piː] .

The	original	appeared	in	the	Göttinger	Nachrichten	,	1900	,	pp	.
这	原来的	出现	在	这	-	新闻	,	-	,	pp	.

原件出现在《Göttinger Nachrichten》，1900 年，第 173 页。

- - - , [ænd; ənd][ɪn][ðə; ði]['ɑːrˌkaɪv][dɜːr] [ˌmɑːtə'mɑːtɪk] [ˌjuː en 'diː] [fɪ'ziːk] , 3d [sɪə] . , [vɒl] .

253	-	297	,	and	in	the	Archiv	der	Mathematik	und	Physik	,	3d	ser	.	,	vol	.
-	-	-	,	和	在	这	档案	德尔	数学	和	物理学	,	3d	ser	.	,	卷	.

253-297，以及《Archiv der Mathematik und Physik》，第 3 卷，第 1 卷。

[wʌn] (-) , [ˌpiː 'piː] .

1	(	1901	)	,	pp	.
1	(	-	)	,	pp	.

1 (1901)，第 1 页。

- - - [ænd; ənd] - - - . [[ˌtuː'tuː]]

44	-	63	and	213	-	237	.	[	2	]
-	-	-	和	-	-	-	.	[	2	]

44-63 和 213-237。[2]

['laɪpzɪg] , - . [[θriː]]

Leipzig	,	1896	.	[	3	]
莱比锡	,	-	.	[	3	]

莱比锡，1896 年。[3]

[siː] ['helmhəults] , " ['uːbər] [daɪ] - [dɜːr] - [ˌjuː en 'diː][daɪ][dɑː'raʊf]

See	Helmholtz	,	"	Ueber	die	Wechselwirkung	der	Natorkräefte	und	die	darauf
看	亥姆霍兹	,	"	ueber	死	-	德尔	-	和	死	达劳夫

- ['nɔɪɪstən] - [dɜːr] [fɪ'ziːk] " ;

bezüglichen	neuesten	Ermittelungen	der	Physik	"	;
-	最新	-	德尔	物理学	"	;

参见亥姆霍兹，“Ueber die Wechselwirkung der Natorkräefte und die darauf bezüglichen neuesten Ermittelungen der Physik”；

[vɔrtræg] , [gə'hɑːltən][ɪn]['kɜː.nɪgzˌbɜːg] , - . [wʌn] .

Vortrag	,	gehalten	in	Königsberg	,	1851	.	1	.
演讲	,	保持	在	柯尼斯堡	,	-	.	1	.

柯尼斯堡的 Vortrag，gehalten，1851.1。

['kæntərz] ['prɒbləm] [ɒv; əv][ðə; ði] ['kɑːdɪn(ə)l] ['nʌmbə(r)] [ɒv; əv][ðə; ði] [kən'tɪnjuəm] .

CANTOR'S	PROBLEM	OF	THE	CARDINAL	NUMBER	OF	THE	CONTINUUM	.
坎托尔的	问题	的	这	红衣主教	数字	的	这	连续体	.

康托尔关于连续统基数的问题。

[tuː] ['sɪstəmz] , [aɪ] . [iː] . , [tuː] [ə'semblɪdʒ] [ɒv; əv]['ɔːd(ə)n(ə)ri]['riːəl] ['nʌmbəz] [ɔː(r)] [pɔɪnts] ,

Two	systems	,	i	.	e	.	,	two	assemblages	of	ordinary	real	numbers	or	points	,
二	系统	,	我	.	e	.	,	二	组合	的	普通的	真实的	数字	或者	积分	,

两个系统，即普通实数或点的两组集合，

[ɑː(r); ə(r)] [sed] [tuː; tə][biː; bi] ([ə'kɔːdɪŋ] [tuː; tə]['kæntɔː(r)]) [ɪ'kwɪvələnt] [ɔː(r)][ɒv; əv]['iːkwəl]['kɑːdɪn(ə)l]

are	said	to	be	(	according	to	Cantor	)	equivalent	or	of	equal	cardinal
是	说	到	是	(	根据	到	坎托尔	)	相等的	或者	的	平等的	红衣主教

['nʌmbə(r)] ,

number	,
数字	,

根据康托尔的说法，它们是等价的，或者具有相等的基数。

[ɪf] [ðeɪ] [kæn; kən][biː; bi] [brɔːt] ['ɪntuː][ə; eɪ][rɪ'leɪʃ(ə)n][tuː; tə][wʌn][ə'nʌðə(r)] [sʌtʃ] [ðæt][tuː; tə] ['evri]

if	they	can	be	brought	into	a	relation	to	one	another	such	that	to	every
如果	他们	能	是	带来	进入	一个	关系	到	一	其他	这样的	那	到	每一个

['nʌmbə(r)][ɒv; əv][ðə; ði][wʌn] [ə'semblɪdʒ] [,kɔːri'spɔnd] [wʌn][ænd; ənd]['əʊnli][wʌn] ['defɪnət] ['nʌmbə(r)]

number	of	the	one	assemblage	corresponds	one	and	only	one	definite	number
数字	的	这	一	装配	对应	一	和	仅有的	一	定	数字

[ɒv; əv][ðə; ði]['ʌðə(r)] .

of	the	other	.
的	这	其他	.

如果它们之间能够建立起某种关系，使得一个集合中的每个数字都与另一个集合中唯一确定的数字相对应。

[ðə; ði] [ɪnˌvestə'geɪʃən] [ɒv; əv]['kæntɔː(r)]

The	investigations	of	Cantor
这	调查	的	坎托尔

康托尔的研究

[[ˌpiː 'dʒiː] -]

[	Pg	10	]
[	页	-	]

[第10页]

[ɒn] [sʌtʃ] [ə'semblɪdʒ] [ɒv; əv] [pɔɪnts] [sə'dʒest] [ə; eɪ] ['veri] ['plɔːzəb(ə)l] ['θɪərəm] , [wɪtʃ] [ˌnevəðə'les] ,

on	such	assemblages	of	points	suggest	a	very	plausible	theorem	,	which	nevertheless	,
在	这样的	组合	的	积分	建议	一个	非常	合情合理	定理	,	哪个	尽管如此	,

对这类点的集合进行分析，可以得出非常合理的定理，然而，

[ɪn] [spaɪt] [ɒv; əv][ðə; ði][məʊst] ['strenjuəs] ['efəts] , [nəʊ][wʌn][hæz; həz] [sək'siːdɪd] [ɪn] ['pruːvɪŋ] .

in	spite	of	the	most	strenuous	efforts	,	no	one	has	succeeded	in	proving	.
在	尽管如此	的	这	最多	费力的	努力	,	不	一	有	成功了	在	证明	.

尽管人们付出了最大的努力，但至今无人能够证明这一点。

[ðɪs] [ɪz][ðə; ði] ['θɪərəm] :

This	is	the	theorem	:
这	是	这	定理	:

这是该定理：

['evri] ['sɪstəm] [ɒv; əv] ['ɪnfɪnətli] ['meni] ['riːəl] ['nʌmbəz] , [ai] . [iː] . , ['evri] [ə'semblɪdʒ] [ɒv; əv] ['nʌmbəz]

Every	system	of	infinitely	many	real	numbers	,	i	.	e	.	,	every	assemblage	of	numbers
每一个	系统	的	无限地	许多	真实的	数字	,	我	.	e	.	,	每一个	装配	的	数字

([ɔː(r)] [pɔɪnts]) ,

(	or	points	)	,
(	或者	积分	)	,

任何由无穷多个实数组成的系统，即任何数字（或点）的集合，

[ɪz]['aɪðə(r)] [ɪ'kwɪvələnt] [tuː; tə][ðə; ði] [ə'semblɪdʒ] [ɒv; əv]['nætʃ(ə)rəl] ['ɪntɪdʒəz] ,

is	either	equivalent	to	the	assemblage	of	natural	integers	,
是	任何一个	相等的	到	这	装配	的	自然的	整数	,

要么等价于自然整数的集合，

. . . [ɔː(r)][tuː; tə][ðə; ði] [ə'semblɪdʒ] [ɒv; əv][ɔːl]['riːəl] ['nʌmbəz] [ænd; ənd] ['ðeəfɔː(r)] [tuː; tə][ðə; ði]

.	.	.	or	to	the	assemblage	of	all	real	numbers	and	therefore	to	the
.	.	.	或者	到	这	装配	的	全部	真实的	数字	和	所以	到	这

[kən'tɪnjuəm] ,

continuum	,
连续体	,

.....或者说，是所有实数的集合，因此也是连续统。

[ðæt] [ɪz] , [tuː; tə][ðə; ði] [pɔɪnts] [ɒv; əv][ə; eɪ][laɪn] ; [æz; əz] [rɪ'gɑːdz] [ɪ'kwɪvələns] [ðeə(r)][ɑː(r); ə(r)] ,

that	is	,	to	the	points	of	a	line	;	as	regards	equivalence	there	are	,
那	是	,	到	这	积分	的	一个	线	;	作为	问候	等价	那里	是	,

也就是说，到一条线上的点；至于等价性，有：

['ðeəfɔ:(r)] , ['əʊnli] [tu:] [ə'semblɪdʒ] [ɒv; əv] ['nʌmbəz] , [ðə; ði] ['kaʊntəbl] [ə'semblɪdʒ] [ænd; ənd][ðə; ði]
therefore , only two assemblages of numbers , the countable assemblage and the
所以 , 仅有的 二 组合 的 数字 , 这 可数 装配 和 这
[kən'tɪnjuəm] .
continuum .
连续体 .

因此，只有两种数字集合：可数集合和连续统。

[frɒm; frəm] [ðɪs] ['θɪərəm] [ˌaɪ 'ti:] [wʊd] ['fɒləʊ] [æt; ət][wʌns] [ðæt] [ðə; ði] [kən'tɪnjuəm] [hæz; həz][ðə; ði]
From this theorem it would follow at once that the continuum has the
从 这 定理 它 会 跟随 在 一次 那 这 连续体 有 这
[nekst]['kɑ:dɪn(ə)l]['nʌmbə(r)] [bɪ'jɒnd] [ðæt] [ɒv; əv][ðə; ði] ['kaʊntəbl] [ə'semblɪdʒ] ;
next cardinal number beyond that of the countable assemblage ;
下一个 红衣主教 数字 超过 那 的 这 可数 装配 ;

由此定理可立即得出，连续统的基数比可数集合的基数大一号；

[ðə; ði] [pru:f] [ɒv; əv] [ðɪs] ['θɪərəm] [wʊd] , ['ðeəfɔ:(r)] ,
the proof of this theorem would , therefore ,
这 证明 的 这 定理 会 , 所以 ,

因此，该定理的证明将是：

[fɔ:m] [ə; eɪ] [nju:] [brɪdʒ] [bɪ'twi:n] [ðə; ði] ['kaʊntəbl] [ə'semblɪdʒ] [ænd; ənd][ðə; ði] [kən'tɪnjuəm] .
form a new bridge between the countable assemblage and the continuum .
形式 一个 新的 桥 之间 这 可数 装配 和 这 连续体 .

在可数集合体和连续体之间建立一座新的桥梁。

[let] [ˌem 'i:]['menʃ(ə)n] [ə'nʌðə(r)] ['veri] [rɪ'mɑ:kəb(ə)l] ['steɪtmənt] [ɒv; əv] ['kæntərz] [wɪtʃ] [stændz][ɪn][ðə; ði]
Let me mention another very remarkable statement of Cantor's which stands in the
让 我 提到 其他 非常 卓越 陈述 的 坎托尔的 哪个 站立 在 这
[kləusɪst] [kə'nekʃn] [wɪð] [ðə; ði] ['θɪərəm] ['menʃ(ə)nd] [ænd; ənd] [wɪtʃ] ,
closest connection with the theorem mentioned and which ,
最接近 联系 和 这 定理 提及 和 哪个 ,

让我提及康托尔的另一个非常引人注目的论断，它与前面提到的定理联系最为密切，而且，

[pə'hæps] , ['ɒfəz] [ðə; ði] [ki:] [tu:; tə][ɪts] [pru:f] .
perhaps , offers the key to its proof .
也许 , 优惠 这 钥匙 到 它是 证明 .

或许，它提供了证明其正确性的关键。

['eni] ['sɪstəm] [ɒv; əv]['ri:əl] ['nʌmbəz] [ɪz] [sed] [tu:; tə][bi:; bi] ['ɔ:dəd] ,
Any system of real numbers is said to be ordered ,
任何 系统 的 真实的 数字 是 说 到 是 订购 ,

任何实数系统都被称为有序系统。

[ɪf] [fɔ:(r); fə(r)] ['evri] [tu:] ['nʌmbəz] [ɒv; əv][ðə; ði] ['sɪstəm] [ˌaɪ 'ti:][ɪz] [dɪ'tɜ:mɪnd] [wɪtʃ] [wʌn][ɪz][ðə; ði]
if for every two numbers of the system it is determined which one is the
如果 为了 每一个 二 数字 的 这 系统 它 是 决定 哪个 一 是 这
['ɜ:lɪə(r)] [ænd; ənd] [wɪtʃ] [ðə; ði]['leɪtə(r)] ,
earlier and which the later ,
早些时候 和 哪个 这 之后 ,

如果对于系统中任意两个数字，都能确定哪个数字较早，哪个数字较晚，

[ænd; ənd] [ɪf] [æt; ət][ðə; ði] [seɪm] [taɪm] [ðɪs] [dɪˌtɜ:mɪ'neɪʃ(ə)n] [ɪz][ɒv; əv] [sʌtʃ] [ə; eɪ][kaɪnd] [ðæt] ,
and if at the same time this determination is of such a kind that ,
和 如果 在 这 相同的 时间 这 决心 是 的 这样的 一个 种类 那 ,

同时，如果这一决定是这样的：

[ɪf] [ɪz][bɪ'fɔ:(r)][ænd; ənd][ɪz][bɪ'fɔ:(r)] , [ðen] ['ɔ:lweɪz] ['kɒmz] [bɪ'fɔ:(r)] .
if is before and is before , then always comes before .
如果 是 前 和 是 前 , 然后 总是 来 前 .

如果 is 在前且 is 在前，则总是在前。

[ðə; ði]['nætʃ(ə)rəl] [ə'reɪndʒmənt] [ɒv; əv] ['nʌmbəz] [ɒv; əv][ə; eɪ] ['sɪstəm] [ɪz] [dɪ'faɪnd] [tuː; tə][biː; bi] [ðæt] [ɪn]

The	natural	arrangement	of	numbers	of	a	system	is	defined	to	be	that	in
这	自然的	安排	的	数字	的	一个	系统	是	定义	到	是	那	在

[wɪtʃ] [ðə; ði][smɔːlə(r)] [prɪ'siːdz] [ðə; ði]['lɑːdʒə(r)] .

which	the	smaller	precedes	the	larger	.
哪个	这	较小的	之前	这	更大的	.

一个系统中数字的自然排列方式定义为：较小的数字在前，较大的数字在后。

[bʌt; bət][ðeə(r)][ɑː(r); ə(r)] , [æz; əz][ɪz] ['iːzəli] [siːn] ,

But	there	are	,	as	is	easily	seen	,
但	那里	是	,	作为	是	容易地	已见	,

但显而易见，确实存在这种情况。

['ɪnfɪnətli] ['meni] ['ʌðə(r)] [weɪz] [ɪn] [wɪtʃ] [ðə; ði] ['nʌmbəz] [ɒv; əv][ə; eɪ] ['sɪstəm] [meɪ] [biː; bi] [ə'reɪndʒd] .

infinitely	many	other	ways	in	which	the	numbers	of	a	system	may	be	arranged	.
无限地	许多	其他	方式	在	哪个	这	数字	的	一个	系统	可能	是	安排	.

一个系统中的数字还可以有无数种其他排列方式。

[ɪf] [wiː; wi] [θɪŋk] [ɒv; əv][ə; eɪ] ['defɪnət] [ə'reɪndʒmənt] [ɒv; əv] ['nʌmbəz] [ænd; ənd] [sɪ'lekt] [frɒm; frəm]

If	we	think	of	a	definite	arrangement	of	numbers	and	select	from
如果	我们	思考	的	一个	定	安排	的	数字	和	选择	从

[ðem; ðəm][ə; eɪ][pə'tɪkjələ(r)] ['sɪstəm] [ɒv; əv] [ðiːz] ['nʌmbəz] ,

them	a	particular	system	of	these	numbers	,
他们	一个	特别的	系统	的	这些	数字	,

如果我们设想一个确定的数字排列，并从中选择其中一个特定的数字系统，

[ə; eɪ][səʊ] - [kɔːld] ['pɑːʃ(ə)l] ['sɪstəm] [ɔː(r)] [ə'semblɪdʒ] , [ðɪs] ['pɑːʃ(ə)l] ['sɪstəm] [wɪl] ['ɔːlsəʊ] [pruːv] [tuː; tə]

a	so	-	called	partial	system	or	assemblage	,	this	partial	system	will	also	prove	to
一个	所以	-	称为	部分的	系统	或者	装配	,	这	部分的	系统	将要	还	证明	到

[biː; bi] ['ɔːdəd] .

be	ordered	.
是	订购	.

所谓部分系统或集合体，这个部分系统也将被证明是有序的。

[naʊ] ['kæntɔː(r)] [kən'sidə] [ə; eɪ][pə'tɪkjələ(r)][kaɪnd][ɒv; əv] ['ɔːdəd] [ə'semblɪdʒ] [wɪtʃ] [hiː; hi]

Now	Cantor	considers	a	particular	kind	of	ordered	assemblage	which	he
现在	坎托尔	考虑	一个	特别的	种类	的	订购	装配	哪个	他

['dezigneit, 'dezignit, -neit][æz; əz][ə; eɪ] [wel] ['ɔːdəd] [ə'semblɪdʒ] [ænd; ənd] [wɪtʃ] [ɪz] ['kærəktəˌraɪzd] [ɪn]

designates	as	a	well	ordered	assemblage	and	which	is	characterized	in
指定	作为	一个	出色地	订购	装配	和	哪个	是	特征化的	在

[ðɪs] [wei] ,

this	way	,
这	方式	,

现在康托尔考虑了一种特殊的有序集合，他将其称为良序集合，其特征如下：

[ðæt] [nɒt]['əʊnli][ɪn][ðə; ði] [ə'semblɪdʒ] [ɪt'self][bʌt; bət]['ɔːlsəʊ][ɪn] ['evri] ['pɑːʃ(ə)l] [ə'semblɪdʒ] [ðeə(r)]

that	not	only	in	the	assemblage	itself	but	also	in	every	partial	assemblage	there
那	不是	仅有的	在	这	装配	本身	但	还	在	每一个	部分的	装配	那里

[ɪg'zɪsts][ə; eɪ][fɜːst]['nʌmbə(r)] .

exists	a	first	number	.
存在	一个	第一的	数字	.

不仅在整体中，而且在每个局部组合中都存在第一个数字。

[ðə; ði] ['sɪstəm] [ɒv; əv] ['ɪntɪdʒəz] . . . [ɪn][ðeə(r)]['nætʃ(ə)rəl]['ɔːdə(r)][ɪz] ['evɪdəntli] [ə; eɪ] [wel] ['ɔːdəd]

The	system	of	integers	.	.	.	in	their	natural	order	is	evidently	a	well	ordered
这	系统	的	整数	.	.	.	在	他们的	自然的	命令	是	显然	一个	出色地	订购

[ə'semblɪdʒ] .

assemblage	.
装配	.

整数系统……按其自然顺序排列，显然是一个有序集合。

[ɒn] [ðə; ði] ['ʌðə(r)] [hænd] [ðə; ði] ['sɪstəm] [ɒv; əv] [ɔ:l] ['ri:əl] ['nʌmbəz] , [ai] . [i:] . ,

On	the	other	hand	the	system	of	all	real	numbers	,	i	.	e	.	,
在	这	其他	手	这	系统	的	全部真实的		数字	,	我	.	e	.	,

另一方面，所有实数构成的系统，即，

[ðə; ði] [kən'tɪnjuəm] [ɪn] [ɪts] ['nætʃ(ə)rəl] ['ɔ:də(r)] , [ɪz] ['evɪdəntli] [nɒt] [wel] ['ɔ:dəd] .

the	continuum	in	its	natural	order	,	is	evidently	not	well	ordered	.
这	连续体	在	它是	自然的	命令	,	是	显然	不是	出色地	订购	.

显然，连续体在其自然秩序中并非良序的。

[fɔ:(r); fə(r)] , [ɪf] [wi:; wi] [θɪŋk] [ɒv; əv] [ðə; ði] [pɔɪnts] [ɒv; əv] [ə; eɪ] ['segmənt] [ɒv; əv] [ə; eɪ] [streɪt] [laɪn] ,

For	,	if	we	think	of	the	points	of	a	segment	of	a	straight	line	,
为了	,	如果	我们	思考	的	这	积分	的	一个	部分	的	一个	直的	线	,

因为，如果我们考虑一条直线段上的点，

[wɪð] [ɪts] [ɪ'nɪʃ(ə)l] [pɔɪnt] [ɪk'sklu:dɪd] , [æz; əz] ['aʊə(r)] ['pɑ:ʃ(ə)l] [ə'semblɪdʒ] , [ˌaɪ 'ti:] [wɪl] [hæv; həv] [nəʊ] [fɜ:st] ['elɪmənt] .

with	its	initial	point	excluded	,	as	our	partial	assemblage	,	it	will	have	no	first	element	.
和	它是	最初的	观点	排除	,	作为	我们的	部分的	装配	,	它	将要	有	不	第一的	元素	.

由于排除了初始点，作为我们的部分集合，它将没有第一个元素。

[ðə; ði] ['kwestʃən] [naʊ] [ə'raɪzɪz] ['weðə(r)] [ðə; ði] [təʊ'tæləti] [ɒv; əv] [ɔ:l] ['nʌmbəz] [meɪ] [nɒt] [bi:; bi] [ə'reɪndʒd] [ɪn] [ə'nʌðə(r)] ['mænə(r)] [səʊ] [ðæt] ['evri] ['pɑ:ʃ(ə)l] [ə'semblɪdʒ] [meɪ] [hæv; həv] [ə; eɪ]

The	question	now	arises	whether	the	totality	of	all	numbers	may	not	be	arranged	in	another	manner	so	that	every	partial	assemblage	may	have	a
这	问题	现在	出现	无论	这	总和	的	全部	数字	可能	不是	是	安排	在	其他	方式	所以	那	每一个	部分的	装配	可能	有	一个

现在的问题是，所有数字的总数是否可以以另一种方式排列，使得每个部分集合都可以有一个

[[ˌpi: 'dʒi:] -]

[	Pg	11	]
[	页	-	]

[第11页]

[fɜ:st] ['elɪmənt] , [ai] . [i:] . ,

first	element	,	i	.	e	.	,
第一的	元素	,	我	.	e	.	,

第一个元素，即

['weðə(r)] [ðə; ði] [kən'tɪnjuəm] ['kænɒt] [bi:; bi] [kən'sɪdəd] [æz; əz] [ə; eɪ] [wel] ['ɔ:dəd] [ə'semblɪdʒ] — [ə; eɪ] ['kwestʃən] [wɪtʃ] ['kæntɔ:(r)] [θɪŋks] [mʌst; məst] [bi:; bi] ['ɑ:nsə(r)d] [ɪn] [ðə; ði] [ə'fɜ:mətɪv] .

whether	the	continuum	cannot	be	considered	as	a	well	ordered	assemblage	—	a	question	which	Cantor	thinks	must	be	answered	in	the	affirmative	.
无论	这	连续体	不能	是	经过考虑的	作为	一个	出色地	订购	装配	—	一个	问题	哪个	坎托尔	思考	必须	是	回答	在	这	肯定	.

连续体是否可以被视为一个有序的集合体——康托尔认为这个问题必须得到肯定的回答。

[ˌaɪ 'ti:] [ə'pɪəz] [tu:; tə] [ˌem 'i:] [məʊst] [dɪ'zaɪərəb(ə)l] [tu:; tə] [əb'teɪn] [ə; eɪ] [də'rekt] [pru:f] [ɒv; əv] [ðɪs] [rɪ'mɑ:kəb(ə)l] ['steɪtmənt] [ɒv; əv] ['kæntərz] ,

It	appears	to	me	most	desirable	to	obtain	a	direct	proof	of	this	remarkable	statement	of	Cantor's	,
它	出现	到	我	最多	理想	到	获得	一个	直接的	证明	的	这	卓越	陈述	的	坎托尔的	,

我认为最理想的做法是获得康托尔这一非凡论断的直接证明。

[pə'hæps] [baɪ] ['æktʃuəli] ['gɪvɪŋ] [æn; ən] [ə'reɪndʒmənt] [ɒv; əv] ['nʌmbəz] [sʌtʃ] [ðæt] [ɪn] ['evri] ['pɑːʃ(ə)l]

perhaps	by	actually	giving	an	arrangement	of	numbers	such	that	in	every	partial
也许	经过	实际上	给予	一个	安排	的	数字	这样的	那	在	每一个	部分的

['sɪstəm] [ə; eɪ] [fɜːst] ['nʌmbə(r)] [kæn; kən] [biː; bi] ['pɔɪntɪd] [aʊt] . [ˌtuː'tuː] .

system	a	first	number	can	be	pointed	out	.	2	.
系统	一个	第一的	数字	能	是	尖	出去	.	2	.

或许可以通过给出一个数字排列，使得在每个部分系统中都能指出第一个数字。2.

[ðə; ði] [kəmˌpætə'bɪlətɪ] [ɒv; əv] [ðə; ði] [ˌærɪθ'metɪkl] ['æksɪəmz] .

THE	COMPATIBILITY	OF	THE	ARITHMETICAL	AXIOMS	.
这	兼容性	的	这	算术	公理	.

算术公理的兼容性。

[wen] [wiː; wi] [ɑː(r); ə(r)] [ɪn'geɪdʒd] [ɪn] [ɪn'vestɪgeɪtɪŋ] [ðə; ði] [faʊn'deɪʃ(ə)nz] [ɒv; əv] [ə; eɪ] ['saɪəns] ,

When	we	are	engaged	in	investigating	the	foundations	of	a	science	,
什么时候	我们	是	已订婚的	在	调查	这	基础	的	一个	科学	,

当我们致力于研究一门科学的基础时，

[wiː; wi] [mʌst; məst] [set] [ʌp] [ə; eɪ] ['sɪstəm] [ɒv; əv] ['æksɪəmz] [wɪtʃ] [kən'teɪnz] [æn; ən] [ɪg'zækt] [ænd; ənd]

we	must	set	up	a	system	of	axioms	which	contains	an	exact	and
我们	必须	放	向上	一个	系统	的	公理	哪个	包含	一个	精确的	和

[kəm'pliːt] [dɪ'skrɪpʃn] [ɒv; əv] [ðə; ði] [rɪ'leɪʃ(ə)nz] [səb'sɪstɪŋ] [bɪ'twiːn] [ðə; ði] [ˌelɪ'mentri] [aɪ'diəz] [ɒv; əv]

complete	description	of	the	relations	subsisting	between	the	elementary	ideas	of
完全的	描述	的	这	关系	生存	之间	这	初级	想法	的

[ðæt] ['saɪəns] .

that	science	.
那	科学	.

我们必须建立一套公理体系，其中包含对该科学基本概念之间存在的关系的精确而完整的描述。

[ðə; ði] ['æksɪəmz] [səʊ] [set] [ʌp] [ɑː(r); ə(r)] [æt; ət] [ðə; ði] [seɪm] [taɪm] [ðə; ði] ['defɪnɪʃənz] [ɒv; əv] [ðəʊz]

The	axioms	so	set	up	are	at	the	same	time	the	definitions	of	those
这	公理	所以	放	向上	是	在	这	相同的	时间	这	定义	的	那些

[ˌelɪ'mentri] [aɪ'diəz] ;

elementary	ideas	;
初级	想法	;

如此建立的公理同时也是这些基本概念的定义；

[ænd; ənd] [nəʊ] ['steɪtmənt] [wɪ'ðɪn] [ðə; ði] [relm] [ɒv; əv] [ðə; ði] ['saɪəns] [huːz] [faʊn'deɪʃ(ə)n] [wiː; wi]

and	no	statement	within	the	realm	of	the	science	whose	foundation	we
和	不	陈述	之内	这	领域	的	这	科学	谁	基础	我们

[ɑː(r); ə(r)] ['testɪŋ] [ɪz] [held] [tuː; tə] [biː; bi] [kə'rekt] [ən'les] [ˌaɪ 'tiː] [kæn; kən] [biː; bi] [dɪ'raɪvd] [frɒm; frəm] [ðəʊz]

are	testing	is	held	to	be	correct	unless	it	can	be	derived	from	those
是	测试	是	握住	到	是	正确的	除非	它	能	是	衍生的	从	那些

['æksɪəmz] [baɪ] [miːnz] [ɒv; əv] [ə; eɪ] ['faɪnaɪt] ['nʌmbə(r)] [ɒv; əv] ['lɒdʒɪk(ə)l] [steps] .

axioms	by	means	of	a	finite	number	of	logical	steps	.
公理	经过	方法	的	一个	有限	数字	的	逻辑	步骤	.

在我们检验其基础的科学领域内，任何陈述，除非能够通过有限数量的逻辑步骤从这些公理推导出来，否则都不能被认为是正确的。

[ə'pɒn] ['kləuzə(r)] [kənˌsɪdə'reɪʃ(ə)n] [ðə; ði] ['kwestʃən] [ə'raɪzɪz] : ['weðə(r)] , [ɪn] ['eni] [wei] ,

Upon	closer	consideration	the	question	arises	:	Whether	,	in	any	way	,
之上	更近	考虑	这	问题	出现	:	无论	,	在	任何	方式	,

仔细考虑后，问题就出现了：无论以何种方式，

['sɜːt(ə)n] ['steɪtmənts] [ɒv; əv] ['sɪŋg(ə)l] ['æksɪəmz] [dɪ'pend] [ə'pɒn] [wʌn] [ə'nʌðə(r)] ,

certain	statements	of	single	axioms	depend	upon	one	another	,
肯定	声明	的	单身的	公理	依赖	之上	一	其他	,

某些关于单一公理的陈述彼此相互依赖，

[ænd; ənd] ['weðə(r)] [ðə; ði]['æksɪəmz] [meɪ] [nɒt] ['ðeəfɔː(r)] [kən'teɪn] ['sɜːt(ə)n] [pɑːts] [ɪn] ['kɒmən] ,

and	whether	the	axioms	may	not	therefore	contain	certain	parts	in	common	,
和	无论	这	公理	可能	不是	所以	包含	肯定	部分	在	常见的	,

因此，这些公理是否可能包含某些共同的部分?

[wɪtʃ] [mʌst; məst][biː; bi]['aɪsəleɪtɪd] [ɪf] [wʌn] ['wɪʃɪz] [tuː; tə] [ə'raɪv] [æt; ət][ə; eɪ] ['sɪstəm] [ɒv; əv]['æksɪəmz]

which	must	be	isolated	if	one	wishes	to	arrive	at	a	system	of	axioms
哪个	必须	是	孤立	如果	一	愿望	到	到达	在	一个	系统	的	公理

[ðæt] [ʃæl; ʃəl][biː; bi][ˌɔːltə'geðə(r)] [ˌɪndɪ'pendənt] [ɒv; əv][wʌn][ə'nʌðə(r)] .

that	shall	be	altogether	independent	of	one	another	.
那	将	是	共	独立的	的	一	其他	.

如果想要建立一个彼此完全独立的公理体系，就必须将这些公理隔离出来。

[bʌt; bət] [ə'bʌv] [ɔːl][aɪ] [wɪʃ] [tuː; tə] ['dezɪgneɪt] [ðə; ði] ['fɒləʊɪŋ] [æz; əz][ðə; ði][məʊst][ɪm'pɔːt(ə)nt] [ə'mʌŋ]

But	above	all	I	wish	to	designate	the	following	as	the	most	important	among
但	多于	全部	我	希望	到	指定	这	下列的	作为	这	最多	重要的	之中

[ðə; ði] ['njuːmərəs] ['kwestʃənz] [wɪtʃ] [kæn; kən][biː; bi] [ɑːskt] [wɪð] [rɪ'gɑːd] [tuː; tə][ðə; ði]['æksɪəmz] :

the	numerous	questions	which	can	be	asked	with	regard	to	the	axioms	:
这	很多的	问题	哪个	能	是	问	和	看待	到	这	公理	:

但最重要的是，我想指出以下几个问题对于这些公理而言最为重要:

[tuː; tə] [pruːv] [ðæt] [ðeɪ] [ɑː(r); ə(r)][nɒt] [ˌkɒntrə'dɪktəri] , [ðæt] [ɪz] ,

To	prove	that	they	are	not	contradictory	,	that	is	,
到	证明	那	他们	是	不是	矛盾的	,	那	是	,

为了证明它们并不矛盾，也就是说，

[ðæt] [ə; eɪ]['faɪnaɪt]['nʌmbə(r)][ɒv; əv]['lɒdʒɪk(ə)l] [steps] [beɪst] [ə'pɒn][ðem; ðəm][kæn; kən]['nevə(r)] [liːd] [tuː; tə]

that	a	finite	number	of	logical	steps	based	upon	them	can	never	lead	to
那	一个	有限	数字	的	逻辑	步骤	基于	之上	他们	能	绝不	带领	到

[ˌkɒntrə'dɪktəri] [rɪ'zʌlts] .

contradictory	results	.
矛盾的	结果	.

基于这些逻辑步骤的有限数量的方法永远不会得出相互矛盾的结果。

[ɪn] [dʒi'ɒmətri] ,

In	geometry	,
在	几何学	,

在几何学中，

[ðə; ði] [pruːf] [ɒv; əv][ðə; ði][kəmˌpætə'bɪlətɪ][ɒv; əv][ðə; ði]['æksɪəmz][kæn; kən][biː; bi] [ɪ'fektɪd] [baɪ]

the	proof	of	the	compatibility	of	the	axioms	can	be	effected	by
这	证明	的	这	兼容性	的	这	公理	能	是	受影响	经过

[kən'strʌktɪŋ] [ə; eɪ]['suːtəb(ə)l] [fiːld] [ɒv; əv] ['nʌmbəz] ,

constructing	a	suitable	field	of	numbers	,
建造	一个	合适的	场地	的	数字	,

可以通过构造一个合适的数域来证明这些公理的兼容性。

[sʌtʃ] [ðæt] [ə'næləgəs] [rɪ'leɪʃ(ə)nz] [bɪ'twiːn] [ðə; ði] ['nʌmbəz] [ɒv; əv] [ðɪs] [fiːld] [ˌkɒrə'spɒnd] [tuː; tə][ðə; ði]

such	that	analogous	relations	between	the	numbers	of	this	field	correspond	to	the
这样的	那	类似的	关系	之间	这	数字	的	这	场地	对应	到	这

[dʒɪə'metrɪkl] ['æksɪəmz] .

geometrical	axioms	.
几何	公理	.

使得该领域中各数字之间的类似关系与几何公理相对应。

['eni] [ˌkɒntrə'dɪkʃ(ə)n] [ɪn][ðə; ði] [dɪ'dʌkʃnz] [frɒm; frəm][ðə; ði] [dʒɪə'metrɪkl] ['æksɪəmz][mʌst; məst]

Any	contradiction	in	the	deductions	from	the	geometrical	axioms	must
任何	矛盾	在	这	扣除	从	这	几何	公理	必须

[ˌðeərə'pɒn] [biː; bi]['rekəgnaɪzəbl; ˌrekəg'naɪzəbl][ɪn][ðə; ði] [ə'rɪθmətɪk] [ɒv; əv] [ðɪs] [fiːld] [ɒv; əv] ['nʌmbəz] .

thereupon	be	recognizable	in	the	arithmetic	of	this	field	of	numbers	.
于是	是	可识别的	在	这	算术	的	这	场地	的	数字	.

因此，从几何公理推导出的任何矛盾都必须能够在这个数论领域的算术中被发现。

[ɪn] [ðɪs] [wei] [ðə; ði] [dɪ'zaɪəd] [pru:f] [fɔ:(r); fə(r)][ðə; ði][kəm,pætə'bɪləti][ɒv; əv][ðə; ði] [dʒɪə'metrɪkl] ['æksɪəmz]
In this way the desired proof for the compatibility of the geometrical axioms
在 这 方式 这 想要的 证明 为了 这 兼容性 的 这 几何 公理
[ɪz] [meɪd] [tu:; tə] [dɪ'pend] [ə'pɒn][ðə; ði] ['θɪərəm] [ɒv; əv][ðə; ði][kəm,pætə'bɪləti][ɒv; əv][ðə; ði] [,ærɪθ'metɪkl]
is made to depend upon the theorem of the compatibility of the arithmetical
是 制成 到 依赖 之上 这 定理 的 这 兼容性 的 这 算术
['æksɪəmz] .
axioms .
公理 .

这样，几何公理相容性的证明就依赖于算术公理相容性定理。

[ɒn] [ðə; ði]['ʌðə(r)][hænd][ə; eɪ][də'rekt] ['meθəd] [ɪz] ['ni:dɪd] [fɔ:(r); fə(r)][ðə; ði] [pru:f] [ɒv; əv][ðə; ði]
On the other hand a direct method is needed for the proof of the
在 这 其他 手 一个 直接的 方法 是 需要 为了 这 证明 的 这
[kəm,pætə'bɪləti][ɒv; əv][ðə; ði] [,ærɪθ'metɪkl] ['æksɪəmz] .
compatibility of the arithmetical axioms .
兼容性 的 这 算术 公理 .

另一方面，需要一种直接的方法来证明算术公理的兼容性。

[ðə; ði]['æksɪəmz][ɒv; əv] [ə'rɪθmətɪk] [ɑ:(r); ə(r)] [ɪ'senʃəli] ['nʌθɪŋ] [els] [ðæn; ðən][ðə; ði] [nəʊn] [ru:lz]
The axioms of arithmetic are essentially nothing else than the known rules
这 公理 的 算术 是 本质上 没有什么 别的 比 这 已知 规则
[ɒv; əv][,kælkju'leɪʃ(ə)n] ,
of calculation ,
的 计算 ,

算术公理本质上就是已知的计算规则。

[wɪð] [ðə; ði] [ə'dɪʃ(ə)n] [ɒv; əv][ðə; ði]['æksiəm][ɒv; əv][,kɒntɪ'nju:əti] .
with the addition of the axiom of continuity .
和 这 添加 的 这 公理 的 连续性 .

再加上连续性公理。

[ai]['ri:s(ə)ntli] [kə'lektɪd] [ðem; ðəm] [[fɔ:r]] [ænd; ənd][ɪn][səʊ] ['du:ɪŋ] [rɪ'pleɪsd] [ðə; ði]['æksiəm][ɒv; əv]
I recently collected them [4] and in so doing replaced the axiom of
我 最近 集 他们 [4] 和 在 所以 正在做 替换 这 公理 的
[,kɒntɪ'nju:əti][baɪ] [tu:] ['sɪmplə] ['æksɪəmz] ,
continuity by two simpler axioms ,
连续性 经过 二 更简单 公理 ,

我最近收集了它们[4]，并在此过程中用两个更简单的公理取代了连续性公理，

[[,pi: 'dʒi:] -]
[Pg 12]
[页 -]

[第12页]

['neɪmli] , [ðə; ði] [wel] - [nəʊn] ['æksiəm][ɒv; əv] [,ɑ:ki'mi:di:z] , [ænd; ənd][ə; eɪ] [nju:] ['æksiəm] [ɪ'senʃəli]
namely , the well - known axiom of Archimedes , and a new axiom essentially
即 , 这 出色地 - 已知 公理 的 阿基米德 , 和 一个 新的 公理 本质上
[æz; əz] [f'ɒləʊz] :
as follows :
作为 跟随 :

具体而言，就是著名的阿基米德公理，以及一条基本内容如下的新公理：

[ðæt] ['nʌmbəz] [fɔ:m] [ə; eɪ] ['sɪstəm] [ɒv; əv] [θɪŋz] [wɪtʃ] [ɪz]['keɪpəb(ə)l][ɒv; əv][nəʊ] ['fɜ:ðə(r)] [ɪk'stenʃ(ə)n] ,
that numbers form a system of things which is capable of no further extension ,
那 数字 形式 一个 系统 的 事物 哪个 是 有能力的 的 不 更远 扩大 ,

数字构成了一个事物系统，而这个系统无法进一步扩展。

[æz; əz] [lɒŋ] [æz; əz][ɔ:l][ðə; ði]['ʌðə(r)]['æksɪəmz][həʊld] (['æksiəm][ɒv; əv] [kəm'pli:tnəs]) .
as long as all the other axioms hold (axiom of completeness) .
作为 长的 作为 全部 这 其他 公理 抓住 (公理 的 完整性) .

只要其他所有公理都成立（完备性公理）。

[ai][ˌeɪ 'em] [kən'vɪnst] [ðæt][ˌaɪ 'tiː][mʌst; məst][biː; bi]['pɒsəb(ə)l][tuː; tə][faɪnd][ə; eɪ][də'rekt] [pruːf] [fɔː(r); fə(r)]

I	am	convinced	that	it	must	be	possible	to	find	a	direct	proof	for
我	是	确信	那	它	必须	是	可能的	到	寻找	一个	直接的	证明	为了

[ðə; ði][kəmˌpætə'bɪlətɪ][ɒv; əv][ðə; ði] [ˌærɪθ'metɪkl] ['æksɪəmz] ,

the	compatibility	of	the	arithmetical	axioms	,
这	兼容性	的	这	算术	公理	,

我确信一定可以找到算术公理相容性的直接证明。

[baɪ] [miːnz] [ɒv; əv][ə; eɪ]['keəf(ə)l] ['stʌdi] [ænd; ənd]['suːtəb(ə)l][ˌmɒdɪfɪ'keɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði] [nəʊn] ['meθədz]

by	means	of	a	careful	study	and	suitable	modification	of	the	known	methods
经过	方法	的	一个	小心	学习	和	合适的	修改	的	这	已知	方法

[ɒv; əv] ['riːzənɪŋ] [ɪn][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv] [ɪ'ræʃən(ə)l] ['nʌmbəz] .

of	reasoning	in	the	theory	of	irrational	numbers	.
的	推理	在	这	理论	的	非理性	数字	.

通过对无理数理论中已知的推理方法进行仔细研究和适当修改。

[tuː; tə] [ʃəʊ] [ðə; ði] [sɪg'nɪfɪkəns] [ɒv; əv][ðə; ði]['prɒbləm][frɒm; frəm][ə'nʌðə(r)] [pɔɪnt][ɒv; əv] [vjuː] , [ai]

To	show	the	significance	of	the	problem	from	another	point	of	view	,	I
到	展示	这	意义	的	这	问题	从	其他	观点	的	看法	,	我

[ˌeɪ diː 'diː][ðə; ði] ['fɒləʊɪŋ] [ˌɒbzə'veɪʃ(ə)n] :

add	the	following	observation	:
添加	这	下列的	观察	:

为了从另一个角度说明这个问题的重要性，我补充以下观察：

[ɪf] [ˌkɒntrə'dɪktəri] [ə'trɪbjuːts] [biː; bi] [ə'saɪnd] [tuː; tə][ə; eɪ]['kɒnsept] , [ai][seɪ] , [ðæt] [ˌmæθə'mætɪkli]

If	contradictory	attributes	be	assigned	to	a	concept	,	I	say	,	that	mathematically
如果	矛盾的	属性	是	分配	到	一个	概念	,	我	说	,	那	数学上

[ðə; ði]['kɒnsept] [dʌz] [nɒt][ɪg'zɪst] .

the	concept	does	not	exist	.
这	概念	做	不是	存在	.

如果将相互矛盾的属性赋予一个概念，我认为，从数学角度来看，这个概念并不存在。

[səʊ] , [fɔː(r); fə(r)][ɪg'zɑːmp(ə)l] , [ə; eɪ]['riːəl]['nʌmbə(r)] [huːz] [skweə(r)][ɪz] [dʌz] [nɒt][ɪg'zɪst] [ˌmæθə'mætɪkli]

So	,	for	example	,	a	real	number	whose	square	is	does	not	exist	mathematically
所以	,	为了	例子	,	一个	真实的	数字	谁	正方形	是	做	不是	存在	数学上

.

:

.

例如，平方为 1 的实数在数学上是不存在的。

[bʌt; bət] [ɪf] [ˌaɪ 'tiː][kæn; kən][biː; bi] [pruːvd] [ðæt][ðə; ði] [ə'trɪbjuːts] [ə'saɪnd] [tuː; tə][ðə; ði]['kɒnsept]

But	if	it	can	be	proved	that	the	attributes	assigned	to	the	concept
但	如果	它	能	是	已证实	那	这	属性	分配	到	这	概念

[kæn; kən]['nevə(r)] [liːd] [tuː; tə][ə; eɪ][ˌkɒntrə'dɪkʃ(ə)n][baɪ][ðə; ði][ˌæplɪ'keɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ə; eɪ]['faɪnaɪt]['nʌmbə(r)]

can	never	lead	to	a	contradiction	by	the	application	of	a	finite	number
能	绝不	带领	到	一个	矛盾	经过	这	应用	的	一个	有限	数字

[ɒv; əv]['lɒdʒɪk(ə)l] ['prəʊsesɪz] ,

of	logical	processes	,
的	逻辑	流程	,

但是，如果能够证明，通过有限次数的逻辑运算，赋予该概念的属性永远不会导致矛盾，

[ai] [seɪ] [ðæt] [ðə; ði][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] [ɪg'zɪstəns] [ɒv; əv][ðə; ði]['kɒnsept] ([fɔː(r); fə(r)][ɪg'zɑːmp(ə)l] ,

I	say	that	the	mathematical	existence	of	the	concept	(	for	example	,
我	说	那	这	数学	存在	的	这	概念	(	为了	例子	,

我认为该概念的数学存在性（例如，

[ɒv; əv][ə; eɪ]['nʌmbə(r)][ɔː(r)][ə; eɪ]['fʌŋkʃ(ə)n] [wɪtʃ] ['sætɪsfaɪz]['sɜːt(ə)n] [kən'dɪʃ(ə)nz]) [ɪz] [ˌðeə'baɪ] [pruːvd] .

of	a	number	or	a	function	which	satisfies	certain	conditions	)	is	thereby	proved	.
的	一个	数字	或者	一个	功能	哪个	满足	肯定	状况	)	是	从而	已证实	.

由此证明了满足某些条件的数或函数的性质。

[ɪn][ðə; ði] [keɪs] [bɪˈfɔː(r)] [ˌjuː ˈes] , [weə(r)] [wiː; wi][ɑː(r); ə(r)] [kənˈsɜːnd] [wɪð] [ðə; ði]['æksɪəmz][ɒv; əv]['riːəl]

In	the	case	before	us	,	where	we	are	concerned	with	the	axioms	of	real
在	这	案件	前	我们	,	在哪里	我们	是	担心的	和	这	公理	的	真实的

['nʌmbəz] [ɪn] [əˈrɪθmətɪk] ,

numbers	in	arithmetic	,
数字	在	算术	,

在我们面前的这个案例中，我们关注的是算术中实数的公理，

[ðə; ði] [pruːf] [ɒv; əv][ðə; ði][kəmˌpætəˈbɪləti][ɒv; əv][ðə; ði]['æksɪəmz][ɪz][æt; ət][ðə; ði] [seɪm] [taɪm][ðə; ði] [pruːf]

the	proof	of	the	compatibility	of	the	axioms	is	at	the	same	time	the	proof
这	证明	的	这	兼容性	的	这	公理	是	在	这	相同的	时间	这	证明

[ɒv; əv][ðə; ði][ˌmæθəˈmætɪk(ə)l] [ɪgˈzɪstəns] [ɒv; əv][ðə; ði] [kəmˈpliːt] ['sɪstəm] [ɒv; əv]['riːəl] ['nʌmbəz] [ɔː(r)]

of	the	mathematical	existence	of	the	complete	system	of	real	numbers	or
的	这	数学	存在	的	这	完全的	系统	的	真实的	数字	或者

[ɒv; əv][ðə; ði][kənˈtɪnjuəm] .

of	the	continuum	.
的	这	连续体	.

证明公理的相容性，同时也是证明完备实数系或连续统的数学存在性。

[ɪnˈdiːd] , [wen] [ðə; ði] [pruːf] [fɔː(r); fə(r)][ðə; ði][kəmˌpætəˈbɪləti][ɒv; əv][ðə; ði]['æksɪəmz][ʃæl; ʃəl][biː; bi] ['fʊli]

Indeed	,	when	the	proof	for	the	compatibility	of	the	axioms	shall	be	fully
的确	,	什么时候	这	证明	为了	这	兼容性	的	这	公理	将	是	完全

[əˈkʌmplɪʃt] ,

accomplished	,
完成	,

事实上，当公理兼容性的证明完全完成时，

[ðə; ði] [daut] [wɪtʃ] [hæv; həv] [biːn] [ɪkˈsprest] [əˈkeɪʒnəli] [æz; əz][tuː; tə][ðə; ði] [ɪgˈzɪstəns] [ɒv; əv]

the	doubts	which	have	been	expressed	occasionally	as	to	the	existence	of
这	疑虑	哪个	有	到过	表达	偶尔	作为	到	这	存在	的

[ðə; ði] [kəmˈpliːt] ['sɪstəm] [ɒv; əv]['riːəl] ['nʌmbəz] [wɪl] [bɪˈkʌm] ['təʊtəli] ['graʊndləs] .

the	complete	system	of	real	numbers	will	become	totally	groundless	.
这	完全的	系统	的	真实的	数字	将要	变得	完全	无根据的	.

过去偶尔有人对完整实数系统的存在表示怀疑，而这些怀疑将变得完全没有根据。

[ðə; ði][təʊˈtæləti][ɒv; əv]['riːəl] ['nʌmbəz] , [ai] . [iː] . , [ðə; ði][kənˈtɪnjuəm] [əˈkɔːdɪŋ] [tuː; tə][ðə; ði] [pɔɪnt]

The	totality	of	real	numbers	,	i	.	e	.	,	the	continuum	according	to	the	point
这	总和	的	真实的	数字	,	我	.	e	.	,	这	连续体	根据	到	这	观点

[ɒv; əv] [vjuː] [dʒʌst]['ɪndəˌkeɪtɪd] ,

of	view	just	indicated	,
的	看法	只是	表明的	,

从刚才指出的角度来看，实数的总和，即连续统，

[ɪz][nɒt][ðə; ði][təʊˈtæləti][ɒv; əv][ɔːl]['pɒsəb(ə)l]['sɪəriːz][ɪn]['desɪm(ə)l] ['frækʃnz] ,

is	not	the	totality	of	all	possible	series	in	decimal	fractions	,
是	不是	这	总和	的	全部	可能的	系列	在	小数	分数	,

并非所有可能的十进制分数序列的总和，

[ɔː(r)][ɒv; əv][ɔːl]['pɒsəb(ə)l] [lɔːz] [əˈkɔːdɪŋ] [tuː; tə] [wɪtʃ] [ðə; ði] ['elɪmənts] [ɒv; əv][ə; eɪ][ˌfʌndəˈment(ə)l]

or	of	all	possible	laws	according	to	which	the	elements	of	a	fundamental
或者	的	全部	可能的	法律	根据	到	哪个	这	元素	的	一个	基本的

['siːkwəns] [meɪ] [prəˈsiːd] .

sequence	may	proceed	.
顺序	可能	继续	.

或者说，基本序列的要素可能遵循的所有规律。

[ˌaɪ 'tiː][ɪz]['rɑːðə(r)][ə; eɪ] ['sɪstəm] [ɒv; əv] [θɪŋz] [huːz] ['mjuːtʃuəl][rɪ'leɪʃ(ə)nz][ɑː(r); ə(r)] ['gʌvənd] [baɪ][ðə; ði]

It	is	rather	a	system	of	things	whose	mutual	relations	are	governed	by	the
它	是	相当	一个	系统	的	事物	谁	相互的	关系	是	受统治	经过	这

['æksɪəmz][set][ʌp][ænd; ənd][fɔː(r); fə(r)] [wɪtʃ] [ɔːl] [ˌprɔpə'ziʃənz] ,

axioms	set	up	and	for	which	all	propositions	,
公理	放	向上	和	为了	哪个	全部	命题	,

它更像是一个事物系统，其相互关系由既定的公理所支配，所有命题都基于这些公理。

[ænd; ənd]['əʊnli] [ðəʊz] ,

and	only	those	,
和	仅有的	那些	,

仅此而已，

[ɑː(r); ə(r)] [truː] [wɪtʃ] [kæn; kən][biː; bi] [dɪ'raɪvd] [frɒm; frəm][ðə; ði]['æksɪəmz][baɪ][ə; eɪ]['faɪnaɪt]['nʌmbə(r)]

are	true	which	can	be	derived	from	the	axioms	by	a	finite	number
是	真的	哪个	能	是	衍生的	从	这	公理	经过	一个	有限	数字

[ɒv; əv]['lɒdʒɪk(ə)l] ['prəʊsesɪz] .

of	logical	processes	.
的	逻辑	流程	.

可以通过有限次数的逻辑运算从公理推导出的真理。

[ɪn][maɪ][ə'pɪnjən] , [ðə; ði]['kɒnsept][ɒv; əv][ðə; ði][kən'tɪnjuəm][ɪz] ['strɪktli] ['lɒdʒɪkli] ['tenəb(ə)l][ɪn] [ðɪs]

In	my	opinion	,	the	concept	of	the	continuum	is	strictly	logically	tenable	in	this
在	我的	观点	,	这	概念	的	这	连续体	是	严格	逻辑上	站得住脚的	在	这

[sens] ['əʊnli] .

sense	only	.
感觉	仅有的	.

在我看来，连续统的概念只有在这个意义上才是严格意义上的逻辑成立的。

[ˌaɪ 'tiː] [siːm] [tuː; tə][ˌem 'iː] , [ɪn'diːd] , [ðæt] [ðɪs] [ˌkɔːri'spɔnd] [best]['ɔːlsəʊ][tuː; tə] [wɒt] [ɪk'spɪəriəns]

It	seems	to	me	,	indeed	,	that	this	corresponds	best	also	to	what	experience
它	似乎	到	我	,	的确	,	那	这	对应	最好的	还	到	什么	经验

[ænd; ənd][ˌɪntju'ɪʃ(ə)n] [tel] [ˌjuː 'es] .

and	intuition	tell	us	.
和	直觉	告诉	我们	.

在我看来，这似乎也最符合经验和直觉告诉我们的。

[ðə; ði]['kɒnsept][ɒv; əv][ðə; ði][kən'tɪnjuəm][ɔː(r)]['iːv(ə)n] [ðæt] [ɒv; əv][ðə; ði] ['sɪstəm] [ɒv; əv][ɔːl] ['fʌnkʃ(ə)nz]

The	concept	of	the	continuum	or	even	that	of	the	system	of	all	functions
这	概念	的	这	连续体	或者	甚至	那	的	这	系统	的	全部	函数

[ɪg'zɪsts] ,

exists	,
存在	,

连续统的概念，甚至所有函数系统的概念都是存在的。

[ðen] , [ɪn][ɪg'zæktli][ðə; ði] [seɪm] [sens] [æz; əz][ðə; ði] ['sɪstəm] [ɒv; əv] ['ɪntɪgrəl] , ['ræʃ(ə)nəl] ['nʌmbəz] ,

then	,	in	exactly	the	same	sense	as	the	system	of	integral	,	rational	numbers	,
然后	,	在	确切地	这	相同的	感觉	作为	这	系统	的	不可缺少的	,	合理的	数字	,

那么，就其意义而言，与整数有理数系统完全相同，

[fɔː(r); fə(r)][ɪg'zɑːmp(ə)l] , [ɔː(r)][æz; əz] ['kæntərz] ['haɪə(r)] ['klɑːsɪz] [ɒv; əv] ['nʌmbəz] [ænd; ənd]['kɑːdɪn(ə)l]

for	example	,	or	as	Cantor's	higher	classes	of	numbers	and	cardinal
为了	例子	,	或者	作为	坎托尔的	更高	课程	的	数字	和	红衣主教

['nʌmbəz] .

numbers	.
数字	.

例如，或者康托尔的更高阶数类和基数。

[fɔː(r); fə(r)][ai][ˌeɪ 'em] [kən'vɪnst] [ðæt] [ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ɒv; əv][ðə; ði]['lætə(r)] , [dʒʌst][æz; əz] [ðæt] [ɒv; əv]

For	I	am	convinced	that	the	existence	of	the	latter	,	just	as	that	of
为了	我	是	确信	那	这	存在	的	这	后者	,	只是	作为	那	的

[ðə; ði][kən'tɪnjuəm] ,

the	continuum	,
这	连续体	,

因为我确信后者（连续统）的存在，正如连续统的存在一样，

[kæn; kən][biː; bi] [pruːvd] [ɪn][ðə; ði] [sens] [ai][hæv; həv] [dɪ'skraɪbd] ; [ˌʌn'laɪk][ðə; ði]

can	be	proved	in	the	sense	I	have	described	;	unlike	the
能	是	已证实	在	这	感觉	我	有	描述	;	与此不同	这

可以按照我所描述的方式加以证明；与此不同的是

[[ˌpiː 'dʒiː] -]

[	Pg	13	]
[	页	-	]

[第13页]

['sɪstəm] [ɒv; əv][ɔːl]['kɑːdɪn(ə)l] ['nʌmbəz] [ɔː(r)][ɒv; əv][ɔːl] ['kæntərz] ['ɑːlɪf] , [fɔː(r); fə(r)] [wɪtʃ] , [æz; əz]

system	of	all	cardinal	numbers	or	of	all	Cantor's	alephs	,	for	which	,	as
系统	的	全部	红衣主教	数字	或者	的	全部	坎托尔的	alephs	,	为了	哪个	,	作为

[meɪ] [biː; bi] [ʃəʊn] ,

may	be	shown	,
可能	是	所示	,

所有基数或所有康托尔字母 aleph 的系统，正如可以证明的那样，

[ə; eɪ] ['sɪstəm] [ɒv; əv]['æksɪəmz] , [kəm'pætəb(ə)l][ɪn][maɪ] [sens] , ['kænɒt] [biː; bi][set] [ʌp] .

a	system	of	axioms	,	compatible	in	my	sense	,	cannot	be	set	up	.
一个	系统	的	公理	,	兼容的	在	我的	感觉	,	不能	是	放	向上	.

在我看来，无法建立一个兼容的公理体系。

['aɪðə(r)][ɒv; əv] [ðiːz] ['sɪstəmz] [ɪz] , ['ðeəfɔː(r)] , [ə'kɔːdɪŋ] [tuː; tə][maɪ] [ˌtɜːmɪ'nɒlədʒi] , [ˌmæθə'mætɪkli]

Either	of	these	systems	is	,	therefore	,	according	to	my	terminology	,	mathematically
任何一个	的	这些	系统	是	,	所以	,	根据	到	我的	术语	,	数学上

[nɒn] - [ɪg'zɪstənt] .

non	-	existent	.
非	-	存在的	.

因此，按照我的术语来说，这两个系统在数学上都是不存在的。

[frɒm; frəm][ðə; ði] [fiːld] [ɒv; əv][ðə; ði][faʊn'deɪʃ(ə)nz][ɒv; əv] [dʒi'ɒmətri] [ai][ʃʊd; ʃəd][laɪk][tuː; tə]['menʃ(ə)n]

From	the	field	of	the	foundations	of	geometry	I	should	like	to	mention
从	这	场地	的	这	基础	的	几何学	我	应该	喜欢	到	提到

[ðə; ði] ['fɒləʊɪŋ] ['prɒbləm] : [[fɔːr]]

the	following	problem	:	[	4	]
这	下列的	问题	:	[	4	]

从几何基础领域，我想提一下以下问题：[4]

['jɑːrəsˌbɛˌrɪxt] [dɜːr] - - - [fɛɐ'aɪnɪgʊŋ] , [vɒl] . [eit] (-) , [piː] . - . [θriː] .

Jahresbericht	der	Deutchen	Mathematiker	-	Vereinigung	,	vol	.	8	(	1900	)	,	p	.	180	.	3	.
年度报告	德尔	-	-	-	协会	,	卷	.	8	(	-	)	,	p	.	-	.	3	.

德国数学协会年报，卷。8（1900），第 17 页。180.3。

[ðə; ði] [i'kwɒləti] [ɒv; əv][ðə; ði] ['vɒljuːmz] [ɒv; əv] [tuː] [ˌtetrə'hiːdrə] [ɒv; əv] ['iːkwəl] ['beɪsiːz][ænd; ənd]

THE	EQUALITY	OF	THE	VOLUMES	OF	TWO	TETRAHEDRA	OF	EQUAL	BASES	AND
这	平等	的	这	卷	的	二	四面体	的	平等的	基地	和

['iːkwəl] ['æltɪtjuːdz] .

EQUAL	ALTITUDES	.
平等的	海拔	.

底面相等、高度相等的两个四面体的体积相等。

[ɪn] [tuː] ['lɛtəz] [tuː; tə] ['gɜːrlɪŋ] ,
In two letters to Gerling ,
在 二 信件 到 格林 ,

在写给格林的两封信中，

[gaʊs] [[faɪv]] [ɪk'spresɪz] [hɪz; ɪz] [rɪ'gret] [ðæt] ['sɜːt(ə)n] ['θiːərəmz] [ɒv; əv]['sɒlɪd] [dʒi'ɒmətri] [dɪ'pend]
Gauss [5] expresses his regret that certain theorems of solid geometry depend
高斯 [5] 表达 他的 后悔 那 肯定 定理 的 坚硬的 几何学 依赖
[ə'pɒn][ðə; ði] ['meθəd] [ɒv; əv] [ɪg'zɔːstʃən] ,
upon the method of exhaustion ,
之上 这 方法 的 疲惫 ,

高斯[5]表示遗憾，因为立体几何的某些定理依赖于穷竭法，

[ai] . [iː] . [ɪn]['mɒd(ə)n] [ˌfreɪzi'ɒlədʒi] , [ə'pɒn][ðə; ði]['æksiəm][ɒv; əv][ˌkɒntɪ'njuːəti] ([ɔː(r)][ə'pɒn][ðə; ði]['æksiəm]
i . e . in modern phraseology , upon the axiom of continuity (or upon the axiom
我 . e . 在 现代的 用语 , 之上 这 公理 的 连续性 (或者 之上 这 公理
[ɒv; əv] [ˌɑːki'miːdiːz]) .
of Archimedes) .
的 阿基米德) .

即用现代术语来说，基于连续性公理（或基于阿基米德公理）。

[gaʊs] ['menʃnz] [ɪn][pə'tɪkjələ(r)][ðə; ði] ['θɪərəm] [ɒv; əv]['juːklɪd] ,
Gauss mentions in particular the theorem of Euclid ,
高斯 提及 在 特别的 这 定理 的 欧几里得 ,

高斯特别提到了欧几里得定理，

[ðæt] [traɪ'æŋgjələ(r)] ['pɪrəmɪdz] [ɒv; əv]['iːkwəl]['æltɪtjuːdz][ɑː(r); ə(r)][tuː; tə] [iːtʃ] ['ʌðə(r)][æz; əz][ðeə(r)]['beɪsiːz] .
that triangular pyramids of equal altitudes are to each other as their bases .
那 三角形 金字塔 的 平等的 海拔 是 到 每个 其他 作为 他们的 基地 .

等高的三角锥体互为底面。

[naʊ] [ðə; ði] [ə'næləgəs] ['prɒbləm] [ɪn][ðə; ði] [pleɪn] [hæz; həz] [biːn] [sɒlvd] . [[sɪks]] ['gɜːrlɪŋ] ['ɔːlsəʊ]
Now the analogous problem in the plane has been solved . [6] Gerling also
现在 这 类似的 问题 在 这 飞机 有 到过 已解决 . [6] 格林 还
[sək'siːdɪd] [ɪn] ['pruːvɪŋ] [ðə; ði] [i'kwɒləti] [ɒv; əv] ['vɒljuːm] [ɒv; əv] [sɪ'metrɪk(ə)l] [ˌpɒlɪ'hiːdrə] [baɪ] [dɪ'vaɪdɪŋ]
succeeded in proving the equality of volume of symmetrical polyhedra by dividing
成功了 在 证明 这 平等 的 体积 的 对称的 多面体 经过 分割
[ðem; ðəm]['ɪntuː] ['kɒŋgruənt] [pɑːts] .
them into congruent parts .
他们 进入 全等 部分 .

现在，平面上的类似问题已经得到解决。[6] Gerling 还通过将对称多面体分割成全等的部分，成功地证明了对称多面体的体积相等。

[ˌnevəðə'les] ,
Nevertheless ,
尽管如此 ,

尽管如此，

[ˌaɪ 'tiː] [siːm] [tuː; tə][ˌem 'iː]['prɒbəb(ə)l] [ðæt] [ə; eɪ]['dʒen(ə)rəl] [pruːf] [ɒv; əv] [ðɪs] [kaɪnd][fɔː(r); fə(r)][ðə; ði]
it seems to me probable that a general proof of this kind for the
它 似乎 到 我 可能 那 一个 一般的 证明 的 这 种类 为了 这
['θɪərəm] [ɒv; əv]['juːklɪd][dʒʌst] ['menʃ(ə)nd] [ɪz][ɪm'pɒsəb(ə)l] ,
theorem of Euclid just mentioned is impossible ,
定理 的 欧几里得 只是 提及 是 不可能的 ,

在我看来，对于刚才提到的欧几里得定理，这种类型的普遍证明似乎是不可能存在的。

[ænd; ənd][ˌaɪ 'tiː][ʃʊd; ʃəd][biː; bi]['aʊə(r)][tɑːsk][tuː; tə] [gɪv] [ə; eɪ] ['rɪgərəs] [pruːf] [ɒv; əv][ɪts] [ɪmˌpɒsə'bɪləti] .
and it should be our task to give a rigorous proof of its impossibility .
和 它 应该 是 我们的 任务 到 给 一个 严格的 证明 的 它是 不可能 .

而我们的任务就是给出严格的证明，证明这是不可能的。

[ðɪs] [wʊd] [biː; bi] [əbˈteɪnd] ,
This would be obtained ,
这 会 是 获得 ,

这将得到：

[æz; əz] [suːn] [æz; əz][wiː; wi] [səkˈsiːdɪd] [ɪn] [ˈspesɪfaɪɪŋ] [tuː] [ˌtetrəˈhiːdrə] [ɒv; əv][ˈiːkwəl][ˈbeɪsiːz][ænd; ənd]
as soon as we succeeded in specifying two tetrahedra of equal bases and
作为 很快 作为 我们 成功了 在 指定 二 四面体 的 平等的 基地 和
[ˈiːkwəl][ˈæltɪtjuːdz] [wɪtʃ] [kæn; kən][ɪn][nəʊ] [weɪ] [biː; bi] [splɪt] [ʌp][ˈɪntuː] [ˈkɒŋgruənt] [ˌtetrəˈhiːdrə] ,
equal altitudes which can in no way be split up into congruent tetrahedra ,
平等的 海拔 哪个 能 在 不 方式 是 分裂 向上 进入 全等 四面体 ,

一旦我们成功地指定了两个底边相等、高也相等的四面体，并且这两个四面体无论如何都不能分割成全等的四面体，

[ænd; ənd] [wɪtʃ] [ˈkænɒt] [biː; bi] [kəmˈbaɪnd] [wɪð] [ˈkɒŋgruənt] [ˌtetrəˈhiːdrə] [tuː; tə] [fɔːm] [tuː] [ˌpɒlɪˈhiːdrə]
and which cannot be combined with congruent tetrahedra to form two polyhedra
和 哪个 不能 是 合并 和 全等 四面体 到 形式 二 多面体
[wɪtʃ] [ðəmˈselvz] [kʊd; kəd][biː; bi] [splɪt] [ʌp][ˈɪntuː] [ˈkɒŋgruənt] [ˌtetrəˈhiːdrə] . [[ˈsɛvən]] [[faɪv]]
which themselves could be split up into congruent tetrahedra . [7] [5]
哪个 他们自己 可以 是 分裂 向上 进入 全等 四面体 . [7] [5]

并且不能与全等四面体组合形成两个多面体，这两个多面体本身又不能分割成全等四面体。[7][5]

[ˈvɛrkə] , [vɒl] .
Werke , vol .
工厂 , 卷 .

Werke，卷。

[eɪt] , [ˌpiː ˈpiː] .
8 , pp .
8 , pp .

8，第 10 页

- [ænd; ənd] - . [[sɪks]]
241 and 244 . [6]
- 和 - . [6]

241 和 244.[6]

[ˌsiː ˈef] . , [bɪˈsaɪd] [ˈɜːlɪə(r)] [ˈlɪtrətʃə(r); ˈlɪtərətʃə] , [ˈhɪlbɜːrt] , [ˈgrʊntˌlɑːgən] [dɜːr][ˌdʒiːəˈmetrɪk] , [ˈlaɪpzɪg] , -
Cf . , beside earlier literature , Hilbert , Grundlagen der Geometric , Leipzig , 1899
cf . , 旁 早些时候 文学 , 希尔伯特 , grundlagen 德尔 几何的 , 莱比锡 , -
, [tʃeɪtʃ] . [fɔːr] .
, ch . 4 .
, ch . 4 .

参见早期文献，Hilbert, Grundlagen der Geometric, Leipzig, 1899, ch.4。

[[trænzˈleɪʃ(ə)n][baɪ] [ˈtaʊn.zənd] , [ʃɪˈkɑːgəʊ] , - .] [[ˈsɛvən]]
[Translation by Townsend , Chicago , 1902 .] [7]
[翻译 经过 汤森德 , 芝加哥 , - .] [7]

[汤森德译，芝加哥，1902 年。][7]

[sɪns] [ðɪs] [wɒz; wəz] [ˈrɪt(ə)n] [her] [deɪn] [hæz; həz] [səkˈsiːdɪd] [ɪn] [ˈpruːvɪŋ] [ðɪs] [ɪmˌpɒsəˈbɪləti] .
Since this was written Herr Dehn has succeeded in proving this impossibility .
自从 这 曾是 书面 先生 德恩 有 成功了 在 证明 这 不可能 .

自此之后，德恩先生已经成功证明了这种不可能。

[siː] [hɪz; ɪz] [nəʊt] : " [ˈuːbər] - - , " [ɪn] [ˈnɑːxˌrɪxtən] [diː] . [keɪ] . - .
See his note : " Ueber raumgleiche Polyeder , " in Nachrichten d . K . Gesellsch .
看 他的 笔记 : " ueber - - , " 在 新闻 d . K . - .

请参阅他的注释："Ueber raumgleiche Polyeder"，《Nachrichten d》。K.格塞尔施。

[diː] . [wɪs] .
d . Wiss .
d . 维斯 .

d. Wiss。

[zuː] ['gəːtiŋən] , - , [ænd; ənd][ə; eɪ]['peɪpə(r)] [suːn] [tuː; tə] [ə'pɪə(r)] [ɪn][ðə; ði] [mæθ] .

zu	Göttingen	,	1900	,	and	a	paper	soon	to	appear	in	the	Math	.
祖	哥廷根	,	-	,	和	一个	纸	很快	到	出现	在	这	数学	.

zu Göttingen，1900 年，一篇论文即将发表在《数学》杂志上。

['ænələn] [[vɒl] .

Annalen	[	vol	.
安娜伦	[	卷	.

Annalen [卷.

- , [ˌpiː 'piː] . - - -] . [fɔːr] .

55	,	pp	.	405	-	478	]	.	4	.
-	,	pp	.	-	-	-	]	.	4	.

55，第405-478页]。4.

['prɒbləm] [ɒv; əv][ðə; ði] [streɪt] [laɪn]

PROBLEM	OF	THE	STRAIGHT	LINE
问题	的	这	直的	线

直线问题

[æz; əz][ðə; ði] [ʃɔːtɪst] ['dɪstəns] [bɪ'twiːn] [tuː] [pɔɪnts] .

AS	THE	SHORTEST	DISTANCE	BETWEEN	TWO	POINTS	.
作为	这	最短	距离	之间	二	积分	.

两点之间的最短距离。

[ə'nʌðə(r)] ['prɒbləm] [rɪ'leɪtɪŋ] [tuː; tə][ðə; ði][faʊn'deɪʃ(ə)nz][ɒv; əv] [dʒi'ɒmətri] [ɪz] [ðɪs] :

Another	problem	relating	to	the	foundations	of	geometry	is	this	:
其他	问题	相关	到	这	基础	的	几何学	是	这	:

与几何基础相关的另一个问题是：

[ɪf] [frɒm; frəm] [ə'mʌŋ] [ðə; ði]['æksɪəmz] ['nesəsəri] [tuː; tə] [ɪ'stæblɪʃ] ['ɔːd(ə)n(ə)ri] [juː'klɪdiən] [dʒi'ɒmətri] ,

If	from	among	the	axioms	necessary	to	establish	ordinary	euclidean	geometry	,
如果	从	之中	这	公理	必要的	到	建立	普通的	欧几里得	几何学	,

[wiː; wi] [ɪk'skluːd] [ðə; ði]['æksiəm] [ɒv; əv] ['pærəlels] ,

we	exclude	the	axiom	of	parallels	,
我们	排除	这	公理	的	平行线	,

如果从建立普通欧几里得几何所必需的公理中，我们排除平行线公理，

[ɔː(r)] [ə'sjuːm] [ˌaɪ 'tiː][æz; əz][nɒt]['sætɪsfaɪd] , [bʌt; bət] [rɪ'teɪn] [ɔːl]['ʌðə(r)]['æksɪəmz] , [wiː; wi] [əb'teɪn] ,

or	assume	it	as	not	satisfied	,	but	retain	all	other	axioms	,	we	obtain	,
或者	认为	它	作为	不是	使满意	,	但	保持	全部	其他	公理	,	我们	获得	,

或者假设它不成立，但保留所有其他公理，我们得到：

[æz; əz][ɪz] [wel] [nəʊn] , [ðə; ði] [dʒi'ɒmətri] [ɒv; əv] [ˌlɑːbə'tʃɛfski] ([ˌhaɪpə'bɒlɪk] [dʒi'ɒmətri]) .

as	is	well	known	,	the	geometry	of	Lobachevsky	(	hyperbolic	geometry	)	.
作为	是	出色地	已知	,	这	几何学	的	罗巴切夫斯基	(	双曲	几何学	)	.

众所周知，罗巴切夫斯基几何（双曲几何）。

[wiː; wi] [meɪ] ['ðeəfɔː(r)] [seɪ] [ðæt] [ðɪs] [ɪz][ə; eɪ] [dʒi'ɒmətri] ['stændɪŋ] [nekst][tuː; tə] [juː'klɪdiən] [dʒi'ɒmətri] .

We	may	therefore	say	that	this	is	a	geometry	standing	next	to	euclidean	geometry	.
我们	可能	所以	说	那	这	是	一个	几何学	常设	下一个	到	欧几里得	几何学	.

因此我们可以说，这是与欧几里得几何并驾齐驱的一种几何。

[ɪf]

If
如果

如果

[[ˌpiː 'dʒiː] -]

[	Pg	14	]
[	页	-	]

[第14页]

[wiː; wi][rɪˈkwaɪə(r)] [ˈfɜːðə(r)] [ðæt] [ðæt] [ˈæksiəm][biː; bi][nɒt][ˈsætɪsfaɪd] [weəˈbaɪ] , [ɒv; əv] [θriː] [pɔɪnts]

we	require	further	that	that	axiom	be	not	satisfied	whereby	,	of	three	points
我们	要求	更远	那	那	公理	是	不是	使满意	由此	,	的	三	积分

[ɒv; əv][ə; eɪ] [streɪt] [laɪn] ,

of	a	straight	line	,
的	一个	直的	线	,

我们进一步要求该公理不成立，即对于一条直线上的三个点，

[wʌn][ænd; ənd][ˈəʊnli][wʌn][laɪz] [bɪˈtwiːn] [ðə; ðɪ][ˈʌðə(r)] [tuː] , [wiː; wi][əbˈteɪn] [ˈriːmɑːnz] ([ɪˈlɪptɪk])

one	and	only	one	lies	between	the	other	two	,	we	obtain	Riemann's	(	elliptic	)
一	和	仅有的	一	谎言	之间	这	其他	二	,	我们	获得	黎曼的	(	椭圆	)

[dʒiˈɒmətri] ,

geometry	,
几何学	,

当且仅当一个点位于另外两个点之间时，我们就得到了黎曼（椭圆）几何。

[səʊ] [ðæt] [ðɪs] [dʒiˈɒmətri] [əˈpɪəz] [tuː; tə][biː; bi][ðə; ðɪ][nekst][ˈɑːftə(r)] - .

so	that	this	geometry	appears	to	be	the	next	after	Lobachevsky's	.
所以	那	这	几何学	出现	到	是	这	下一个	后	-	.

因此，这种几何学似乎是继罗巴切夫斯基几何学之后的下一个几何学。

[ɪf] [wiː; wi] [wɪʃ] [tuː; tə] [ˈkæri] [aʊt][ə; eɪ][ˈsɪmələ(r)][ɪnˌvestɪˈgeɪʃ(ə)n] [wɪð] [rɪˈspekt] [tuː; tə][ðə; ðɪ][ˈæksiəm]

If	we	wish	to	carry	out	a	similar	investigation	with	respect	to	the	axiom
如果	我们	希望	到	携带	出去	一个	相似的	调查	和	尊重	到	这	公理

[ɒv; əv] [ˌɑːkiˈmiːdiːz] ,

of	Archimedes	,
的	阿基米德	,

如果我们想对阿基米德公理进行类似的调查，

[wiː; wi][mʌst; məst] [lʊk] [əˈpɒn] [ðɪs] [æz; əz][nɒt][ˈsætɪsfaɪd] ,

we	must	look	upon	this	as	not	satisfied	,
我们	必须	看	之上	这	作为	不是	使满意	,

我们必须将此视为不满足，

[ænd; ənd][wiː; wi] [əˈraɪv] [ˌðeəˈbaɪ] [æt; ət][ðə; ðɪ][nɒn] - [ˌɑːkiˈmiːdiən] [dʒiˈɔmitriz] [wɪtʃ] [hæv; həv] [biːn]

and	we	arrive	thereby	at	the	non	-	archimedean	geometries	which	have	been
和	我们	到达	从而	在	这	非	-	阿基米德	几何形状	哪个	有	到过

[ɪnˈvestɪgeɪtɪd] [baɪ] [ˌverəˈniːz] [ænd; ənd][maɪˈself] .

investigated	by	Veronese	and	myself	.
调查	经过	维罗纳	和	我	.

由此，我们得到了维罗内塞和我研究过的非阿基米德几何。

[ðə; ðɪ][mɔː(r)][ˈdʒen(ə)rəl] [ˈkwestʃən] [naʊ] [əˈraɪzɪz] : ['weðə(r)] [frɒm; frəm][ˈʌðə(r)] [səˈdʒestɪv] ['stændpɔint]

The	more	general	question	now	arises	:	Whether	from	other	suggestive	standpoints
这	更多的	一般的	问题	现在	出现	:	无论	从	其他	暗示性的	立场

[dʒiˈɔmitriz] [meɪ] [nɒt][biː; bi] [dɪˈvaɪzd] [wɪtʃ] ,

geometries	may	not	be	devised	which	,
几何形状	可能	不是	是	设计	哪个	,

现在出现了一个更普遍的问题：从其他启发性的角度是否可以设计出几何形状，而这些几何形状又如何呢?

[wɪð] [ˈiːkwəl] [raɪt] , [stænd][nekst][tuː; tə] [juːˈklɪdiən] [dʒiˈɒmətri] .

with	equal	right	,	stand	next	to	euclidean	geometry	.
和	平等的	正确的	,	站立	下一个	到	欧几里得	几何学	.

与欧几里得几何享有同等的权利。

[hɪə(r)][aɪ][ʃʊd; ʃəd][laɪk][tuː; tə][dəˈrekt][jɔː(r); jə(r)] [əˈtenʃ(ə)n] [tuː; tə][ə; eɪ] [ˈθɪərəm] [wɪtʃ] [hæz; həz] ,

Here	I	should	like	to	direct	your	attention	to	a	theorem	which	has	,
这里	我	应该	喜欢	到	直接的	你的	注意力	到	一个	定理	哪个	有	,

在此，我想提请大家注意一个定理，该定理具有以下特点：

[ɪn'di:d] , [bi:n] [ɪm'plɔɪd] [baɪ] ['meni] ['ɔ:θəz] [æz; əz][ə; eɪ][ˌdefɪ'nɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ə; eɪ] [streɪt] [laɪn] ,

indeed	**,**	**been**	**employed**	**by**	**many**	**authors**	**as**	**a**	**definition**	**of**	**a**	**straight**	**line**	**,**
的确	,	到过	受雇	经过	许多	作者	作为	一个	定义	的	一个	直的	线	,

事实上，许多作者都曾用这个词来定义直线。

[vɪz] . , [ðæt] [ðə; ði] [streɪt] [laɪn] [ɪz][ðə; ði] [ʃɔ:tɪst] ['dɪstəns] [bɪ'twi:n] [tu:] [pɔɪnts] .

viz	**.**	**,**	**that**	**the**	**straight**	**line**	**is**	**the**	**shortest**	**distance**	**between**	**two**	**points**	**.**
即	.	,	那	这	直的	线	是	这	最短	距离	之间	二	积分	.

也就是说，直线是两点之间最短的距离。

[ðə; ði] [ɪ'senʃ(ə)l] ['kɒntent][ɒv; əv] [ðɪs] ['steɪtmənt] [ɹɪdj'u:sɪz][tu:; tə][ðə; ði] ['θɪərəm] [ɒv; əv]['ju:klɪd] [ðæt] [ɪn]

The	**essential**	**content**	**of**	**this**	**statement**	**reduces**	**to**	**the**	**theorem**	**of**	**Euclid**	**that**	**in**
这	基本的	内容	的	这	陈述	减少	到	这	定理	的	欧几里得	那	在

[ə; eɪ]['traɪæŋg(ə)l][ðə; ði][sʌm][ɒv; əv] [tu:] [saɪdz][ɪz]['ɔ:lweɪz]['greɪtə(r)][ðæn; ðən][ðə; ði] [θɜ:d] [saɪd] — [ə; eɪ]

a	**triangle**	**the**	**sum**	**of**	**two**	**sides**	**is**	**always**	**greater**	**than**	**the**	**third**	**side**	**—**	**a**
一个	三角形	这	和	的	二	侧面	是	总是	更大的	比	这	第三	边	—	一个

['θɪərəm] [wɪtʃ] ,

theorem	**which**	**,**
定理	哪个	,

这段话的本质内容可以简化为欧几里得定理，即在三角形中，两边之和总是大于第三边——这一定理，

[æz; əz][ɪz] ['i:zəli] [si:n] , [di:lz] ['səʊlli] [wɪð] [ˌelɪ'mentri] ['kɒnsepts] , [ai] . [i:] . ,

as	**is**	**easily**	**seen**	**,**	**deals**	**solely**	**with**	**elementary**	**concepts**	**,**	**i**	**.**	**e**	**.**	**,**
作为	是	容易地	已见	,	交易	仅	和	初级	概念	,	我	.	e	.	,

显而易见，它只涉及基本概念，即：

[wɪð] [sʌtʃ] [æz; əz][ɑ:(r); ə(r)] [dɪ'raɪvd] [də'rektli] [frɒm; frəm][ðə; ði]['æksɪəmz] , [ænd; ənd][ɪz] ['ðeəfɔ:(r)] [mɔ:(r)]

with	**such**	**as**	**are**	**derived**	**directly**	**from**	**the**	**axioms**	**,**	**and**	**is**	**therefore**	**more**
和	这样的	作为	是	衍生的	直接地	从	这	公理	,	和	是	所以	更多的

[ək'sesəb(ə)l][tu:; tə]['lɒdʒɪk(ə)l][ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n] .

accessible	**to**	**logical**	**investigation**	**.**
可访问	到	逻辑	调查	.

诸如此类的表达式直接来源于公理，因此更容易进行逻辑研究。

['ju:klɪd] [pru:vd] [ðɪs] ['θɪərəm] , [wɪð] [ðə; ði][help][ɒv; əv][ðə; ði] ['θɪərəm] [ɒv; əv][ðə; ði][ɪk'stɪəriə(r)]['æŋg(ə)l]

Euclid	**proved**	**this**	**theorem**	**,**	**with**	**the**	**help**	**of**	**the**	**theorem**	**of**	**the**	**exterior**	**angle**
欧几里得	已证实	这	定理	,	和	这	帮助	的	这	定理	的	这	外部的	角度

,

,

,

欧几里得借助外角定理证明了这个定理。

[ɒn][ðə; ði]['beɪsɪs][ɒv; əv][ðə; ði] ['kɒŋgruəns] ['θi:ərəmz] .

on	**the**	**basis**	**of**	**the**	**congruence**	**theorems**	**.**
在	这	基础	的	这	全等	定理	.

基于全等定理。

[naʊ] [ˌaɪ 'ti:][ɪz] ['redɪli] [ʃəʊn] [ðæt] [ðɪs] ['θɪərəm] [ɒv; əv]['ju:klɪd] ['kænɒt] [bi:; bi] [pru:vd] ['səʊlli] [ɒn]

Now	**it**	**is**	**readily**	**shown**	**that**	**this**	**theorem**	**of**	**Euclid**	**cannot**	**be**	**proved**	**solely**	**on**
现在	它	是	容易	所示	那	这	定理	的	欧几里得	不能	是	已证实	仅	在

[ðə; ði]['beɪsɪs][ɒv; əv] [ðəʊz] ['kɒŋgruəns] ['θi:ərəmz] [wɪtʃ] [rɪ'leɪt] [tu:; tə][ðə; ði][ˌæplɪ'keɪʃ(ə)n][ɒv; əv]

the	**basis**	**of**	**those**	**congruence**	**theorems**	**which**	**relate**	**to**	**the**	**application**	**of**
这	基础	的	那些	全等	定理	哪个	涉及	到	这	应用	的

['segmənts; seg'ments][ænd; ənd] ['æŋglz] ,

segments	**and**	**angles**	**,**
片段	和	角度	,

现在很容易证明，欧几里得的这个定理不能仅仅根据与线段和角的应用相关的全等定理来证明。

[bʌt; bət] [ðæt] [wʌn][ɒv; əv][ðə; ði] ['θi:ərəmz] [ɒn][ðə; ði] ['kɒŋgruəns] [ɒv; əv] ['traɪˌæŋgl] [ɪz] ['nesəsəri] .

but	**that**	**one**	**of**	**the**	**theorems**	**on**	**the**	**congruence**	**of**	**triangles**	**is**	**necessary**	**.**
但	那	一	的	这	定理	在	这	全等	的	三角形	是	必要的	.

但其中一个关于三角形全等的定理是必要的。

[wiː; wi][ɑː(r); ə(r)] ['ɑːskɪŋ] , [ðen] , [fɔː(r); fə(r)][ə; eɪ] [dʒi'ɒmətri] [ɪn] [wɪtʃ] [ɔːl][ðə; ði]['æksɪəmz][ɒv; əv]

We	are	asking	,	then	,	for	a	geometry	in	which	all	the	axioms	of
我们	是	问	,	然后	,	为了	一个	几何学	在	哪个	全部	这	公理	的

['ɔːd(ə)n(ə)ri] [juː'klɪdiən] [dʒi'ɒmətri] [həʊld] ,

ordinary	euclidean	geometry	hold	,
普通的	欧几里得	几何学	抓住	,

因此，我们所要求的几何学，是使得普通欧几里得几何的所有公理都成立。

[ænd; ənd][ɪn][pə'tɪkjələ(r)][ɔːl][ðə; ði] ['kɒŋgruəns] ['æksɪəmz] [ɪk'sept] [ðə; ði][wʌn][ɒv; əv][ðə; ði] ['kɒŋgruəns]

and	in	particular	all	the	congruence	axioms	except	the	one	of	the	congruence
和	在	特别的	全部	这	全等	公理	除了	这	一	的	这	全等

[ɒv; əv] ['traɪˌæŋgl] ([ɔː(r)][ɔːl] [ɪk'sept] [ðə; ði] ['θɪərəm] [ɒv; əv][ðə; ði] [i'kwɒlәti] [ɒv; əv][ðə; ði] [beɪs] ['æŋglz] [ɪn]

of	triangles	(	or	all	except	the	theorem	of	the	equality	of	the	base	angles	in
的	三角形	(	或者	全部	除了	这	定理	的	这	平等	的	这	根据	角度	在

[ðə; ði] [aɪ'sɒsɪˌliːz] ['traɪæŋg(ə)l]) ,

the	isosceles	triangle	)	,
这	等腰三角形	三角形	)	,

特别是除了三角形全等定理（或除了等腰三角形底角相等定理）之外的所有全等公理。

[ænd; ənd][ɪn] [wɪtʃ] , [bɪ'saɪdz] ,

and	in	which	,	besides	,
和	在	哪个	,	除了	,

此外，

[ðə; ði][ˌprɒpə'zɪʃ(ə)n] [ðæt] [ɪn] ['evri] ['traɪæŋg(ə)l][ðə; ði] [sʌm] [ɒv; əv] [tuː] [saɪdz] [ɪz]['greɪtə(r)][ðæn; ðən][ðə; ði]

the	proposition	that	in	every	triangle	the	sum	of	two	sides	is	greater	than	the
这	主张	那	在	每一个	三角形	这	和	的	二	侧面	是	更大的	比	这

[θɜːd] [ɪz] [ə'sjuːmd] [æz; əz][ə; eɪ][pə'tɪkjələ(r)]['æksiəm] .

third	is	assumed	as	a	particular	axiom	.
第三	是	假定	作为	一个	特别的	公理	.

在任何三角形中，两边之和大于第三边这一命题被视为一个特定的公理。

[wʌn][faindz] [ðæt] [sʌtʃ] [ə; eɪ] [dʒi'ɒmətri] ['riːəli] [ɪg'zɪsts][ænd; ənd][ɪz][nəʊ]['ʌðə(r)][ðæn; ðən] [ðæt] [wɪtʃ]

One	finds	that	such	a	geometry	really	exists	and	is	no	other	than	that	which
一	发现	那	这样的	一个	几何学	真的	存在	和	是	不	其他	比	那	哪个

[mɪŋ'kɔːfski] [kən'strʌktɪd] [ɪn][hɪz; ɪz] [bʊk] ,

Minkowski	constructed	in	his	book	,
明科夫斯基	建造	在	他的	书	,

人们发现，这种几何学确实存在，而且正是闵可夫斯基在他的书中构建的那种几何学。

[ˌdʒiːə'metrɪk][dɜːr] ['zɑːlən] , [[eit]] [ænd; ənd] [meɪd] [ðə; ði]['beɪsɪs][ɒv; əv][hɪz; ɪz] [ˌærɪθ'metɪkl]

Geometric	der	Zahlen	,	[	8	]	and	made	the	basis	of	his	arithmetical
几何的	德尔	扎伦	,	[	8	]	和	制成	这	基础	的	他的	算术

[ɪnˌvestə'geʃən] .

investigations	.
调查	.

Geometric der Zahlen, [8] 并以此为基础展开了他的算术研究。

[mɪŋkɔfskɪɪs] [ɪz] ['ðeəfɔː(r)] ['ɔːlsəʊ][ə; eɪ] [dʒi'ɒmətri] ['stændɪŋ] [nekst][tuː; tə][ðə; ði]['ɔːd(ə)n(ə)ri] [juː'klɪdiən]

Minkowski's	is	therefore	also	a	geometry	standing	next	to	the	ordinary	euclidean
明科夫斯基的	是	所以	还	一个	几何学	常设	下一个	到	这	普通的	欧几里得

[dʒi'ɒmətri] ;

geometry	;
几何学	;

因此，闵可夫斯基几何也是与普通欧几里得几何并驾齐驱的一种几何；

[ˌaɪ 'tiː][ɪz] [ɪ'senʃəli] ['kærəktəˌraɪzd] [baɪ][ðə; ði] ['fɒləʊɪŋ] [stˌɪpjʊl'eɪʃənz] : [wʌn] .

it	is	essentially	characterized	by	the	following	stipulations	:	1	.
它	是	本质上	特征化的	经过	这	下列的	规定	:	1	.

它主要具有以下特点：1.

[ðə; ði] [pɔɪnts] [wɪtʃ] [ɑː(r); ə(r)][æt; ət]['iːkwəl] ['dɪstənsɪz] [frɒm; frəm][ə; eɪ] [fɪkst] [pɔɪnt] [laɪ][ɒn][ə; eɪ]['kɒnveks]

The	points	which	are	at	equal	distances	from	a	fixed	point	lie	on	a	convex
这	积分	哪个	是	在	平等的	距离	从	一个	固定的	观点	说谎	在	一个	凸面

[kləʊzd] ['sɜːfɪs] [ɒv; əv][ðə; ði]['ɔːd(ə)n(ə)ri] [juː'klɪdiən] [speɪs] [wɪð] [æz; əz][ə; eɪ]['sentə(r)] .

closed	surface	of	the	ordinary	euclidean	space	with	as	a	center	.
关闭	表面	的	这	普通的	欧几里得	空间	和	作为	一个	中心	.

到固定点距离相等的点位于以该固定点为中心的普通欧几里得空间的凸闭曲面上。

[[ˌpiː 'dʒiː] -] [ˌtuː'tuː] .

[	Pg	15	]	2	.
[	页	-	]	2	.

[第15页]2.

[tuː] ['segmənts; seg'ments][ɑː(r); ə(r)] [sed] [tuː; tə][biː; bi]['iːkwəl] [wen] [wʌn][kæn; kən][biː; bi] ['kærid] ['ɪntuː]

Two	segments	are	said	to	be	equal	when	one	can	be	carried	into
二	片段	是	说	到	是	平等的	什么时候	一	能	是	携带	进入

[ðə; ði]['ʌðə(r)][baɪ][ə; eɪ][trænz'leɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði]['ɔːd(ə)n(ə)ri] [juː'klɪdiən] [speɪs] .

the	other	by	a	translation	of	the	ordinary	euclidean	space	.
这	其他	经过	一个	翻译	的	这	普通的	欧几里得	空间	.

如果通过在普通欧几里得空间中进行平移，可以将一个线段转换到另一个线段，则称这两个线段相等。

[ɪn] [mɪŋkɔfskiɪs] [dʒi'ɒmətri] [ðə; ði]['æksiəm][ɒv; əv] ['pærəlels] ['ɔːlsəʊ][həʊldz] .

In	Minkowski's	geometry	the	axiom	of	parallels	also	holds	.
在	明科夫斯基的	几何学	这	公理	的	平行线	还	持有	.

在闵可夫斯基几何中，平行公理也成立。

[baɪ] ['stʌdiɪŋ] [ðə; ði] ['θɪərəm] [ɒv; əv][ðə; ði] [streɪt] [laɪn][æz; əz][ðə; ði] [ʃɔːtɪst] ['dɪstəns] [bɪ'twiːn]

By	studying	the	theorem	of	the	straight	line	as	the	shortest	distance	between
经过	学习	这	定理	的	这	直的	线	作为	这	最短	距离	之间

[tuː] [pɔɪnts] ,

two	points	,
二	积分	,

通过研究直线是两点间最短距离的定理，

[aɪ] [ə'raɪvd] [[naɪn]] [æt; ət][ə; eɪ] [dʒi'ɒmətri] [ɪn] [wɪtʃ] [ðə; ði]['pærəlel]['æksiəm] [dʌz] [nɒt][həʊld] ,

I	arrived	[	9	]	at	a	geometry	in	which	the	parallel	axiom	does	not	hold	,
我	到达的	[	9	]	在	一个	几何学	在	哪个	这	平行线	公理	做	不是	抓住	,

我最终得到了[9]一个平行公理不成立的几何学，

[waɪl] [ɔːl]['ʌðə(r)]['æksɪəmz][ɒv; əv] [mɪŋkɔfskiɪs] [dʒi'ɒmətri] [ɑː(r); ə(r)]['sætɪsfaɪd] .

while	all	other	axioms	of	Minkowski's	geometry	are	satisfied	.
尽管	全部	其他	公理	的	明科夫斯基的	几何学	是	使满意	.

而闵可夫斯基几何的所有其他公理都得到满足。

[ðə; ði] ['θɪərəm] [ɒv; əv][ðə; ði] [streɪt] [laɪn][æz; əz][ðə; ði] [ʃɔːtɪst] ['dɪstəns] [bɪ'twiːn] [tuː] [pɔɪnts]

The	theorem	of	the	straight	line	as	the	shortest	distance	between	two	points
这	定理	的	这	直的	线	作为	这	最短	距离	之间	二	积分

[ænd; ənd][ðə; ði] [ɪ'senʃəli] [ɪ'kwɪvələnt] ['θɪərəm] [ɒv; əv]['juːklɪd][ə'baʊt][ðə; ði][saɪdz][ɒv; əv][ə; eɪ]

and	the	essentially	equivalent	theorem	of	Euclid	about	the	sides	of	a
和	这	本质上	相等的	定理	的	欧几里得	关于	这	侧面	的	一个

['traɪæŋg(ə)l] ,

triangle	,
三角形	,

直线定理（即两点间直线最短距离定理）与欧几里得关于三角形边长的定理本质上是等价的。

[pleɪ] [æn; ən][ɪm'pɔːt(ə)nt] [pɑːt] [nɒt]['əʊnli][ɪn]['nʌmbə(r)] ['θɪəri] [bʌt; bət]['ɔːlsəʊ][ɪn][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv]

play	an	important	part	not	only	in	number	theory	but	also	in	the	theory	of
玩	一个	重要的	部分	不是	仅有的	在	数字	理论	但	还	在	这	理论	的

['sɜːrfɪs] [ænd; ənd][ɪn][ðə; ði]['kælkjələs][ɒv; əv] [ˌverɪ'eʃən] .

surfaces	and	in	the	calculus	of	variations	.
表面	和	在	这	结石	的	变体	.

不仅在数论中发挥重要作用，而且在曲面论和变分法中也发挥重要作用。

[fɔː(r); fə(r)] [ðɪs] ['riːz(ə)n] ,
For **this** **reason** **,**
为了 这 原因 ,

为此原因，

[ænd; ənd][bɪ'kəz; bɪ'kɒz][aɪ] [bɪ'liːv] [ðæt] [ðə; ðɪ] ['θʌrə] [ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ðɪ] [kən'dɪʃ(ə)nz]
and **because** **I** **believe** **that** **the** **thorough** **investigation** **of** **the** **conditions**
和 因为 我 相信 那 这 彻底 调查 的 这 状况
[fɔː(r); fə(r)][ðə; ðɪ] [və'lɪdəti] [ɒv; əv] [ðɪs] ['θɪərəm] [wɪl] [θrəʊ] [ə; eɪ] [njuː] [laɪt] [ə'pɒn][ðə; ðɪ][aɪ'dɪə][ɒv; əv]
for **the** **validity** **of** **this** **theorem** **will** **throw** **a** **new** **light** **upon** **the** **idea** **of**
为了 这 有效性 的 这 定理 将要 扔 一个 新的 光 之上 这 主意 的
['dɪstəns] ,
distance **,**
距离 ,

因为我相信，对该定理成立条件的彻底研究将为距离的概念带来新的启示，

[æz; əz] [wel] [æz; əz][ə'pɒn]['ʌðə(r)] [ˌelɪ'mentri] [aɪ'diəz] , [iː] . [dʒiː] . , [ə'pɒn][ðə; ðɪ][aɪ'dɪə][ɒv; əv][ðə; ðɪ] [pleɪn]
as **well** **as** **upon** **other** **elementary** **ideas** **,** **e** **.** **g** **.** **,** **upon** **the** **idea** **of** **the** **plane**
作为 出色地 作为 之上 其他 初级 想法 , e . 克 . , 之上 这 主意 的 这 飞机
,
,
,

以及其他基本概念，例如平面的概念，

[ænd; ənd][ðə; ðɪ] [ˌpɒsə'bɪlətɪ] [ɒv; əv][ɪts][ˌdefɪ'nɪʃ(ə)n][baɪ] [miːnz] [ɒv; əv][ðə; ðɪ][aɪ'dɪə][ɒv; əv][ðə; ðɪ] [streɪt]
and **the** **possibility** **of** **its** **definition** **by** **means** **of** **the** **idea** **of** **the** **straight**
和 这 可能性 的 它是 定义 经过 方法 的 这 主意 的 这 直的
[laɪn] ,
line **,**
线 ,

以及通过直线概念来定义它的可能性，

[ðə; ðɪ] [kən'strʌkʃn] [ænd; ənd] [ˌsɪstə'mætɪk] ['triːtmənt] [ɒv; əv][ðə; ðɪ] [dʒiˈɔmitriz] [hɪə(r)]['pɒsəb(ə)l] [siːm]
the **construction** **and** **systematic** **treatment** **of** **the** **geometries** **here** **possible** **seem**
这 建造 和 系统 治疗 的 这 几何形状 这里 可能的 似乎
[tuː; tə][ˌem 'iː][dɪ'zaɪərəb(ə)l] . [[eɪt]]
to **me** **desirable** **.** **[** **8** **]**
到 我 理想 . [8]

在我看来，这里几何形状的构造和系统处理是可取的。[8]

['laɪpzɪg] , - . [[naɪn]]
Leipzig **,** **1896** **.** **[** **9** **]**
莱比锡 , - . [9]

莱比锡，1896 年。[9]

[mæθ] .
Math **.**
数学 .

数学。

['ænələn] , [vɒl] .
Annalen **,** **vol** **.**
安娜伦 , 卷 .

Annalen，卷。

- , [piː] . - . [faɪv] .
46 **,** **p** **.** **91** **.** **5** **.**
- , p . - . 5 .

46，第 91.5 页。

[laɪz] ['kɒnsept] [ɒv; əv][ə; eɪ] [kən'tɪnjuəs] [gru:p] [ɒv; əv] [tɹænsfɔ:m'eɪʃənz] [wɪ'ðaʊt] [ðə; ði]

LIE'S	CONCEPT	OF	A	CONTINUOUS	GROUP	OF	TRANSFORMATIONS	WITHOUT	THE
谎言	概念	的	一个	连续的	团体	的	转变	没有	这

[ə'sʌmpʃn] [ɒv; əv][ðə; ði] [ˌdɪfəˌrenʃɪə'bɪlɪti] [ɒv; əv][ðə; ði] ['fʌnkʃ(ə)nz] [dɪ'faɪnɪŋ] [ðə; ði] [gru:p] .

ASSUMPTION	OF	THE	DIFFERENTIABILITY	OF	THE	FUNCTIONS	DEFINING	THE	GROUP	.
假设	的	这	可微性	的	这	函数	定义	这	团体	.

李氏连续变换群的概念，无需假设定义该群的函数是可微的。

[[ˌpi: 'dʒi:] -]

[	Pg	16	]
[	页	-	]

[第16页]

[ˌaɪ 'ti:][ɪz] [wel] [nəʊn] [ðæt] [laɪ] , [wɪð] [ðə; ði][eɪd][ɒv; əv][ðə; ði]['kɒnsept][ɒv; əv] [kən'tɪnjuəs] [gru:ps]

It	is	well	known	that	Lie	,	with	the	aid	of	the	concept	of	continuous	groups
它	是	出色地	已知	那	说谎	,	和	这	援助	的	这	概念	的	连续的	团体

[ɒv; əv] [tɹænsfɔ:m'eɪʃənz] ,

of	transformations	,
的	转变	,

众所周知，李利用连续变换群的概念，

[hæz; həz][set][ʌp][ə; eɪ] ['sɪstəm] [ɒv; əv] [dʒɪə'metrɪkl] ['æksɪəmz][ænd; ənd] , [frɒm; frəm][ðə; ði]['stændpɔɪnt]

has	set	up	a	system	of	geometrical	axioms	and	,	from	the	standpoint
有	放	向上	一个	系统	的	几何	公理	和	,	从	这	立场

[ɒv; əv][hɪz; ɪz] ['θɪəri] [ɒv; əv] [gru:ps] ,

of	his	theory	of	groups	,
的	他的	理论	的	团体	,

他建立了一套几何公理体系，并且从他的群论角度来看，

[hæz; həz] [pru:vd] [ðæt] [ðɪs] ['sɪstəm] [ɒv; əv]['æksɪəmz] [sə'fais] [fɔ:(r); fə(r)] [dʒi'ɒmətri] .

has	proved	that	this	system	of	axioms	suffices	for	geometry	.
有	已证实	那	这	系统	的	公理	足够了	为了	几何学	.

已经证明这套公理体系足以满足几何学的需求。

[bʌt; bət] [sɪns] [laɪ] [ə'sju:mz] , [ɪn][ðə; ði] ['veri] [faʊn'deɪʃ(ə)n][ɒv; əv][hɪz; ɪz] ['θɪəri] ,

But	since	Lie	assumes	,	in	the	very	foundation	of	his	theory	,
但	自从	说谎	假设	,	在	这	非常	基础	的	他的	理论	,

但是，由于李在其理论的基础中就假定了这一点，

[ðæt] [ðə; ði] ['fʌnkʃ(ə)nz] [dɪ'faɪnɪŋ] [hɪz; ɪz] [gru:p] [kæn; kən][bi:; bi] [ˌdɪfə'renʃɪeɪtɪd] , [ˌaɪ 'ti:] [rɪ'meɪnz]

that	the	functions	defining	his	group	can	be	differentiated	,	it	remains
那	这	函数	定义	他的	团体	能	是	差异化的	,	它	遗迹

[ˌʌndɪ'saɪdɪd][ɪn] [laɪz] [dɪ'veləpmənt] ,

undecided	in	Lie's	development	,
未决定	在	谎言	发展	,

尽管定义他所在群体的功能可以区分，但在李的理论发展中，这一点仍未确定。

['weðə(r)] [ðə; ði] [ə'sʌmpʃn] [ɒv; əv][ðə; ði] [ˌdɪfəˌrenʃɪə'bɪlɪti] [ɪn] [kə'nekʃn] [wɪð] [ðə; ði]['kwestʃən] [æz; əz]

whether	the	assumption	of	the	differentiability	in	connection	with	the	question	as
无论	这	假设	的	这	可微性	在	联系	和	这	问题	作为

[tu:; tə][ðə; ði]['æksɪəmz][ɒv; əv] [dʒi'ɒmətri] [ɪz] ['æktʃuəli] [ˌʌnə'vɔɪdəb(ə)l] ,

to	the	axioms	of	geometry	is	actually	unavoidable	,
到	这	公理	的	几何学	是	实际上	不可避免的	,

关于几何公理问题，可微性假设是否真的不可避免?

[ɔ:(r)] ['weðə(r)] [ˌaɪ 'ti:] [meɪ] [nɒt] [ə'pɪə(r)] ['rɑ:ðə(r)][æz; əz][ə; eɪ] ['kɒnsɪkwəns] [ɒv; əv][ðə; ði] [gru:p] ['kɒnsept]

or	whether	it	may	not	appear	rather	as	a	consequence	of	the	group	concept
或者	无论	它	可能	不是	出现	相当	作为	一个	结果	的	这	团体	概念

[ænd; ənd][ðə; ði]['ʌðə(r)] [dʒɪə'metrɪkl] ['æksɪəmz] .

and	the	other	geometrical	axioms	.
和	这	其他	几何	公理	.

或者，它可能并非表现形式，而是群概念和其他几何公理的结果。

[ðɪs] [kənˌsɪdə'reɪʃ(ə)n] , [æz; əz] [wel] [æz; əz]['sɜːt(ə)n]['ʌðə(r)]['prɔːbləmz][ɪn] [kə'nekʃn] [wɪð] [ðə; ði]

This	consideration	,	as	well	as	certain	other	problems	in	connection	with	the
这	考虑	,	作为	出色地	作为	肯定	其他	问题	在	联系	和	这

[ˌærɪθ'metɪkl] ['æksɪəmz] ,

arithmetical	axioms	,
算术	公理	,

这一考虑，以及与算术公理相关的其他一些问题，

[brɪŋz] [bɪ'fɔː(r)] [ˌjuː 'es][ðə; ði][mɔː(r)]['dʒen(ə)rəl] ['kwestʃən] :

brings	before	us	the	more	general	question	:
带来	前	我们	这	更多的	一般的	问题	:

这引出了一个更普遍的问题：

[haʊ] [fɑː(r)] [laɪz] ['kɒnsept][ɒv; əv] [kən'tɪnjuəs] [gruːps] [ɒv; əv] [tɹænsfɔːm'eɪʃənz] [ɪz] [ə'prəʊtʃəbl] [ɪn]

How	far	Lie's	concept	of	continuous	groups	of	transformations	is	approachable	in
如何	远的	谎言	概念	的	连续的	团体	的	转变	是	平易近人	在

['aʊə(r)] [ɪnˌvestə'geɪʃən] [wɪ'ðaʊt] [ðə; ði] [ə'sʌmpʃn] [ɒv; əv][ðə; ði] [ˌdɪfəˌrenʃɪə'bɪlɪti] [ɒv; əv][ðə; ði]

our	investigations	without	the	assumption	of	the	differentiability	of	the
我们的	调查	没有	这	假设	的	这	可微性	的	这

['fʌnkʃ(ə)nz] .

functions	.
函数	.

在不假设函数可微的情况下，李的连续变换群概念在我们的研究中能达到什么程度？

[laɪ] [dɪ'faɪnz] [ə; eɪ]['faɪnaɪt] [kən'tɪnjuəs] [gruːp] [ɒv; əv] [tɹænsfɔːm'eɪʃənz] [æz; əz][ə; eɪ] ['sɪstəm] [ɒv; əv]

Lie	defines	a	finite	continuous	group	of	transformations	as	a	system	of
说谎	定义	一个	有限	连续的	团体	的	转变	作为	一个	系统	的

[tɹænsfɔːm'eɪʃənz]

transformations
转变

李将有限连续变换群定义为变换系统。

['hævɪŋ] [ðə; ði] ['prɒpəti] [ðæt] ['eni] [tuː] [ˌɑːbɪ'trerəli; 'ɑːbɪtrəli] ['tʃəʊzn] [tɹænsfɔːm'eɪʃənz] [ɒv; əv][ðə; ði]

having	the	property	that	any	two	arbitrarily	chosen	transformations	of	the
拥有	这	财产	那	任何	二	任意地	选定	转变	的	这

['sɪstəm] , [æz; əz]

system	,	as
系统	,	作为

具有这样的性质：系统的任意两个任意选择的变换，作为

[ə'plaɪd] [sək'sesɪvli] [rɪ'zʌlt] [ɪn][ə; eɪ] [ˌtrænsfə'meɪʃ(ə)n] [wɪtʃ] ['ɔːlsəʊ] [bi'lɔŋz] [tuː; tə][ðə; ði] ['sɪstəm] ,

applied	successively	result	in	a	transformation	which	also	belongs	to	the	system	,
应用	依次	结果	在	一个	转型	哪个	还	属于	到	这	系统	,

连续应用这些变换会产生一个也属于该系统的变换。

[ænd; ənd] [wɪtʃ] [ɪz] ['ðeəfɔː(r)] [ɪk'spresɪbl] [ɪn][ðə; ði] [fɔːm]

and	which	is	therefore	expressible	in	the	form
和	哪个	是	所以	可表达的	在	这	形式

因此，它可以表示为以下形式：

[weə(r)] [ɑː(r); ə(r)]['sɜːt(ə)n] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv][ænd; ənd] .

where	are	certain	functions	of	and	.
在哪里	是	肯定	函数	的	和	.

其中某些函数是 和 。

[ðə; ði] [gruːp] ['prɒpəti] [ðʌs] [faindz][ɪts] [fʊl] [ɪk'spreʃ(ə)n] [ɪn][ə; eɪ] ['sɪstəm] [ɒv; əv] ['fʌŋkʃən(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz]

The	group	property	thus	finds	its	full	expression	in	a	system	of	functional	equations
这	团体	财产	因此	发现	它是	满的	表达	在	一个	系统	的	功能性	方程式

[ænd; ənd][ɒv; əv][ɪt'self][ɪm'pəʊzɪz][nəʊ] [ə'dɪʃən(ə)l] [rɪ'strɪkʃ(ə)nz] [ə'pɒn][ðə; ði] ['fʌnkʃ(ə)nz] .

and	of	itself	imposes	no	additional	restrictions	upon	the	functions	.
和	的	本身	强加	不	额外的	限制	之上	这	函数	.

因此，群性质在函数方程组中得到了充分体现，并且其本身对函数没有施加任何额外的限制。

[jet] [laɪz] ['fɜːðə(r)] ['triːtmənt] [ɒv; əv] [ðiːz] ['fʌŋkʃən(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] , [vɪz] . , [ðə; ðɪ][ˌderɪ'veɪʃ(ə)n][ɒv; əv]

Yet	**Lie's**	**further**	**treatment**	**of**	**these**	**functional**	**equations**	**,**	**viz**	**.**	**,**	**the**	**derivation**	**of**
然而	谎言	更远	治疗	的	这些	功能性	方程式	,	即	.	,	这	推导	的

[ðə; ðɪ] [wel] - [nəʊn] [ˌfʌndə'ment(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] ,

the	**well**	**-**	**known**	**fundamental**	**differential**	**equations**	**,**
这	出色地	-	已知	基本的	微分	方程式	,

然而，李对这些函数方程的进一步处理，即推导出著名的基本微分方程，

[ə'sjuːmz] [ˌnesə'serəli] [ðə; ðɪ][ˌkɒntɪ'njuːəti][ænd; ənd] [ˌdɪfəˌrenʃɪə'bɪlɪti] [ɒv; əv][ðə; ðɪ] ['fʌnkʃ(ə)nz] [dɪ'faɪnɪŋ]

assumes	**necessarily**	**the**	**continuity**	**and**	**differentiability**	**of**	**the**	**functions**	**defining**
假设	一定	这	连续性	和	可微性	的	这	函数	定义

[ðə; ðɪ] [gruːp] .

the	**group**	**.**
这	团体	.

必然假定定义群的函数是连续的和可微的。

[æz; əz] [rɪ'gɑːdz] [ˌkɒntɪ'njuːəti] :

As	**regards**	**continuity**	**:**
作为	问候	连续性	:

关于连续性：

[ðɪs] ['pɒstʃəleɪt] [wɪl] ['sɜːt(ə)nli] [biː; bi] [rɪ'teɪnd] [fɔː(r); fə(r)][ðə; ðɪ]['prez(ə)nt] — [ɪf] ['əʊnli] [wɪð] [ə; eɪ] [vjuː]

this	**postulate**	**will**	**certainly**	**be**	**retained**	**for**	**the**	**present**	**—**	**if**	**only**	**with**	**a**	**view**
这	假定	将要	当然	是	保留	为了	这	展示	—	如果	仅有的	和	一个	看法

[tuː; tə][ðə; ðɪ] [dʒɪə'metrɪkl] [ænd; ənd] [ˌærɪθ'metɪkl] [ˌæplɪ'keɪʃ(ə)nz] ,

to	**the**	**geometrical**	**and**	**arithmetical**	**applications**	**,**
到	这	几何	和	算术	应用程序	,

就目前而言，这一假设肯定会被保留——即使仅仅是为了其在几何和算术方面的应用。

[ɪn] [wɪtʃ] [ðə; ðɪ][ˌkɒntɪ'njuːəti][ɒv; əv][ðə; ðɪ] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɪn] ['kwestʃən] [ə'pɪəz] [æz; əz][ə; eɪ] ['kɒnsɪkwəns]

in	**which**	**the**	**continuity**	**of**	**the**	**functions**	**in**	**question**	**appears**	**as**	**a**	**consequence**
在	哪个	这	连续性	的	这	函数	在	问题	出现	作为	一个	结果

[ɒv; əv][ðə; ðɪ]['æksɪəm][ɒv; əv][ˌkɒntɪ'njuːəti] .

of	**the**	**axiom**	**of**	**continuity**	**.**
的	这	公理	的	连续性	.

其中，所讨论函数的连续性是连续性公理的结果。

[ɒn] [ðə; ðɪ]['ʌðə(r)][hænd][ðə; ðɪ] [ˌdɪfəˌrenʃɪə'bɪlɪti] [ɒv; əv][ðə; ðɪ] ['fʌnkʃ(ə)nz] [dɪ'faɪnɪŋ] [ðə; ðɪ] [gruːp] [kən'teɪnz]

On	**the**	**other**	**hand**	**the**	**differentiability**	**of**	**the**	**functions**	**defining**	**the**	**group**	**contains**
在	这	其他	手	这	可微性	的	这	函数	定义	这	团体	包含

[ə; eɪ] ['pɒstʃəleɪt] [wɪtʃ] ,

a	**postulate**	**which**	**,**
一个	假定	哪个	,

另一方面，定义该群的函数的可微性包含一个公理，即：

[ɪn][ðə; ðɪ] [dʒɪə'metrɪkl] ['æksɪəmz] , [kæn; kən][biː; bi] [ɪk'sprest] ['əʊnli][ɪn][ə; eɪ]['rɑːðə(r)] [fɔːst] [ænd; ənd]

in	**the**	**geometrical**	**axioms**	**,**	**can**	**be**	**expressed**	**only**	**in**	**a**	**rather**	**forced**	**and**
在	这	几何	公理	,	能	是	表达	仅有的	在	一个	相当	强制	和

['kɒmplɪkeɪtɪd] ['mænə(r)] .

complicated	**manner**	**.**
复杂的	方式	.

在几何公理中，只能以一种相当牵强和复杂的方式表达。

[hens] [ðeə(r)][ə'raɪzɪz][ðə; ðɪ] ['kwestʃən] ['weðə(r)] , [θruː] [ðə; ðɪ] [ˌɪntrə'dʌkʃn] [ɒv; əv]['suːtəb(ə)l] [njuː]

Hence	**there**	**arises**	**the**	**question**	**whether**	**,**	**through**	**the**	**introduction**	**of**	**suitable**	**new**
因此	那里	出现	这	问题	无论	,	通过	这	介绍	的	合适的	新的

['verɪəbl] [ænd; ənd] [pə'ræmɪtəz] ,

variables	**and**	**parameters**	**,**
变量	和	参数	,

因此，问题就变成了：通过引入合适的新变量和参数，是否

[ðə; ði] [gruːp] [kæn; kən] ['ɔːlweɪz] [biː; bi] [træns'fɔːmd] ['ɪntuː] [wʌn] [huːz] [dɪ'faɪnɪŋ] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɑː(r); ə(r)]

the	**group**	**can**	**always**	**be**	**transformed**	**into**	**one**	**whose**	**defining**	**functions**	**are**
这	团体	能	总是	是	转变	进入	一	谁	定义	函数	是

[ˌdɪfə'renʃɪəb(ə)l] ;

differentiable	**;**
可微分的	;

该群体总是可以转化为其定义函数可微的群体;

[ɔː(r)] ['weðə(r)] , [æt; ət] [liːst] [wɪð] [ðə; ði] [help] [ɒv; əv] ['sɜːt(ə)n] ['sɪmp(ə)l] [ə'sʌmpʃən] ,

or	**whether**	**,**	**at**	**least**	**with**	**the**	**help**	**of**	**certain**	**simple**	**assumptions**	**,**
或者	无论	,	在	至少	和	这	帮助	的	肯定	简单的	假设	,

或者，至少借助某些简单的假设，

[ə; eɪ] [ˌtrænsfə'meɪʃ(ə)n] [ɪz] ['pɒsəb(ə)l] ['ɪntuː] [gruːps] [əd'mɪtɪŋ] [laɪz] ['meθədz] .

a	**transformation**	**is**	**possible**	**into**	**groups**	**admitting**	**Lie's**	**methods**	**.**
一个	转型	是	可能的	进入	团体	承认	谎言	方法	.

有可能转变为接受李氏方法的群体。

[ə; eɪ] [rɪ'dʌkʃ(ə)n] [tuː; tə] [ˌænə'lɪtɪk] [gruːps] [ɪz] ,

A	**reduction**	**to**	**analytic**	**groups**	**is**	**,**
一个	减少	到	分析	团体	是	,

简化为分析群是:

[ə'kɔːdɪŋ] [tuː; tə] [ə; eɪ] ['θɪərəm] [ə'naʊnst] [baɪ] [laɪ] [-] [bʌt; bət] [fɜːst] [pruːvd] [baɪ] [ʃɜːr] ,

according	**to**	**a**	**theorem**	**announced**	**by**	**Lie**	**[**	**10**	**]**	**but**	**first**	**proved**	**by**	**Schur**	**,**
根据	到	一个	定理	宣布	经过	说谎	[	-	]	但	第一的	已证实	经过	舒尔	,

根据李[10]提出的定理，但该定理首先由舒尔证明，

©叶兴阳双语音标有声读物.本网站点所有英文书籍内容均来自公共领域资源。

经叶兴阳老师独家注音、翻译与重新排版，享有完整版权。未经授权禁止转载或商用。

数学问题(Mathematical Problems)
第2/3页

[-] ['ɔ:lweɪz] ['pɒsəb(ə)l] [wen] [ðə; ði] [gru:p] [ɪz]['trænzətɪv; 'trænsətɪv][ænd; ənd][ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ɒv; əv]
[11] always possible when the group is transitive and the existence of
[-] 总是 可能的 什么时候 这 团体 是 及物动词 和 这 存在 的
[ðə; ði][fɜ:st][ænd; ənd]['sɜ:t(ə)n]['sekənd] [dɪ'rɪvətɪvz] [ɒv; əv][ðə; ði]['fʌnkʃ(ə)nz] [dɪ'faɪnɪŋ] [ðə; ði] [gru:p] [ɪz]
the first and certain second derivatives of the functions defining the group is
这 第一的 和 肯定 第二 衍生物 的 这 函数 定义 这 团体 是
[ə'sju:md] .
assumed .
假定 .

[11] 当群是传递的，并且假定定义群的函数的一阶导数和某些二阶导数存在时，总是可能的。

[[ˌpi: 'dʒi:] -]
[Pg 17]
[页 -]

[第17页]

[fɔ:(r); fə(r)] ['ɪnfɪnət] [gru:ps] [ðə; ði][ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði] [ˌkɒrə'spɒndɪŋ] ['kwestʃən] [ɪz] , [ai] [bɪ'li:v] ,
For infinite groups the investigation of the corresponding question is , I believe ,
为了 无限 团体 这 调查 的 这 相应的 问题 是 , 我 相信 ,
['ɔ:lsəʊ][ɒv; əv] ['ɪntrəst] .
also of interest .
还 的 兴趣 .

我认为，对于无限群而言，研究相应的问题也是很有意义的。

[mɔ:r'əʊvə(r)][wi:; wi][ɑ:(r); ə(r)] [ðʌs] [led][tu:; tə][ðə; ði][waɪd][ænd; ənd] ['ɪntrəstɪŋ] [fi:ld] [ɒv; əv] ['fʌŋkʃən(ə)l]
Moreover we are thus led to the wide and interesting field of functional
而且 我们 是 因此 引领 到 这 宽的 和 有趣的 场地 的 功能性
[ɪ'kweɪʒnz] [wɪtʃ] [hæv; həv] [bi:n] [ˌhɪətu'fɔ:(r)] [ɪn'vestɪgeɪtɪd] ['ju:ʒuəli; 'ju:ʒəli]['əʊnli]['ʌndə(r)][ðə; ði]
equations which have been heretofore investigated usually only under the
方程式 哪个 有 到过 此前 调查 通常 仅有的 在下面 这
[ə'sʌmpʃn] [ɒv; əv][ðə; ði] [ˌdɪfəˌrenʃɪə'bɪlɪti] [ɒv; əv][ðə; ði] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɪn'vɒlvd] .
assumption of the differentiability of the functions involved .
假设 的 这 可微性 的 这 函数 涉及 .

此外，由此我们进入了函数方程这一广阔而有趣的领域，而此前对该领域的研究通常仅限于所涉及函数的可微性假设。

[ɪn][pə'tɪkjələ(r)][ðə; ði] ['fʌŋkʃən(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] ['tri:tɪd] [baɪ]['eɪbəl] [-] [wɪð] [səʊ] [mʌtʃ] [ˌɪndʒə'nju:əti] ,
In particular the functional equations treated by Abel [12] with so much ingenuity ,
在 特别的 这 功能性 方程式 治疗 经过 亚伯 [-] 和 所以 很多 独创性 ,
[ðə; ði] ['dɪfrəns] [ɪ'kweɪʒnz] ,
the difference equations ,
这 不同之处 方程式 ,

特别是Abel[12]以其极富创造性的方式处理的函数方程，以及差分方程，

[ænd; ənd]['ʌðə(r)] [ɪ'kweɪʒnz] [ə'kɜ:rɪŋ] [ɪn][ðə; ði]['lɪtrətʃə(r); 'lɪtərətʃə][ɒv; əv] [ˌmæθə'mætɪks] ,
and other equations occurring in the literature of mathematics ,
和 其他 方程式 发生 在 这 文学 的 数学 ,

以及数学文献中出现的其他方程式，

[du:; də][nɒt] [də'rektli] [ɪn'vɒlv] ['eniθɪŋ] [wɪtʃ] [ni'sesi,teit, nə-][ðə; ði] [rɪ'kwaɪəmənt] [ɒv; əv][ðə; ði]
do not directly involve anything which necessitates the requirement of the
做 不是 直接地 涉及 任何事物 哪个 需要 这 要求 的 这
[ˌdɪfəˌrenʃɪə'bɪlɪti] [ɒv; əv][ðə; ði] [ə'kʌmpənɪɪŋ] ['fʌnkʃ(ə)nz] .
differentiability of the accompanying functions .
可微性 的 这 随同 函数 .

不直接涉及任何需要伴随函数可微性的事项。

[ɪn][ðə; ði] [sɜːtʃ] [fɔː(r); fə(r)]['sɜːt(ə)n] [ɪg'zɪstəns] [pruːfs] [ɪn][ðə; ði]['kælkjələs][ɒv; əv] [ˌverɪ'eʃən] [aɪ] [keɪm]

In	the	search	for	certain	existence	proofs	in	the	calculus	of	variations	I	came
在	这	搜索	为了	肯定	存在	证明	在	这	结石	的	变体	我	来了

[də'rektlɪ] [ə'pɒn][ðə; ði]['prɒbləm] :

directly	upon	the	problem	:
直接地	之上	这	问题	:

在寻求变分法中某些存在性证明的过程中，我直接遇到了这个问题：

[tuː; tə] [pruːv] [ðə; ði] [ˌdɪfəˌrenʃɪə'bɪlɪtɪ] [ɒv; əv][ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n]['ʌndə(r)][kənˌsɪdə'reɪʃ(ə)n][frɒm; frəm][ðə; ði]

To	prove	the	differentiability	of	the	function	under	consideration	from	the
到	证明	这	可微性	的	这	功能	在下面	考虑	从	这

[ɪg'zɪstəns] [ɒv; əv][ə; eɪ] ['dɪfrəns] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] .

existence	of	a	difference	equation	.
存在	的	一个	不同之处	方程	.

通过差分方程的存在性证明所考虑函数的可微性。

[ɪn][ɔːl] [ðiːz] [keɪsɪz] , [ðen] , [ðə; ði]['prɒbləm][ə'raɪzɪz] :

In	all	these	cases	,	then	,	the	problem	arises	:
在	全部	这些	案例	,	然后	,	这	问题	出现	:

因此，在所有这些情况下，都会出现以下问题：

[ɪn] [haʊ] [fɑː(r)][ɑː(r); ə(r)][ðə; ði] [ə'sɜːʃnz] [wɪtʃ] [wiː; wi][kæn; kən] [meɪk] [ɪn][ðə; ði] [keɪs] [ɒv; əv]

In	how	far	are	the	assertions	which	we	can	make	in	the	case	of
在	如何	远的	是	这	断言	哪个	我们	能	制作	在	这	案件	的

[ˌdɪfə'renʃɪəb(ə)l] ['fʌnkʃ(ə)nz] [truː] ['ʌndə(r)]['prɒpə(r)][ˌmɑːdəfə'keɪʃənz] [wɪ'ðaʊt] [ðɪs] [ə'sʌmpʃn] ?

differentiable	functions	true	under	proper	modifications	without	this	assumption	?
可微分的	函数	真的	在下面	恰当的	修改	没有	这	假设	?

在没有此假设的情况下，对于可微函数我们所能做出的断言，在经过适当修改后，在多大程度上是正确的?

[ˌaɪ 'tiː] [meɪ] [biː; bi] ['fɜːðə(r)] [ri'mɑːk] [ðæt] [eɪtʃ] . [mɪŋ'kɔːfski] [ɪn][hɪz; ɪz] [ə'bʌv] - ['menʃ(ə)nd]

It	may	be	further	remarked	that	H	.	Minkowski	in	his	above	-	mentioned
它	可能	是	更远	评论	那	H	.	明科夫斯基	在	他的	多于	-	提及

- ['zɑːlən] [stɑːrts] [wɪð] [ðə; ði] ['fʌŋkʃən(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n]

Geometrieder	Zahlen	starts	with	the	functional	equation
-	扎伦	开始	和	这	功能性	方程

此外，值得注意的是，H. Minkowski 在他上述的《几何数字》中从函数方程开始。

[ænd; ənd][frɒm; frəm] [ðɪs] ['æktʃuəlɪ] [sək'siːdz] [ɪn] ['pruːvɪŋ] [ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ɒv; əv]['sɜːt(ə)n] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l]

and	from	this	actually	succeeds	in	proving	the	existence	of	certain	differential
和	从	这	实际上	成功	在	证明	这	存在	的	肯定	微分

['kwəʊʃ(ə)nts][fɔː(r); fə(r)][ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n][ɪn]['kwestʃən] .

quotients	for	the	function	in	question	.
商	为了	这	功能	在	问题	.

由此，实际上成功地证明了所讨论的函数的某些微分商的存在性。

[ɒn][ðə; ði]['ʌðə(r)][hænd][aɪ] [wɪʃ] [tuː; tə] ['emfəsaɪz] [ðə; ði][fækt] [ðæt] [ðeə(r)] ['sɜːt(ə)nlɪ] [ɪg'zɪst][ˌænə'lɪtɪk(ə)l]

On	the	other	hand	I	wish	to	emphasize	the	fact	that	there	certainly	exist	analytical
在	这	其他	手	我	希望	到	强调	这	事实	那	那里	当然	存在	分析

['fʌŋkʃən(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] [huːz] [səʊl] [sə'lʊʃən] [ɑː(r); ə(r)][nɒn] - [ˌdɪfə'renʃɪəb(ə)l] ['fʌnkʃ(ə)nz] .

functional	equations	whose	sole	solutions	are	non	-	differentiable	functions	.
功能性	方程式	谁	唯一	解决方案	是	非	-	可微分的	函数	.

另一方面，我想强调的是，确实存在一些解析函数方程，它们的唯一解是不可微函数。

[fɔː(r); fə(r)][ɪg'zɑːmp(ə)l][ə; eɪ]['juːnɪfɔːm] [kən'tɪnjuəs] [nɒn] - [ˌdɪfə'renʃɪəb(ə)l] ['fʌŋkʃ(ə)n] [kæn; kən][biː; bi]

For	example	a	uniform	continuous	non	-	differentiable	function	can	be
为了	例子	一个	制服	连续的	非	-	可微分的	功能	能	是

[kən'strʌktɪd] [wɪtʃ] [ˌreprɪ'zents] [ðə; ði]['əʊnli][sə'luːʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði] [tuː] ['fʌŋkʃən(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz]

constructed	which	represents	the	only	solution	of	the	two	functional	equations
建造	哪个	代表	这	仅有的	解决方案	的	这	二	功能性	方程式

例如，可以构造一个均匀连续不可微函数，该函数表示这两个函数方程的唯一解。

[weə(r)] [ænd; ənd][ɑ:(r); ə(r)] [tu:] ['ri:əl] ['nʌmbəz] , [ænd; ənd] [di'nəuts] , [fɔ:(r); fə(r)][ɔ:l][ðə; ði]['ri:əl]['vælju:z]
where 在哪里 **and** 和 **are** 是 **two** 二 **real** 真实的 **numbers** 数字 **,** , **and** 和 **denotes** 表示 **,** , **for** 为了 **all** 全部 **the** 这 **real** 真实的 **values** 值
[ɒv; əv] ,
of 的 **,** ,

其中 和 是两个实数， 表示对于所有实数 ，

[ə; eɪ]['regjələ(r)][ˌænə'lɪtɪk]['ju:nɪfɔ:m]['fʌŋkʃ(ə)n] .
a 一个 **regular** 常规的 **analytic** 分析 **uniform** 制服 **function** 功能 **.** .

一个正则解析一致函数。

[sʌtʃ] ['fʌnkʃ(ə)nz][ɑ:(r); ə(r)] [əb'teɪnd] [ɪn][ðə; ði] ['sɪmplɪst] ['mænə(r)][baɪ] [mi:nz] [ɒv; əv][ˌtrɪgənə'metrɪk(ə)l]
Such 这样的 **functions** 函数 **are** 是 **obtained** 获得 **in** 在 **the** 这 **simplest** 最简单的 **manner** 方式 **by** 经过 **means** 方法 **of** 的 **trigonometrical** 三角函数
['sɪəri:z][baɪ][ə; eɪ]['prəʊses]['sɪmələ(r)][tu:; tə] [ðæt] [ju:st] [baɪ]['bɒrəl] ([ə'kɔ:dɪŋ] [tu:; tə][ə; eɪ]['ri:s(ə)nt]
series 系列 **by** 经过 **a** 一个 **process** 过程 **similar** 相似的 **to** 到 **that** 那 **used** 用过的 **by** 经过 **Borel** 博雷尔 **(** (**according** 根据 **to** 到 **a** 一个 **recent** 最近的
[ə'naʊnsmənt] [ɒv; əv]['pɪkɑ:rd]) [-] [fɔ:(r); fə(r)][ðə; ði] [kən'strʌkʃn] [ɒv; əv][ə; eɪ] ['dʌbli] [ˌpɪəri'ɒdɪk] ,
announcement 公告 **of** 的 **Picard** 皮卡德 **)**) **[** [**13** - **]**] **for** 为了 **the** 这 **construction** 建造 **of** 的 **a** 一个 **doubly** 双倍 **periodic** 周期性 **,** ,

此类函数可以通过三角级数以最简单的方式获得，其过程类似于 Borel（根据 Picard 最近的公告）[13] 用于构造双周期函数的过程，

[nɒn] - [ˌænə'lɪtɪk][sə'lu:ʃ(ə)n][ɒv; əv][ə; eɪ]['sɜ:t(ə)n][ˌænə'lɪtɪk]['pɑ:ʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] .
non 非 **-** - **analytic** 分析 **solution** 解决方案 **of** 的 **a** 一个 **certain** 肯定 **analytic** 分析 **partial** 部分的 **differential** 微分 **equation** 方程 **.** .

某个解析偏微分方程的非解析解。

[[ˌpi: 'dʒi:] -] [-]
[[**Pg** 页 **18** - **]**] **[** [**10** - **]**]

[第18页][10]

[laɪ] - ['ɛŋgəl] , [ˌteɪə'ri:] [dɜ:r] - , [vɒl] .
Lie 说谎 **-** - **Engel** 恩格尔 **,** , **Theorie** 理论 **der** 德尔 **Transformationsgruppen** - **,** , **vol** 卷 **.** .

李-恩格尔，《转型集团理论》，卷。

[θri:] , ['laɪpzɪg] , - , § § - , - . [-]
3 3 **,** , **Leipzig** 莱比锡 **,** , **1893** - **,** , **§** § **§** § **82** - **,** , **144** - **.** . **[** [**11** - **]**]

3，莱比锡，1893 年，第 82、144 节。[11]

" ['u:bər] [den] - ['kærəktər] [dɜ:r][i: aɪ'ɛn i:] [ɛndlɪk] -
" " **Ueber** ueber **den** 丹 **analytischen** - **Charakter** 角色 **der** 德尔 **eine** 一个 **endliche** 结束 **Kontinuierliche** -
- - [fʊŋk'ʧɪo:nən] , " [mæθ] .
Transformationsgruppen - **darstellenden** - **Funktionen** 功能 **,** , **"** " **Math** 数学 **.** .

"Ueber den analytischen Charakter der eine endliche Kontinuierliche Transformationsgruppen darstellenden Funktionen"，"数学。

['ænələn] , [vɒl] . - . [-]
Annalen 安娜伦 **,** , **vol** 卷 **.** . **41** - **.** . **[** [**12** - **]**]

Annalen，第 41 卷。[12]

['vɛrkə] , [vɒl] .
Werke , vol .
工厂 , 卷 .

Werke，卷。

[wʌn] , [ˌpiː 'piː] . [wʌn] , - , - . [-]
1 , pp . 1 , 61 , 389 . [13]
1 , pp . 1 , - , - . [-]

1，第 1、61、389 页。[13]

" [kɛlks] - [fɑːndəmɛntəlz] ['dænz] [lænəlaɪs] - , " - [feɪts] -
" Quelques théories fondamentales dans l'analyse mathématique , " Conférences faites à
" quelques - 基本 丹斯 分析 - , " - 法伊特斯 -
[klɑːk] [ˌjuːnɪ'vɜːsəti] , [rɪ'vjuː] [ˌʒɛnɛ'ʁal] [dez] ['saɪəns] ,
Clark University , Revue générale des Sciences ,
克拉克 大学 , 评论 将军 德斯 科学 ,

"Quelques théories foldamentales dans l'analysis mathématique"，克拉克大学会议，Revue générale des Sciences，

- , [piː] . - . [sɪks] .
1900 , p . 22 . 6 .
- , p . - . 6 .

1900 年，第 22.6 页。

[ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['triːtmənt] [ɒv; əv][ðə; ði]['æksɪəmz][ɒv; əv] ['fɪzɪks] .
MATHEMATICAL TREATMENT OF THE AXIOMS OF PHYSICS .
数学 治疗 的 这 公理 的 物理 .

物理学公理的数学处理。

[ðə; ði] [ɪnˌvestə'geʃən] [ɒn][ðə; ði][faʊn'deɪʃ(ə)nz][ɒv; əv] [dʒi'ɒmətri] [sə'dʒest] [ðə; ði]['prɒbləm] : [tuː; tə] [triːt]
The investigations on the foundations of geometry suggest the problem : To treat
这 调查 在 这 基础 的 几何学 建议 这 问题 : 到 对待
[ɪn][ðə; ði] [teɪm] ['mænə(r)] ,
in the tame manner ,
在 这 驯服 方式 ,

对几何学基础的研究揭示了这样一个问题：以温和的方式处理，

[baɪ] [miːnz] [ɒv; əv]['æksɪəmz] , [ðəʊz] ['fɪzɪk(ə)l] ['saɪəns] [ɪn] [wɪtʃ] [ˌmæθə'mætɪks] [pleɪz] [æn; ən]
by means of axioms , those physical sciences in which mathematics plays an
经过 方法 的 公理 , 那些 身体的 科学 在 哪个 数学 演出 一个
[ɪm'pɔːt(ə)nt] [pɑːt] ;
important part ;
重要的 部分 ;

通过公理，数学在其中发挥重要作用的物理科学；

[ɪn][ðə; ði][fɜːst][ræŋk][ɑː(r); ə(r)][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv] [ˌprɔbə'bilitiz] [ænd; ənd] [mə'kænɪks] .
in the first rank are the theory of probabilities and mechanics .
在 这 第一的 秩 是 这 理论 的 概率 和 机械学 .

概率论和力学位列第一。

[æz; əz][tuː; tə][ðə; ði]['æksɪəmz][ɒv; əv][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv] [ˌprɔbə'bilitiz] ,
As to the axioms of the theory of probabilities ,
作为 到 这 公理 的 这 理论 的 概率 ,

至于概率论的公理，

[-] [ˌaɪ 'tiː] [siːm] [tuː; tə][ˌem 'iː][dɪ'zaɪərəb(ə)l] [ðæt] [ðeə(r)]['lɒdʒɪk(ə)l][ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n][ʃʊd; ʃəd][biː; bi]

[	14	]	it	seems	to	me	desirable	that	their	logical	investigation	should	be
[	-	]	它	似乎	到	我	理想	那	他们的	逻辑	调查	应该	是

[ə'kʌmp(ə)nid] [baɪ][ə; eɪ] ['rɪgərəs] [ænd; ənd][ˌsætɪs'fæktəri] [dɪ'veləpmənt] [ɒv; əv][ðə; ði] ['meθəd] [ɒv; əv]

accompanied	by	a	rigorous	and	satisfactory	development	of	the	method	of
伴随	经过	一个	严格的	和	令人满意的	发展	的	这	方法	的

[miːn] ['vælјuːz][ɪn][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['fɪzɪks] ,

mean	values	in	mathematical	physics	,
意思是	值	在	数学	物理	,

[14] 我认为，对他们的逻辑研究应该伴随着数学物理中平均值方法的严格和令人满意的发展，

[ænd; ənd][ɪn][pə'tɪkjələ(r)][ɪn][ðə; ði][kɪ'netɪk] ['θɪəri] [ɒv; əv]['gæsɪz] .

and	in	particular	in	the	kinetic	theory	of	gases	.
和	在	特别的	在	这	动力学	理论	的	气体	.

尤其是在气体动力学理论中。

[ɪm'pɔːt(ə)nt] [ɪnˌvestə'geɪʃən] [baɪ] ['fɪzɪsɪsts] [ɒn][ðə; ði][faʊn'deɪʃ(ə)nz][ɒv; əv] [mə'kænɪks] [ɑː(r); ə(r)][æt; ət]

Important	investigations	by	physicists	on	the	foundations	of	mechanics	are	at
重要的	调查	经过	物理学家	在	这	基础	的	机械学	是	在

[hænd] ;

hand	;
手	;

物理学家们正在进行力学基础方面的重要研究；

[ai][rɪ'fɜː(r)][tuː; tə][ðə; ði] ['raɪtɪŋz] [ɒv; əv][mɑːk; mæk] , [-]

I	refer	to	the	writings	of	Mach	,	[	15	]
我	参考	到	这	著作	的	马赫	,	[	-	]

我参考了马赫的著作[15]

[hɜːts] , [-]

Hertz	,	[	16	]
赫兹	,	[	-	]

赫兹，[16]

['bɔːltsmɑːn] [-] [ænd; ənd] ['vɑːlkˌmæn] . [-]

Boltzmann	[	17	]	and	Volkmann	.	[	18	]
玻尔兹曼	[	-	]	和	沃尔克曼	.	[	-	]

玻尔兹曼[17]和福尔克曼。[18]

[ˌaɪ 'tiː][ɪz] ['ðeəfɔː(r)] ['veri] [dɪ'zaɪərəb(ə)l] [ðæt] [ðə; ði] [dɪ'skʌʃ(ə)n] [ɒv; əv][ðə; ði][faʊn'deɪʃ(ə)nz][ɒv; əv]

It	is	therefore	very	desirable	that	the	discussion	of	the	foundations	of
它	是	所以	非常	理想	那	这	讨论	的	这	基础	的

[mə'kænɪks] [biː; bi]['teɪkən][ʌp][baɪ] [ˌmæθəmə'tɪʃən] ['ɔːlsəʊ] .

mechanics	be	taken	up	by	mathematicians	also	.
机械学	是	已采取	向上	经过	数学家	还	.

因此，数学家们也参与到力学基础的讨论中来是非常可取的。

[ðʌs] ['boʊltsˌmænz] [wɜːk] [ɒn][ðə; ði]['prɪnsəp(ə)lz][ɒv; əv] [mə'kænɪks] [sə'dʒests] [ðə; ði]['prɒbləm][ɒv; əv]

Thus	Boltzmann's	work	on	the	principles	of	mechanics	suggests	the	problem	of
因此	玻尔兹曼的	工作	在	这	原则	的	机械学	建议	这	问题	的

[dɪ'veləpɪŋ] [ˌmæθə'mætɪkli] [ðə; ði] ['lɪmɪtɪŋ] ['prəʊsesɪz] ,

developing	mathematically	the	limiting	processes	,
发展	数学上	这	限制	流程	,

因此，玻尔兹曼关于力学原理的工作引出了用数学方法推导极限过程的问题。

[ðeə(r)] ['mɪəli] ['ɪndəˌkeɪtɪd] , [wɪtʃ] [liːd] [frɒm; frəm][ðə; ði][ˌætə'mɪstɪk] [vjuː] [tuː; tə][ðə; ði] [lɔːz] [ɒv; əv]

there	merely	indicated	,	which	lead	from	the	atomistic	view	to	the	laws	of
那里	仅仅	表明的	,	哪个	带领	从	这	原子	看法	到	这	法律	的

['məʊʃn] [ɒv; əv][kən'tɪnjʊə] .

motion	of	continua	.
运动	的	连续体	.

那里只是指明了从原子论观点到连续体运动规律的路径。

['kɒnvɜːsli] [wʌn] [maɪt] [traɪ][tuː; tə] [dɪ'raɪv] [ðə; ði] [lɔːz] [ɒv; əv][ðə; ði] ['məʊʃn] [ɒv; əv]['rɪdʒɪd] ['bɒdɪz] [baɪ]

Conversely	**one**	**might**	**try**	**to**	**derive**	**the**	**laws**	**of**	**the**	**motion**	**of**	**rigid**	**bodies**	**by**
反过来	一	可能	尝试	到	派生	这	法律	的	这	运动	的	死板的	身体	经过

[ə; eɪ] ['lɪmɪtɪŋ] ['prəʊses][frɒm; frəm][ə; eɪ] ['sɪstəm] [ɒv; əv]['æksɪəmz] [dɪ'pendɪŋ] [ə'pɒn][ðə; ði][aɪ'dɪə][ɒv; əv]

a	**limiting**	**process**	**from**	**a**	**system**	**of**	**axioms**	**depending**	**upon**	**the**	**idea**	**of**
一个	限制	过程	从	一个	系统	的	公理	取决于	之上	这	主意	的

[kən'tɪnjuəsli] ['veərɪɪŋ] [kən'dɪʃ(ə)nz] [ɒv; əv][ə; eɪ][mə'tɪərɪəl] ['fɪlɪŋ] [ɔːl] [speɪs] [kən'tɪnjuəsli] ,

continuously	**varying**	**conditions**	**of**	**a**	**material**	**filling**	**all**	**space**	**continuously**	**,**
持续	变化	状况	的	一个	材料	填充	全部	空间	持续	,

反之，人们可能会尝试通过极限过程，从依赖于物质连续变化条件充满整个空间这一思想的公理体系中推导出刚体运动规律。

[ðiːz] [kən'dɪʃ(ə)nz] ['biːɪŋ] [dɪ'faɪnd] [baɪ] [pə'ræmɪtəz] .

these	**conditions**	**being**	**defined**	**by**	**parameters**	**.**
这些	状况	存在	定义	经过	参数	.

这些条件由参数定义。

[fɔː(r); fə(r)][ðə; ði] ['kwestʃən] [æz; əz][tuː; tə][ðə; ði] [ɪ'kwɪvələns] [ɒv; əv] ['dɪfrənt] ['sɪstəmz] [ɒv; əv]['æksɪəmz]

For	**the**	**question**	**as**	**to**	**the**	**equivalence**	**of**	**different**	**systems**	**of**	**axioms**
为了	这	问题	作为	到	这	等价	的	不同的	系统	的	公理

[ɪz] ['ɔːlweɪz] [ɒv; əv] [greɪt] [ˌθɪə'retɪk(ə)l] ['ɪntrəst] .

is	**always**	**of**	**great**	**theoretical**	**interest**	**.**
是	总是	的	伟大的	理论	兴趣	.

不同公理系统是否等价的问题一直具有重要的理论意义。

[ɪf] [dʒi'ɒmətri] [ɪz][tuː; tə] [sɜːv] [æz; əz][ə; eɪ]['mɒd(ə)l][fɔː(r); fə(r)][ðə; ði] ['triːtmənt] [ɒv; əv] ['fɪzɪk(ə)l]

If	**geometry**	**is**	**to**	**serve**	**as**	**a**	**model**	**for**	**the**	**treatment**	**of**	**physical**
如果	几何学	是	到	服务	作为	一个	模型	为了	这	治疗	的	身体的

['æksɪəmz] ,

axioms	**,**
公理	,

如果几何学要作为处理物理公理的模型，

[wiː; wi][ʃæl; ʃəl][traɪ][fɜːst][baɪ][ə; eɪ] [smɔːl] ['nʌmbə(r)][ɒv; əv]['æksɪəmz][tuː; tə] [ɪn'kluːd] [æz; əz] [lɑːdʒ] [ə; eɪ]

we	**shall**	**try**	**first**	**by**	**a**	**small**	**number**	**of**	**axioms**	**to**	**include**	**as**	**large**	**a**
我们	将	尝试	第一的	经过	一个	小的	数字	的	公理	到	包括	作为	大的	一个

[klɑːs] [æz; əz]['pɒsəb(ə)l][ɒv; əv] ['fɪzɪk(ə)l] [fə'nɒmɪnə] ,

class	**as**	**possible**	**of**	**physical**	**phenomena**	**,**
班级	作为	可能的	的	身体的	现象	,

我们将首先尝试通过少量的公理来涵盖尽可能多的物理现象，

[ænd; ənd] [ðen] [baɪ] [ə'dʒɔɪnɪŋ] [njuː] ['æksɪəmz][tuː; tə] [ə'raɪv] ['grædʒuəli][æt; ət][ðə; ði][mɔː(r)]['speʃ(ə)l]

and	**then**	**by**	**adjoining**	**new**	**axioms**	**to**	**arrive**	**gradually**	**at**	**the**	**more**	**special**
和	然后	经过	相邻的	新的	公理	到	到达	逐步地	在	这	更多的	特别的

['θɪərɪz] .

theories	**.**
理论	.

然后通过引入新的公理，逐步推导出更特殊的理论。

[æt; ət][ðə; ði] [seɪm] [taɪm] [laɪz] [ə; eɪ]['prɪnsəp(ə)l][ɒv; əv][ˌsʌbdɪ'vɪʒ(ə)n][kæn; kən] [pə'hæps] [biː; bi] [dɪ'raɪvd]

At	**the**	**same**	**time**	**Lie's**	**a**	**principle**	**of**	**subdivision**	**can**	**perhaps**	**be**	**derived**
在	这	相同的	时间	谎言	一个	原则	的	细分	能	也许	是	衍生的

[frɒm; frəm] [prə'faʊnd] ['θɪəri] [ɒv; əv] ['ɪnfɪnət] [ˌtrænsfə'meɪʃ(ə)n] [gruːps] .

from	**profound**	**theory**	**of**	**infinite**	**transformation**	**groups**	**.**
从	深刻的	理论	的	无限	转型	团体	.

与此同时，李的细分原理或许可以从无限变换群的深刻理论中推导出来。

[ðə; ði] [ˌmæθəmə'tɪʃn] [wɪl] [hæv; həv]['ɔ:lsəʊ][tu:; tə] [teɪk] [ə'kaʊnt] [nɒt]['əʊnli][ɒv; əv] [ðəʊz] ['θɪərɪz]

The	mathematician	will	have	also	to	take	account	not	only	of	those	theories
这	数学家	将要	有	还	到	拿	帐户	不是	仅有的	的	那些	理论

['kʌmɪŋ] [nɪə(r)][tu:; tə][rɪ'ælətɪ] ,

coming	near	to	reality	,
未来	靠近	到	现实	,

数学家不仅要考虑那些接近现实的理论，还要考虑其他所有理论。

[bʌt; bət]['ɔ:lsəʊ] , [æz; əz][ɪn] [dʒi'ɒmətri] , [ɒv; əv][ɔ:l] ['lɒdʒɪkli] ['pɒsəb(ə)l] ['θɪərɪz] .

but	also	,	as	in	geometry	,	of	all	logically	possible	theories	.
但	还	,	作为	在	几何学	,	的	全部	逻辑上	可能的	理论	.

但正如在几何学中一样，它也包含了所有逻辑上可能的理论。

[hi:; hi][mʌst; məst][bi:; bi]['ɔ:lweɪz] [ə'lɜ:t][tu:; tə][əb'teɪn][ə; eɪ] [kəm'pli:t] ['sɜ:veɪ] [ɒv; əv][ɔ:l] [kən'klʊʒənz]

He	must	be	always	alert	to	obtain	a	complete	survey	of	all	conclusions
他	必须	是	总是	警报	到	获得	一个	完全的	民意调查	的	全部	结论

[dɪ'raɪvəbl] [frɒm; frəm][ðə; ði] ['sɪstəm] [ɒv; əv]['æksɪəmz] [ə'sju:md] .

derivable	from	the	system	of	axioms	assumed	.
可推导的	从	这	系统	的	公理	假定	.

他必须时刻保持警惕，以便全面考察从所假设的公理体系中可以得出的所有结论。

[[ˌpi: 'dʒi:] -]

[	Pg	19	]
[	页	-	]

[第19页]

['fɜ:ðə(r)] ,

Further	,
更远	,

更远，

[ðə; ði] [ˌmæθəmə'tɪʃn] [hæz; həz][ðə; ði]['dju:ti][tu:; tə][test][ɪg'zæktli][ɪn] [i:tʃ] ['ɪnstəns] ['weðə(r)] [ðə; ði]

the	mathematician	has	the	duty	to	test	exactly	in	each	instance	whether	the
这	数学家	有	这	责任	到	测试	确切地	在	每个	实例	无论	这

[nju:]['æksɪəmz][ɑ:(r); ə(r)][kəm'pætəb(ə)l] [wɪð] [ðə; ði] ['pri:viəs] [wʌnz] .

new	axioms	are	compatible	with	the	previous	ones	.
新的	公理	是	兼容的	和	这	以前的	一个	.

数学家有责任在每种情况下都精确地检验新的公理是否与之前的公理相容。

[ðə; ði] ['fɪzɪsɪst] , [æz; əz][hɪz; ɪz] ['θɪərɪz] [dɪ'veləp] ,

The	physicist	,	as	his	theories	develop	,
这	物理学家	,	作为	他的	理论	发展	,

随着物理学家理论的发展，

['ɒf(ə)n][faɪndz][hɪm'self] [fɔ:st] [baɪ][ðə; ði] [rɪ'zʌlts] [ɒv; əv][hɪz; ɪz][ɪk'sperɪm(ə)nts][tu:; tə] [meɪk] [nju:]

often	finds	himself	forced	by	the	results	of	his	experiments	to	make	new
经常	发现	他自己	强制	经过	这	结果	的	他的	实验	到	制作	新的

[haɪ'pɒθɪsi:z] ,

hypotheses	,
假设	,

他经常发现自己不得不根据实验结果提出新的假设。

[waɪl] [hi:; hi] [dɪ'pendz] , [wɪð] [rɪ'spekt] [tu:; tə][ðə; ði][kəmˌpætə'bɪlətɪ][ɒv; əv][ðə; ði] [nju:] [haɪ'pɒθɪsi:z] [wɪð]

while	he	depends	,	with	respect	to	the	compatibility	of	the	new	hypotheses	with
尽管	他	取决于	,	和	尊重	到	这	兼容性	的	这	新的	假设	和

[ðə; ði][əʊld]['æksɪəmz] ,

the	old	axioms	,
这	老的	公理	,

而他则依赖于新假设与旧公理的兼容性，

['səʊlli] [ə'pɒn] [ðiːz] [ɪk'sperɪm(ə)nts][ɔː(r)][ə'pɒn][ə; eɪ]['sɜːt(ə)n] ['fɪzɪk(ə)l] [ˌɪntju'ɪʃ(ə)n] ,

solely	**upon**	**these**	**experiments**	**or**	**upon**	**a**	**certain**	**physical**	**intuition**	**,**
仅	之上	这些	实验	或者	之上	一个	肯定	身体的	直觉	,

仅仅基于这些实验或某种物理直觉，

[ə; eɪ] ['præktɪs] [wɪtʃ] [ɪn][ðə; ði] ['rɪgərəsli] ['lɒdʒɪk(ə)l] ['bɪldɪŋ] [ʌp][ɒv; əv][ə; eɪ] ['θɪəri] [ɪz][nɒt]

a	**practice**	**which**	**in**	**the**	**rigorously**	**logical**	**building**	**up**	**of**	**a**	**theory**	**is**	**not**
一个	实践	哪个	在	这	严格地	逻辑	建筑	向上	的	一个	理论	是	不是

[əd'mɪsəb(ə)l] .

admissible	**.**
可采纳	.

在严谨的逻辑理论构建过程中，这种做法是不可接受的。

[ðə; ði] [dɪ'zaɪəd] [pruːf] [ɒv; əv][ðə; ði][kəmˌpætə'bɪlətɪ][ɒv; əv][ɔːl] [ə'sʌmpʃən] [siːm] [tuː; tə][ˌem 'iː]['ɔːlsəʊ]

The	**desired**	**proof**	**of**	**the**	**compatibility**	**of**	**all**	**assumptions**	**seems**	**to**	**me**	**also**
这	想要的	证明	的	这	兼容性	的	全部	假设	似乎	到	我	还

[ɒv; əv] [ɪm'pɔːt(ə)ns] ,

of	**importance**	**,**
的	重要性	,

我认为，证明所有假设的兼容性也十分重要。

[bɪ'kəz; bɪ'kɒz][ðə; ði] ['efət] [tuː; tə][əb'teɪn] [sʌtʃ] [pruːf] ['ɔːlweɪz] ['fɔːsɪz] [ˌjuː 'es][məʊst] [ɪ'fektʃuəli] [tuː; tə]

because	**the**	**effort**	**to**	**obtain**	**such**	**proof**	**always**	**forces**	**us**	**most**	**effectually**	**to**
因为	这	努力	到	获得	这样的	证明	总是	力量	我们	最多	有效地	到

[æn; ən][ɪg'zækt][ˌfɔːmju'leɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði]['æksɪəmz] .

an	**exact**	**formulation**	**of**	**the**	**axioms**	**.**
一个	精确的	配方	的	这	公理	.

因为获得这种证明的努力总是会最有效地迫使我们对公理进行精确表述。

[səʊ][fɑː(r)][wiː; wi][hæv; həv] [kən'sɪdəd] ['əʊnli] ['kwestʃənz] [kən'sɜːnɪŋ] [ðə; ði][faʊn'deɪʃ(ə)nz][ɒv; əv][ðə; ði]

So	**far**	**we**	**have**	**considered**	**only**	**questions**	**concerning**	**the**	**foundations**	**of**	**the**
所以	远的	我们	有	经过考虑的	仅有的	问题	有关	这	基础	的	这

[ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['saɪəns] .

mathematical	**sciences**	**.**
数学	科学	.

到目前为止，我们只考虑了与数学科学基础有关的问题。

[ɪn'diːd] , [ðə; ði] ['stʌdi] [ɒv; əv][ðə; ði][faʊn'deɪʃ(ə)nz][ɒv; əv][ə; eɪ] ['saɪəns] [ɪz]['ɔːlweɪz] [pə'tɪkjələli]

Indeed	**,**	**the**	**study**	**of**	**the**	**foundations**	**of**	**a**	**science**	**is**	**always**	**particularly**
的确	,	这	学习	的	这	基础	的	一个	科学	是	总是	特别

[ə'træktɪv] ,

attractive	**,**
吸引人的	,

的确，对一门科学基础的研究总是特别吸引人。

[ænd; ənd][ðə; ði] ['testɪŋ] [ɒv; əv] [ðiːz] [faʊn'deɪʃ(ə)nz] [wɪl] ['ɔːlweɪz][biː; bi] [ə'mʌŋ] [ðə; ði] ['fɔːməʊst]

and	**the**	**testing**	**of**	**these**	**foundations**	**will**	**always**	**be**	**among**	**the**	**foremost**
和	这	测试	的	这些	基础	将要	总是	是	之中	这	首先

['prɔːbləmz][ɒv; əv][ðə; ði][ɪn'vestɪgeɪtə(r)] .

problems	**of**	**the**	**investigator**	**.**
问题	的	这	研究者	.

而对这些基础的检验将始终是研究人员面临的首要问题之一。

['waɪərˌstrɑːs] [wʌns] [sed] ,

Weierstrass	**once**	**said**	**,**
魏尔斯特拉斯	一次	说	,

魏尔斯特拉斯曾说过：

" [ðə; ði]['faɪn(ə)l]['ɒbdʒɪkt; əb'dʒekt]['ɔ:lweɪz][tu:; tə][bi:; bi][kept][ɪn][maɪnd][ɪz][tu:; tə] [ə'raɪv] [æt; ət][ə; eɪ]

"	The	final	object	always	to	be	kept	in	mind	is	to	arrive	at	a
"	这	最终的	目的	总是	到	是	保留	在	头脑	是	到	到达	在	一个

[kə'rekt] [ˌʌndə'stændɪŋ] [ɒv; əv][ðə; ði][faʊn'deɪʃ(ə)nz][ɒv; əv][ðə; ði] ['saɪəns] . [-] [bʌt; bət][tu:; tə] [meɪk]

correct	understanding	of	the	foundations	of	the	science	.	[	19	]	But	to	make
正确的	理解	的	这	基础	的	这	科学	.	[	-	]	但	到	制作

['eni] ['prəʊgres][ɪn][ðə; ði] ['saɪəns] [ðə; ði] ['stʌdi] [ɒv; əv][pə'tɪkjələ(r)]['prɔ:bləmz][ɪz] ,

any	progress	in	the	sciences	the	study	of	particular	problems	is	,
任何	进步	在	这	科学	这	学习	的	特别的	问题	是	,

"始终要牢记的最终目标是正确理解科学的基础。[19] 但是，要在科学领域取得任何进步，对具体问题的研究是，

[ɒv; əv] [kɔ:s] , [ˌɪndɪ'spensəb(ə)l] .

of	course	,	indispensable	.
的	课程	,	必不可少	.

当然，必不可少。

" [ɪn][fækt] ,

"	In	fact	,
"	在	事实	,

"实际上，

[ə; eɪ] ['θʌrə] [ˌʌndə'stændɪŋ] [ɒv; əv][ɪts]['speʃ(ə)l] ['θɪərɪz] [ɪz] ['nesəsəri] [tu:; tə][ðə; ði] [sək'sesf(ə)l]

a	thorough	understanding	of	its	special	theories	is	necessary	to	the	successful
一个	彻底	理解	的	它是	特别的	理论	是	必要的	到	这	成功的

['tri:tmənt] [ɒv; əv][ðə; ði][faʊn'deɪʃ(ə)nz][ɒv; əv][ðə; ði] ['saɪəns] .

treatment	of	the	foundations	of	the	science	.
治疗	的	这	基础	的	这	科学	.

要成功掌握这门科学的基础理论，就必须透彻理解它的特殊理论。

['əʊnli] [ðæt] ['ɑ:kɪtekt] [ɪz][ɪn][ðə; ði][pə'zɪʃ(ə)n][tu:; tə] [leɪ] [ə; eɪ][ʃʊə(r)][faʊn'deɪʃ(ə)n][fɔ:(r); fə(r)][ə; eɪ] ['strʌktʃə(r)]

Only	that	architect	is	in	the	position	to	lay	a	sure	foundation	for	a	structure
仅有的	那	建筑师	是	在	这	位置	到	躺	一个	当然	基础	为了	一个	结构

[hu:] [nəʊz] [ɪts] ['pɜ:pəs] ['θʌrəli] [ænd; ənd][ɪn]['di:teɪl] .

who	knows	its	purpose	thoroughly	and	in	detail	.
WHO	知道	它是	目的	彻底	和	在	细节	.

只有对建筑用途有透彻了解的建筑师，才能为建筑打下坚实的基础。

[səʊ][wi:; wi] [tɜ:n] [naʊ] [tu:; tə][ðə; ði]['speʃ(ə)l] ['prɔ:bləmz][ɒv; əv][ðə; ði] ['seprət] ['brɑ:ntʃɪz] [ɒv; əv]

So	we	turn	now	to	the	special	problems	of	the	separate	branches	of
所以	我们	转动	现在	到	这	特别的	问题	的	这	分离	分支	的

[ˌmæθə'mætɪks] [ænd; ənd][kən'sɪdə(r)][fɜ:st] [ə'rɪθmətɪk] [ænd; ənd]['ældʒɪbrə] . [-]

mathematics	and	consider	first	arithmetic	and	algebra	.	[	14	]
数学	和	考虑	第一的	算术	和	代数	.	[	-	]

现在我们转向数学各个分支的特殊问题，首先考虑算术和代数。[14]

[ˌsi: 'ef] . [-] , " ['u:bər] - " , [frɒm; frəm][ðə; ði] [kə'lekʃ(ə)n] : [klaɪn]

Cf	.	Bohlmann	,	"	Ueber	Versicherungsmathematik	"	,	from	the	collection	:	Klein
cf	.	博尔曼	,	"	ueber	-	"	,	从	这	收藏	:	克莱因

[ænd; ənd] - , ['u:bər] [ˌɑ:ŋgə'vɑ:ndə] [ˌmɑ:tə'mɑ:tɪk] [ˌju: en 'di:] [fɪ'zi:k] , ['laɪpzɪg] , - . [-]

and	Kiecke	,	Ueber	angewandte	Mathematik	und	Physik	,	Leipzig	,	1900	.	[	15	]
和	-	,	ueber	应用艺术	数学	和	物理学	,	莱比锡	,	-	.	[	-	]

比照。 Bohlmann，"Ueber Versicherungsmathematik"，来自收藏：Klein 和 Kiecke，Ueber angewandte Mathematik und Physik，莱比锡，1900 年。[15]

[daɪ] [mə'kɑ:nɪk] [ɪn] ['ɪrər] [ˌɛnt'vɪkəlʊŋ] , ['laɪpzɪg] , 4th [ɪ'dɪʃ(ə)n] , - . [-]

Die	Mechanik	in	ihrer	Entwickelung	,	Leipzig	,	4th	edition	,	1901	.	[	16	]
死	机械师	在	她的	发展	,	莱比锡	,	4th	版	,	-	.	[	-	]

Die Mechanik in ihrer Entwickelung，莱比锡，第 4 版，1901 年。[16]

[daɪ] [prɪnzɪpiːən] [dɜːr] [məˈkɑːnɪk] , ['laɪpzɪg] , - . [-]
Die Prinzipien der Mechanik , Leipzig , 1894 . [17]
死 普林齐皮恩 德尔 机械师 , 莱比锡 , - . [-]

机械原理，莱比锡，1894 年。[17]

['fɔːrˌleɪzʊŋən] ['uːbər] [daɪ] ['prɪntʃɪpeɪ] [dɜːr] [məˈkɑːnɪk] , ['laɪpzɪg] , - . [-]
Vorlesungen über die Principe der Mechanik , Leipzig , 1897 . [18]
讲座 优步 死 王子 德尔 机械师 , 莱比锡 , - . [-]

Vorlesungen über die Principe der Mechanik，莱比锡，1897 年。[18]

['aɪnfɪərʊŋ] [ɪn] [dæs; dɑːs] ['stuːdiəm] [dɜːr] [θiːɝətɪʃən] [fɪ'ziːk] , ['laɪpzɪg] , - . [-]
Einführung in das Studium der theoretischen Physik , Leipzig , 1900 . [19]
简介 在 das 学习 德尔 理论 物理学 , 莱比锡 , - . [-]

Einführung in das Studium der theoretischen Physik，莱比锡，1900 年。[19]

[mæθ] .
Math .
数学 .

数学。

['ænələn] , [vɒl] . - , - .
Annalen , vol . 22 , 1883 .
安娜伦 , 卷 . - , - .

Annalen，第 22 卷，1883 年。

['sɛvən] . [ɪˌræʃə'næləti] [ænd; ənd] [træn'sendəns] [ɒv; əv] ['sɜːt(ə)n] ['nʌmbəz] .
7 . IRRATIONALITY AND TRANSCENDENCE OF CERTAIN NUMBERS .
7 . 非理性 和 超越 的 肯定 数字 .

7. 某些数字的非理性和超越性。

- [ˌærɪθ'metɪkl] ['θiːərəmz] [ɒn] [ðə; ðɪ] [ˌekspə'nenʃl] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ænd; ənd] [ðeə(r)] [ɪk'stenʃ(ə)n] [baɪ]
Hermite's arithmetical theorems on the exponential function and their extension by
- 算术 定理 在 这 指数 功能 和 他们的 扩大 经过
['lɪndəmən] [ɑː(r); ə(r)] ['sɜːt(ə)n] [ɒv; əv] [ðə; ðɪ] [ˌædmə'reɪʃ(ə)n] [ɒv; əv] [ɔːl] [ˌdʒenə'reɪʃnz] [ɒv; əv]
Lindemann are certain of the admiration of all generations of
林德曼 是 肯定 的 这 钦佩 的 全部 几代人 的
[ˌmæθəmə'tɪʃən] .
mathematicians .
数学家 .

埃尔米特关于指数函数的算术定理及其林德曼的扩展，一定会受到历代数学家的赞赏。

[ðʌs] [ðə; ðɪ] [tɑːsk] [æt; ət] [wʌns] ['prez(ə)nts] [ɪt'self] [tuː; tə] ['penətreɪt] ['fɜːðə(r)] [ə'lɒŋ] [ðə; ðɪ] [pɑːθ] [hɪə(r)]
Thus the task at once presents itself to penetrate further along the path here
因此 这 任务 在 一次 礼物 本身 到 穿透 更远 沿着 这 小路 这里
['entəd] ,
entered ,
进入 ,

因此，摆在我们面前的任务就是沿着这条路继续深入探索。

[æz; əz] [ə; eɪ] . ['hɜːrwɪts] [hæz; həz] [ɔːl'redi] [dʌn] [ɪn] [tuː] ['ɪntrəstɪŋ] ['peɪpəz] , [-] " ['uːbər]
as A . Hurwitz has already done in two interesting papers , [20] " Ueber
作为 一个 . 赫维茨 有 已经 完毕 在 二 有趣的 文件 , [-] " ueber
- ['aɪgənˌɑːftən] [guwɪsɝ] - [fʊŋkˈt͡sɪoːnən] .
arithmetische Eigenschaften gewisser transzendenter Funktionen .
- 特性 格维瑟 - 功能 .

正如 A. Hurwitz 在两篇有趣的论文中所做的那样，[20]"Ueber arithmetische Eigenschaften gewisser transzendenter Funktionen"。

" [aɪ] [ʃʊd; ʃəd] [laɪk] , ['ðeəfɔː(r)] , [tuː; tə] [sketʃ] [ə; eɪ] [klɑːs] [ɒv; əv] ['prɔːbləmz] [wɪtʃ] , [ɪn] [maɪ] [ə'pɪnjən] ,
" I should like , therefore , to sketch a class of problems which , in my opinion ,
" 我 应该 喜欢 , 所以 , 到 草图 一个 班级 的 问题 哪个 , 在 我的 观点 ,

因此，我想概述一类问题，在我看来，

[ʃʊd; ʃəd][biː; bi] [ə'tækt] [æz; əz][hɪə(r)][nekst][ɪn]['ɔːdə(r)] .

should	**be**	**attacked**	**as**	**here**	**next**	**in**	**order**	**.**
应该	是	遭到攻击	作为	这里	下一个	在	命令	.

接下来应该按顺序攻击这里。

[ðæt] ['sɜːt(ə)n]['speʃ(ə)l] [ˌtrænsen'dentl] ['fʌnkʃ(ə)nz] , [ɪm'pɔːt(ə)nt][ɪn][ə'næləsɪs] , [teɪk] [ˌældʒɪ'breɪɪk]['vælјuːz]

That	**certain**	**special**	**transcendental**	**functions**	**,**	**important**	**in**	**analysis**	**,**	**take**	**algebraic**	**values**
那	肯定	特别的	超验的	函数	,	重要的	在	分析	,	拿	代数	值

[fɔː(r); fə(r)]['sɜːt(ə)n][ˌældʒɪ'breɪɪk]['ɑːgjʊm(ə)nts] , [siːm]

for	**certain**	**algebraic**	**arguments**	**,**	**seems**
为了	肯定	代数	论点	,	似乎

某些在分析学中很重要的特殊超越函数，对于某些代数参数取代数值，这似乎

[[ˌpiː 'dʒiː] -]

[	**Pg**	**20**	**]**
[	页	-	]

[第20页]

[tuː; tə][ˌjuː 'es] [pə'tɪkjələli] [rɪ'mɑːkəb(ə)l][ænd; ənd] ['wɜːðɪ] [ɒv; əv] ['θʌrə] [ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n] .

to	**us**	**particularly**	**remarkable**	**and**	**worthy**	**of**	**thorough**	**investigation**	**.**
到	我们	特别	卓越	和	值得	的	彻底	调查	.

对我们来说，这尤其引人注目，值得彻底调查。

[ɪn'diːd] , [wiː; wi][ɪk'spekt] [ˌtrænsen'dentl] ['fʌnkʃ(ə)nz] [tuː; tə] [ə'sjuːm] , [ɪn]['dʒen(ə)rəl] , [ˌtrænsen'dentl]

Indeed	**,**	**we**	**expect**	**transcendental**	**functions**	**to**	**assume**	**,**	**in**	**general**	**,**	**transcendental**
的确	,	我们	预计	超验的	函数	到	认为	,	在	一般的	,	超验的

['vælјuːz][fɔː(r); fə(r)]['iːv(ə)n][ˌældʒɪ'breɪɪk]['ɑːgjʊm(ə)nts] ; [ænd; ənd] ,

values	**for**	**even**	**algebraic**	**arguments**	**;**	**and**	**,**
值	为了	甚至	代数	论点	;	和	,

事实上，我们通常期望超越函数对于代数自变量也取超越值；并且，

[ɔːl'ðəʊ] [ˌaɪ 'tiː][ɪz] [wel] [nəʊn] [ðæt] [ðeə(r)][ɪg'zɪst] ['ɪntɪgrəl] [ˌtrænsen'dentl] ['fʌnkʃ(ə)nz] [wɪtʃ] ['iːv(ə)n]

although	**it**	**is**	**well**	**known**	**that**	**there**	**exist**	**integral**	**transcendental**	**functions**	**which**	**even**
虽然	它	是	出色地	已知	那	那里	存在	不可缺少的	超验的	函数	哪个	甚至

[hæv; həv]['ræʃ(ə)nəl]['vælјuːz][fɔː(r); fə(r)][ɔːl][ˌældʒɪ'breɪɪk]['ɑːgjʊm(ə)nts] ,

have	**rational**	**values**	**for**	**all**	**algebraic**	**arguments**	**,**
有	合理的	值	为了	全部	代数	论点	,

虽然众所周知，存在一些积分超越函数，它们对于所有代数自变量都具有有理值，

[wiː; wi][ʃæl; ʃəl] [stɪl] [kən'sɪdə(r)][ˌaɪ 'tiː] ['haɪli] ['prɒbəb(ə)l] [ðæt] [ðə; ði] [ˌekspə'nenʃl] ['fʌŋkʃ(ə)n] , [fɔː(r); fə(r)]

we	**shall**	**still**	**consider**	**it**	**highly**	**probable**	**that**	**the**	**exponential**	**function**	**,**	**for**
我们	将	仍然	考虑	它	高度	可能	那	这	指数	功能	,	为了

[ɪg'zɑːmp(ə)l] ,

example	**,**
例子	,

我们仍然认为指数函数（例如）极有可能

[wɪtʃ] ['evɪdəntli] [hæz; həz][ˌældʒɪ'breɪɪk]['vælјuːz][fɔː(r); fə(r)][ɔːl]['ræʃ(ə)nəl]['ɑːgjʊm(ə)nts] ,

which	**evidently**	**has**	**algebraic**	**values**	**for**	**all**	**rational**	**arguments**	**,**
哪个	显然	有	代数	值	为了	全部	合理的	论点	,

显然，对于所有有理数参数，它都具有代数值。

[wɪl] [ɒn][ðə; ði]['ʌðə(r)][hænd]['ɔːlweɪz] [teɪk] [ˌtrænsen'dentl] ['vælјuːz][fɔː(r); fə(r)] [ɪ'ræʃən(ə)l] [ˌældʒɪ'breɪɪk]

will	**on**	**the**	**other**	**hand**	**always**	**take**	**transcendental**	**values**	**for**	**irrational**	**algebraic**
将要	在	这	其他	手	总是	拿	超验的	值	为了	非理性	代数

['vælјuːz][ɒv; əv][ðə; ði]['ɑːgjumənt] .

values	**of**	**the**	**argument**	**.**
值	的	这	争论	.

另一方面，对于无理代数参数值，将始终取超越值。

[wiː; wi][kæn; kən]['ɔːlsəʊ] [gɪv] [ðɪs] ['steɪtmənt] [ə; eɪ] [dʒɪə'metrɪkl] [fɔːm] , [æz; əz] [f'ɒləʊz] :

We	can	also	give	this	statement	a	geometrical	form	,	as	follows	:
我们	能	还	给	这	陈述	一个	几何	形式	,	作为	跟随	:

我们还可以将这个陈述表示为几何形式，如下所示：

[ɪf] , [ɪn][æn; ən] [aɪ'sɒsɪˌliːz] ['traɪæŋg(ə)l] ,

If	,	in	an	isosceles	triangle	,
如果	,	在	一个	等腰三角形	三角形	,

如果在一个等腰三角形中，

[ðə; ði]['reɪʃiəʊ][ɒv; əv][ðə; ði] [beɪs] ['æŋg(ə)l][tuː; tə][ðə; ði]['æŋg(ə)l][æt; ət][ðə; ði]['vɜːteks][biː; bi][ˌældʒɪ'breɪɪk]

the	ratio	of	the	base	angle	to	the	angle	at	the	vertex	be	algebraic
这	比率	的	这	根据	角度	到	这	角度	在	这	顶点	是	代数

[bʌt; bət][nɒt]['ræʃ(ə)nəl] ,

but	not	rational	,
但	不是	合理的	,

底角与顶点角的比值必须是代数式但不能是有理数式。

[ðə; ði]['reɪʃiəʊ] [bɪ'twiːn] [beɪs] [ænd; ənd][saɪd][ɪz]['ɔːlweɪz] [ˌtrænsen'dentl] .

the	ratio	between	base	and	side	is	always	transcendental	.
这	比率	之间	根据	和	边	是	总是	超验的	.

底边与边长之比始终是超越的。

[ɪn] [spaɪt] [ɒv; əv][ðə; ði] [sɪm'plɪsəti] [ɒv; əv] [ðɪs] ['steɪtmənt] [ænd; ənd][ɒv; əv][ɪts][ˌsɪmə'lærəti][tuː; tə][ðə; ði]

In	spite	of	the	simplicity	of	this	statement	and	of	its	similarity	to	the
在	尽管如此	的	这	简单	的	这	陈述	和	的	它是	相似	到	这

['prɔːbləmz] [sɒlvd] [baɪ] [ɜːr'maɪt] [ænd; ənd] ['lɪndəmən] ,

problems	solved	by	Hermite	and	Lindemann	,
问题	已解决	经过	隐士	和	林德曼	,

尽管这一表述很简单，而且与埃尔米特和林德曼解决的问题很相似，

[aɪ][kən'sɪdə(r)][ðə; ði] [pruːf] [ɒv; əv] [ðɪs] ['θɪərəm] ['veri] ['dɪfɪkəlt] ; [æz; əz]['ɔːlsəʊ][ðə; ði] [pruːf] [ðæt]

I	consider	the	proof	of	this	theorem	very	difficult	;	as	also	the	proof	that
我	考虑	这	证明	的	这	定理	非常	难的	;	作为	还	这	证明	那

我认为这个定理的证明非常困难；同样，证明.....

[ðə; ði] [ɪk'spreʃ(ə)n] , [fɔː(r); fə(r)][æn; ən][ˌældʒɪ'breɪɪk] [beɪs] [ænd; ənd][æn; ən] [ɪ'ræʃən(ə)l] [ˌældʒɪ'breɪɪk]

The	expression	,	for	an	algebraic	base	and	an	irrational	algebraic
这	表达	,	为了	一个	代数	根据	和	一个	非理性	代数

[ɪk'spəʊnənt] , [iː] . [dʒiː] . ,

exponent	,	e	.	g	.	,
指数	,	e	.	克	.	,

对于代数底数和无理数指数，例如，表达式为：

[ðə; ði]['nʌmbə(r)][ɔː(r)] , ['ɔːlweɪz] [ˌreprɪ'zents] [ə; eɪ] [ˌtrænsen'dentl] [ɔː(r)][æt; ət] [liːst] [æn; ən] [ɪ'ræʃən(ə)l]

the	number	or	,	always	represents	a	transcendental	or	at	least	an	irrational
这	数字	或者	,	总是	代表	一个	超验的	或者	在	至少	一个	非理性

['nʌmbə(r)] .

number	.
数字	.

数字 n 总是代表一个超越数，或者至少是一个无理数。

[ˌaɪ 'tiː][ɪz]['sɜːt(ə)n] [ðæt] [ðə; ði][sə'luːʃ(ə)n][ɒv; əv] [ðiːz] [ænd; ənd]['sɪmələ(r)]['prɔːbləmz][mʌst; məst] [liːd]

It	is	certain	that	the	solution	of	these	and	similar	problems	must	lead
它	是	肯定	那	这	解决方案	的	这些	和	相似的	问题	必须	带领

[ˌjuː 'es][tuː; tə] [ɪn'taɪəli] [njuː] ['meθədz] [ænd; ənd][tuː; tə][ə; eɪ] [njuː] ['ɪnsaɪt] ['ɪntuː][ðə; ði]['neɪtʃə(r)][ɒv; əv]

us	to	entirely	new	methods	and	to	a	new	insight	into	the	nature	of
我们	到	完全	新的	方法	和	到	一个	新的	洞察力	进入	这	自然	的

['speʃ(ə)l] [ɪ'ræʃən(ə)l] [ænd; ənd] [ˌtrænsen'dentl] ['nʌmbəz] . [-]

special	irrational	and	transcendental	numbers	.	[	20	]
特别的	非理性	和	超验的	数字	.	[	-	]

可以肯定的是，解决这些问题以及类似的问题，必将引领我们走向全新的方法，并对特殊无理数和超越数的本质有新的认识。[20]

[mæθ] .

Math	.
数学	.

数学。

['ænələn] , [vɒl] . - , - . [eit] .

Annalen	,	vol	.	32	,	1888	.	8	.
安娜伦	,	卷	.	-	,	-	.	8	.

Annalen，第 32 卷，1888 年 8 月。

['prɔːbləmz] [ɒv; əv] [praɪm] ['nʌmbəz] .

PROBLEMS	OF	PRIME	NUMBERS	.
问题	的	主要的	数字	.

质数问题。

[ɪ'senʃ(ə)l] ['prəʊgres][ɪn][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv][ðə; ði] [ˌdɪstrɪ'bjuːʃn] [ɒv; əv][praɪm] ['nʌmbəz] [hæz; həz] ['leɪtli]

Essential	progress	in	the	theory	of	the	distribution	of	prime	numbers	has	lately
基本的	进步	在	这	理论	的	这	分配	的	主要的	数字	有	最近

[biːn] [meɪd] [baɪ]['hædəˌmɑːrd] ,

been	made	by	Hadamard	,
到过	制成	经过	哈达马尔	,

近年来，阿达玛在素数分布理论方面取得了重要进展。

[diː][lɑː] [ˌvæ'leɪ] - [puː'sæŋ] , [vɒn] [mængoʊlt][ænd; ənd]['ʌðə(r)z] .

de	la	Vallée	-	Poussin	,	Von	Mangoldt	and	others	.
德	拉	山谷	-	普桑	,	冯	曼戈尔特	和	其他的	.

de la Vallée-Poussin、Von Mangoldt 等人。

[fɔː(r); fə(r)][ðə; ði] [kəm'pliːt] [sə'luːʃ(ə)n] , [haʊ'evə(r)] ,

For	the	complete	solution	,	however	,
为了	这	完全的	解决方案	,	然而	,

然而，要获得完整的解决方案，

[ɒv; əv][ðə; ði]['prɔːbləmz] [set][ˌjuː 'es][baɪ] ['riːmɑːnz] ['peɪpə(r)] " ['uːbər] [daɪ] [ænzɑːl] [dɜːr] -

of	the	problems	set	us	by	Riemann's	paper	"	Ueber	die	Anzahl	der	Primzahlen
的	这	问题	放	我们	经过	黎曼的	纸	"	ueber	死	安扎尔	德尔	-

['ʊntər] ['aɪnər] [gɛgəbɪnən] - ,

unter	einer	gegebenen	Grösse	,
在	其中一个	gegebenen	-	,

黎曼的论文"Ueber die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grösse"给我们提出的问题，

" [ˌaɪ 'tiː] [stɪl] [rɪ'meɪnz] [tuː; tə] [pruːv] [ðə; ði] [kə'rektnəs] [ɒv; əv][æn; ən] [ɪk'siːdɪŋli] [ɪm'pɔːt(ə)nt]

"	it	still	remains	to	prove	the	correctness	of	an	exceedingly	important
"	它	仍然	遗迹	到	证明	这	正确性	的	一个	非常	重要的

['steɪtmənt] [ɒv; əv] ['rimɑn] ,

statement	of	Riemann	,
陈述	的	黎曼	,

"但仍有待证明黎曼一个极其重要的论断的正确性，

[vɪz] . , [ðæt] [ðə; ði]['zɪərəʊ] [pɔɪnts] [ɒv; əv][ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n] [dɪ'faɪnd] [baɪ][ðə; ði]['sɪəriːz]
viz . , **that** **the** **zero** **points** **of** **the** **function** **defined** **by** **the** **series**
即 . , 那 这 零 积分 的 这 功能 定义 经过 这 系列

即，由级数定义的函数的零点

[ɔːl][hæv; həv][ðə; ði]['riːəl] [pɑːt] , [ɪk'sept] [ðə; ði] [wel] - [nəʊn] ['negətɪv] ['ɪntɪgrəl] ['riːəl]['ziərəu, 'ziːrəu] .
all **have** **the** **real** **part** , **except** **the** **well** - **known** **negative** **integral** **real** **zeros** .
全部 有 这 真实的 部分 , 除了 这 出色地 - 已知 消极的 不可缺少的 真实的 零 .

除了众所周知的负整数实零点之外，所有零点都有实部。

[æz; əz] [suːn] [æz; əz] [ðɪs] [pruːf] [hæz; həz] [biːn] [sək'sesfəli] [ɪ'stæblɪʃt] ,
As **soon** **as** **this** **proof** **has** **been** **successfully** **established** ,
作为 很快 作为 这 证明 有 到过 成功地 已确立的 ,

一旦成功确立了这一证据，

[ðə; ði][nekst]['prɒbləm] [wʊd] [kən'sɪst; 'kɒnsɪst][ɪn] ['testɪŋ] [mɔː(r)][ɪg'zæktli] ['riːmɑːnz] ['ɪnfɪnət] ['sɪəriːz]
the **next** **problem** **would** **consist** **in** **testing** **more** **exactly** **Riemann's** **infinite** **series**
这 下一个 问题 会 由 在 测试 更多的 确切地 黎曼的 无限 系列
[fɔː(r); fə(r)][ðə; ði]['nʌmbə(r)][ɒv; əv] [praɪmz] [bɪ'ləʊ] [ə; eɪ]['gɪv(ə)n]['nʌmbə(r)][ænd; ənd] ,
for **the** **number** **of** **primes** **below** **a** **given** **number** **and** ,
为了 这 数字 的 素数 以下 一个 给定 数字 和 ,

下一个问题在于更精确地检验黎曼无穷级数对于小于给定数的素数个数的有效性，

[ɪ'speʃəli] , [tuː; tə] [dɪ'saɪd] ['weðə(r)] [ðə; ði] ['dɪfrəns]
especially , **to** **decide** **whether** **the** **difference**
尤其 , 到 决定 无论 这 不同之处

尤其是要确定这种差异是否合理。

[[ˌpiː 'dʒiː] -]
[**Pg** **21** **]**
[页 -]

[第21页]

[bɪ'twiːn] [ðə; ði]['nʌmbə(r)][ɒv; əv] [praɪmz] [bɪ'ləʊ] [ə; eɪ]['nʌmbə(r)][ænd; ənd][ðə; ði] ['ɪntɪgrəl] ['lɒgərɪðəm]
between **the** **number** **of** **primes** **below** **a** **number** **and** **the** **integral** **logarithm**
之间 这 数字 的 素数 以下 一个 数字 和 这 不可缺少的 对数
[ɒv; əv] [dʌz] [ɪn][fækt] [bɪ'kʌm] ['ɪnfɪnət] [ɒv; əv][æn; ən]['ɔːdə(r)][nɒt]['greɪtə(r)][ðæn; ðən][ɪn] . [-]
of **does** **in** **fact** **become** **infinite** **of** **an** **order** **not** **greater** **than** **in** **.** **[** **21** **]**
的 做 在 事实 变得 无限 的 一个 命令 不是 更大的 比 在 . [-]

小于某个数的素数个数与该数的整数对数之间的数确实趋于无穷大，其阶数不大于 。[21]

['fɜːðə(r)] ,
Further ,
更远 ,

更远，

[wiː; wi][ʃʊd; ʃəd] [dɪ'tɜːmɪn] ['weðə(r)] [ðə; ði][ə'keɪʒən(ə)l][ˌkɒnden'seɪʃ(ə)n][ɒv; əv][praɪm] ['nʌmbəz] [wɪtʃ]
we **should** **determine** **whether** **the** **occasional** **condensation** **of** **prime** **numbers** **which**
我们 应该 决定 无论 这 偶然 缩合 的 主要的 数字 哪个
[hæz; həz] [biːn] ['nəʊtɪst] [ɪn] ['kaʊntɪŋ] [praɪmz] [ɪz] ['riːəli] [wʌn][tuː; tə] [ðəʊz] [tɜːmz] [ɒv; əv] ['riːmɑːnz]
has **been** **noticed** **in** **counting** **primes** **is** **really** **one** **to** **those** **terms** **of** **Riemann's**
有 到过 注意到 在 计数 素数 是 真的 一 到 那些 条款 的 黎曼的
['fɔːmjələ] [wɪtʃ] [dɪ'pend] [ə'pɒn][ðə; ði][fɜːst]['kɒmpleks]['ziərəu, 'ziːrəu][ɒv; əv][ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n] .
formula **which** **depend** **upon** **the** **first** **complex** **zeros** **of** **the** **function** **.**
公式 哪个 依赖 之上 这 第一的 复杂的 零 的 这 功能 .

我们应该确定在素数计数中观察到的素数的偶尔凝聚是否真的是黎曼公式中依赖于函数的第一个复零点的项之一。

['ɑːftə(r)][æn; ən] [ɪg'zɔːstɪv] [dɪ'skʌʃ(ə)n] [ɒv; əv] ['riːmɑːnz] [praɪm]['nʌmbə(r)]['fɔːmjələ] ,
After **an** **exhaustive** **discussion** **of** **Riemann's** **prime** **number** **formula** ,
后 一个 详尽的 讨论 的 黎曼的 主要的 数字 公式 ,

在对黎曼素数公式进行了详尽的讨论之后，

[pə'hæps] [wi:; wi] [meɪ] ['sʌmtaɪm] [bi:; bi][ɪn][ə; eɪ][pə'zɪʃ(ə)n][tu:; tə] [ə'tempt] [ðə; ði] ['rɪgərəs] [sə'lu:ʃ(ə)n]

perhaps	**we**	**may**	**sometime**	**be**	**in**	**a**	**position**	**to**	**attempt**	**the**	**rigorous**	**solution**
也许	我们	可能	有时	是	在	一个	位置	到	试图	这	严格的	解决方案

[ɒv; əv] ['goʊldbæks] ['prɒbləm] ,

of	**Goldbach's**	**problem**	**,**
的	戈德巴赫的	问题	,

或许在某个时候，我们能够尝试对哥德巴赫问题进行严格的求解。

[-] [vɪz] . , ['weðə(r)] ['evri] ['ɪntɪdʒə(r)][ɪz] [ɪk'spresɪbl] [æz; əz][ðə; ði][sʌm][ɒv; əv] [tu:] ['pɒzətɪv] [praɪm]

[	**22**	**]**	**viz**	**.**	**,**	**whether**	**every**	**integer**	**is**	**expressible**	**as**	**the**	**sum**	**of**	**two**	**positive**	**prime**
[	-	]	即	.	,	无论	每一个	整数	是	可表达的	作为	这	和	的	二	积极的	主要的

['nʌmbəz] ;

numbers	**;**
数字	;

[22] 即，每个整数是否可以表示为两个正素数之和；

[ænd; ənd] ['fɜ:ðə(r)] [tu:; tə] [ə'tæk] [ðə; ði] [wel] - [nəʊn] ['kwestʃən] ,

and	**further**	**to**	**attack**	**the**	**well**	**-**	**known**	**question**	**,**
和	更远	到	攻击	这	出色地	-	已知	问题	,

并进一步探讨这个众所周知的问题，

['weðə(r)] [ðeə(r)][ɑ:(r); ə(r)][æn; ən] ['ɪnfɪnət] ['nʌmbə(r)][ɒv; əv] [peəz] [ɒv; əv] [praɪm] ['nʌmbəz] [wɪð] [ðə; ði]

whether	**there**	**are**	**an**	**infinite**	**number**	**of**	**pairs**	**of**	**prime**	**numbers**	**with**	**the**
无论	那里	是	一个	无限	数字	的	对	的	主要的	数字	和	这

['dɪfrəns] ,

difference	**,**
不同之处	,

是否存在无穷多个差为的质数对?

[ɔ:(r)]['i:v(ə)n][ðə; ði][mɔ:(r)]['dʒen(ə)rəl]['prɒbləm] , ['weðə(r)] [ðə; ði]['lɪniə(r)] [ˌdaiə'fæntain] [ɪ'kweɪʒ(ə)n]

or	**even**	**the**	**more**	**general**	**problem**	**,**	**whether**	**the**	**linear**	**diophantine**	**equation**
或者	甚至	这	更多的	一般的	问题	,	无论	这	线性	丢番图	方程

或者更一般的问题，即线性丢番图方程

([wɪð] ['gɪv(ə)n] ['ɪntɪgrəl] [kəʊɪ'fɪʃənts] [i:tʃ] [praɪm][tu:; tə][ðə; ði]['ʌðə(r)z]) [ɪz]['ɔ:lweɪz] ['sɒlvəbl] [ɪn][praɪm]

(	**with**	**given**	**integral**	**coefficients**	**each**	**prime**	**to**	**the**	**others**	**)**	**is**	**always**	**solvable**	**in**	**prime**
(	和	给定	不可缺少的	系数	每个	主要的	到	这	其他的	)	是	总是	可解	在	主要的

['nʌmbəz] [ænd; ənd] .

numbers	**and**	**.**
数字	和	.

（给定整数系数，每个系数都与其他系数互质）总是可以用素数解。

[bʌt; bət][ðə; ði] ['fɒləʊɪŋ] ['prɒbləm] [si:m] [tu:; tə][ˌem 'i:][ɒv; əv][nəʊ] [les] ['ɪntrəst] [ænd; ənd] [pə'hæps]

But	**the**	**following**	**problem**	**seems**	**to**	**me**	**of**	**no**	**less**	**interest**	**and**	**perhaps**
但	这	下列的	问题	似乎	到	我	的	不	较少的	兴趣	和	也许

[ɒv; əv] [stɪl] ['waɪdə(r)][reɪndʒ] :

of	**still**	**wider**	**range**	**:**
的	仍然	更广泛	范围	:

但我认为以下问题同样引人关注，而且可能涉及范围更广：

[tuː; tə] [əˈplai] [ðə; ði] [rɪˈzʌlts] [əbˈteɪnd] [fɔː(r); fə(r)][ðə; ði] [ˌdɪstrɪˈbjuːʃn] [ɒv; əv]['ræʃ(ə)nəl] [praɪm] ['nʌmbəz]
To apply the results obtained for the distribution of rational prime numbers
到 申请 这 结果 获得 为了 这 分配 的 合理的 主要的 数字
[tuː; tə][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv][ðə; ði] [ˌdɪstrɪˈbjuːʃn] [ɒv; əv][aɪˈdiːəl] [praɪmz] [ɪn][ə; eɪ]['gɪv(ə)n]['nʌmbə(r)] - [fiːld]
to the theory of the distribution of ideal primes in a given number - field
到 这 理论 的 这 分配 的 理想的 素数 在 一个 给定 数字 - 场地
— [ə; eɪ]['prɒbləm] [wɪtʃ] [lʊks] [təˈwɔːd] [ðə; ði] ['stʌdi] [ɒv; əv][ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n] [bɪˈlɒŋɪŋ] [tuː; tə][ðə; ði]
— a problem which looks toward the study of the function belonging to the
— 一个 问题 哪个 看起来 朝向 这 学习 的 这 功能 属于 到 这
[fiːld] [ænd; ənd] [dɪˈfaɪnd] [baɪ][ðə; ði]['sɪəriːz]
field and defined by the series
场地 和 定义 经过 这 系列

将有理素数分布的结果应用于给定数域中理想素数分布的理论——这个问题旨在研究属于该数域并由级数定义的函数。

[weə(r)] [ðə; ði] [sʌm] [ɪkˈstendz; ek-]['əʊvə(r)][ɔːl] [aɪˈdiəl] [ɒv; əv][ðə; ði]['gɪv(ə)n] [relm] [ænd; ənd] [diˈnəʊts] [ðə; ði]
where the sum extends over all ideals of the given realm and denotes the
在哪里 这 和 扩展 超过 全部 理想 的 这 给定 领域 和 表示 这
[nɔːm] [ɒv; əv][ðə; ði][aɪˈdiːəl] .
norm of the ideal .
规范 的 这 理想的 .

其中求和遍及给定领域的所有理想，表示理想的范数。

[ai] [meɪ] ['menʃ(ə)n] [θriː] [mɔː(r)]['speʃ(ə)l] ['prɔːbləmz][ɪn]['nʌmbə(r)] ['θɪəri] : [wʌn][ɒn][ðə; ði] [lɔːz] [ɒv; əv]
I may mention three more special problems in number theory : one on the laws of
我 可能 提到 三 更多的 特别的 问题 在 数字 理论 : 一 在 这 法律 的
[ˌresɪˈprɒsəti] ,
reciprocity ,
互惠 ,

我还可以提及数论中的三个特殊问题：一个是关于互反律的问题，

[wʌn][ɒn] [ˌdaiəˈfæntain] [ɪˈkweɪʒnz] , [ænd; ənd][ə; eɪ] [θɜːd] [frɒm; frəm][ðə; ði] [relm] [ɒv; əv][kwɒˈdrætɪk]
one on diophantine equations , and a third from the realm of quadratic
一 在 丢番图 方程式 , 和 一个 第三 从 这 领域 的 二次函数
[fɔːmz] . [-]
forms . [21]
表格 . [-]

其中一篇是关于丢番图方程的，另一篇是关于二次型的。[21]

[ˌsiː ˈef] .
Cf .
cf .

参见。

[æn; ən]['ɑːtɪk(ə)l][baɪ][eɪtʃ] . [vɒn] [kɔk] , [wɪtʃ] [ɪz] [suːn] [tuː; tə] [əˈpɪə(r)] [ɪn][ðə; ði] [mæθ] .
an article by H . von Koch , which is soon to appear in the Math .
一个 文章 经过 H . 冯 科赫 , 哪个 是 很快 到 出现 在 这 数学 .

H. von Koch 的一篇文章即将发表在《数学》杂志上。

['ænələn] [[vɒl] . - , [piː] . -] . [-]
Annalen [Vol . 55 , p . 441] . [22]
安娜伦 [沃尔 . - , p . -] . [-]

安娜伦 [卷。 55，p。 441]。[22]

[ˌsiː ˈef] .
Cf .
cf .

参见。

[piː] . - : " ['uːbər] ['goʊldbæks] - ['θɪərəm] , " ['nɑːxˌrɪxtən] [diː] . [keɪ] . [gɛs] . [diː] .

P	.	Stäckel	:	"	Über	Goldbach's	empirisches	Theorem	,	"	Nachrichten	d	.	K	.	Ges	.	d	.
P	.	-	:	"	优步	戈德巴赫的	-	定理	,	"	新闻	d	.	K	.	格斯	.	d	.

[wɪs] .

Wiss	.
维斯	.

P. Stäckel：“上哥德巴赫经验定理”，Nachrichten d。 K. 格斯。 d.维斯.

[zuː] ['gəːtiŋən] , - , [ænd; ənd]['lændɔː; 'lændaʊ] , ['ɪbɪd] . , - . [naɪn] .

zu	Göttingen	,	1896	,	and	Landau	,	ibid	.	,	1900	.	9	.
祖	哥廷根	,	-	,	和	兰道	,	同上	.	,	-	.	9	.

zu Göttingen，1896；Landau，同上，1900.9。

[pruːf] [ɒv; əv][ðə; ði][məʊst]['dʒen(ə)rəl] [lɔː] [ɒv; əv] [ˌresɪ'prɒsəti] [ɪn] ['eni] ['nʌmbə(r)] [fiːld] .

PROOF	OF	THE	MOST	GENERAL	LAW	OF	RECIPROCITY	IN	ANY	NUMBER	FIELD	.
证明	的	这	最多	一般的	法律	的	互惠	在	任何	数字	场地	.

证明任意数域中最普遍的互惠法则。

[fɔː(r); fə(r)] ['eni] [fiːld] [ɒv; əv] ['nʌmbəz] [ðə; ði] [lɔː] [ɒv; əv] [ˌresɪ'prɒsəti] [ɪz][tuː; tə][biː; bi] [pruːvd] [fɔː(r); fə(r)]

For	any	field	of	numbers	the	law	of	reciprocity	is	to	be	proved	for
为了	任何	场地	的	数字	这	法律	的	互惠	是	到	是	已证实	为了

[ðə; ði] ['rezəˌdjʊ] [ɒv; əv][ðə; ði]['ti 'eɪtʃ]['paʊə(r)] ,

the	residues	of	the	th	power	,
这	残基	的	这	th	力量	,

对于任意数域，需要证明其第n次幂的剩余项满足互反律。

[wen] [diˈnəuts] [æn; ən] [ɒd] [praɪm] ,

when	denotes	an	odd	prime	,
什么时候	表示	一个	奇怪的	主要的	,

当 表示奇素数时，

[ænd; ənd] ['fɜːðə(r)] [wen] [ɪz][ə; eɪ]['paʊə(r)][ɒv; əv][ɔː(r)][ə; eɪ]['paʊə(r)][ɒv; əv][æn; ən] [ɒd] [praɪm] .

and	further	when	is	a	power	of	or	a	power	of	an	odd	prime	.
和	更远	什么时候	是	一个	力量	的	或者	一个	力量	的	一个	奇怪的	主要的	.

进一步，当 是 的幂或奇素数的幂时。

[[ˌpiː 'dʒiː] -]

[	Pg	22	]
[	页	-	]

[第22页]

[ðə; ði] [lɔː] , [æz; əz] [wel] [æz; əz][ðə; ði] [miːnz] [ɪ'senʃ(ə)l] [tuː; tə][ɪts] [pruːf] , [wɪl] , [ai] [bɪ'liːv] ,

The	law	,	as	well	as	the	means	essential	to	its	proof	,	will	,	I	believe	,
这	法律	,	作为	出色地	作为	这	方法	基本的	到	它是	证明	,	将要	,	我	相信	,

我相信，法律以及证明法律所必需的手段，将会.....

[rɪ'zʌlt] [baɪ]['suːtəbli; 'sjuːtəbli] ['dʒenrəlaɪzɪŋ] [ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv][ðə; ði] [fiːld] [ɒv; əv][ðə; ði]['ti 'eɪtʃ] [ruːts]

result	by	suitably	generalizing	the	theory	of	the	field	of	the	th	roots
结果	经过	适当地	概括	这	理论	的	这	场地	的	这	th	根

[ɒv; əv]['juːnəti] ,

of	unity	,
的	统一	,

通过适当推广单位根域理论得到结果，

[-] [dɪ'veləpt] [baɪ][ˌem 'iː] , [ænd; ənd][maɪ] ['θɪəri] [ɒv; əv] ['relətɪv] [kwɒ'drætɪk] ['fiːldz] . [-] [-]

[	23	]	developed	by	me	,	and	my	theory	of	relative	quadratic	fields	.	[	24	]	[	23	]
[	-	]	发达	经过	我	,	和	我的	理论	的	相对的	二次函数	字段	.	[	-	]	[	-	]

[23] 由我发展，以及我的相对二次场理论。[24][23]

- .

Jahresber	.
-	.

Jahresber。

[diː] . ['dɔɪtʃən] [mæθ] . - [fɛɐ'aɪnɪgʊŋ] , " ['uːbər] [daɪ] [ˌteɪə'riː] [dɜːr] - - , "
d . Deutschen Math . - Vereinigung , " Ueber die Theorie der algebraischen Zahlkörper , "
d . 德语 数学 . - 协会 , " ueber 死 理论 德尔 - - , "
[vɒl] .
vol .
卷 .

d.德国数学-Vereinigung，"Ueber die Theorie der algebraischen Zahlkörper"，卷。

[fɔːr] (-) , [pɑːt] [viː] . [-]
4 (1897) , Part V . [24]
4 (-) , 部分 V . [-]

4 (1897)，第五部分。[24]

[mæθ] .
Math .
数学 .

数学。

['ænələn] , [vɒl] .
Annalen , vol .
安娜伦 , 卷 .

Annalen，卷。

- [ænd; ənd] ['nɑːxˌrɪxtən] [diː] . [keɪ] . [gɛs] . [diː] . [wɪs] .
51 and Nachrichten d . K . Ges . d . Wiss .
- 和 新闻 d . K . 格斯 . d . 维斯 .

51 和 Nachrichten d。 K. 格斯。 d.维斯.

[zuː] ['gəːtiŋən] , - . - .
zu Göttingen , 1898 . 10 .
祖 哥廷根 , - . - .

zu Göttingen，1898.10。

[dɪˌtɜːmɪ'neɪʃ(ə)n] [ɒv; əv][ðə; ði] [sɒlvə'bɪlɪti] [ɒv; əv][ə; eɪ] [ˌdaiə'fæntain] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] .
DETERMINATION OF THE SOLVABILITY OF A DIOPHANTINE EQUATION .
决心 的 这 可解性 的 一个 丢番图 方程 .

二番塘方程式可溶性的测定。

['gɪv(ə)n][ə; eɪ] [ˌdaiə'fæntain] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] [wɪð] ['eni] ['nʌmbə(r)][ɒv; əv] [ˌʌn'nəʊn] [k'wɒntɪtɪz] [ænd; ənd] [wɪð]
Given a diophantine equation with any number of unknown quantities and with
鉴于 一个 丢番图 方程 和 任何 数字 的 未知 数量 和 和
['ræʃ(ə)nəl] ['ɪntɪgrəl] [njuː'merɪk(ə)l] [kəʊɪ'fɪʃənts] :
rational integral numerical coefficients :
合理的 不可缺少的 数值 系数 :

给定一个具有任意数量未知量且具有有理整数数值系数的丢番图方程：

[tuː; tə] [dɪ'vaɪz] [ə; eɪ]['prəʊses] [ə'kɔːdɪŋ] [tuː; tə] [wɪtʃ] [ˌaɪ 'tiː][kæn; kən][biː; bi] [dɪ'tɜːmɪnd] [baɪ][ə; eɪ]
To devise a process according to which it can be determined by a
到 设计 一个 过程 根据 到 哪个 它 能 是 决定 经过 一个
['faɪnaɪt]['nʌmbə(r)][ɒv; əv] [ɑːpə'reɪʃnz] ['weðə(r)] [ðə; ði][ɪ'kweɪʒ(ə)n][ɪz] ['sɒlvəbl] [ɪn]['ræʃ(ə)nəl] ['ɪntɪdʒəz] . - .
finite number of operations whether the equation is solvable in rational integers . 11 .
有限 数字 的 运营 无论 这 方程 是 可解 在 合理的 整数 . - .

设计一种方法，通过有限次数的运算即可确定方程是否能用有理整数解。11.

[kwɒ'drætɪk] [fɔːmz] [wɪð] ['eni] [ˌældʒɪ'breɪɪk] [njuː'merɪk(ə)l] [kəʊɪ'fɪʃənts] .
QUADRATIC FORMS WITH ANY ALGEBRAIC NUMERICAL COEFFICIENTS .
二次函数 表格 和 任何 代数 数值 系数 .

具有任意代数数值系数的二次型。

['aʊə(r)]['prez(ə)nt] ['nɒlɪdʒ] [ɒv; əv][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv][kwɒ'drætɪk]['nʌmbə(r)] ['fi:ldz] [-] [pʊts] [ˌju: 'es]
Our present knowledge of the theory of quadratic number fields [25] puts us
我们的 展示 知识 的 这 理论 的 二次函数 数字 字段 [-] 放置 我们
[ɪn][ə; eɪ][pə'zɪʃ(ə)n][tu:; tə] [ə'tæk] [sək'sesfəli] [ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv][kwɒ'drætɪk] [fɔ:mz] [wɪð] ['eni]
in a position to attack successfully the theory of quadratic forms with any
在 一个 位置 到 攻击 成功地 这 理论 的 二次函数 表格 和 任何
['nʌmbə(r)][ɒv; əv] ['verɪəbl] [ænd; ənd] [wɪð] ['eni] [ˌældʒɪ'breɪɪk][nju:'merɪk(ə)l] [kəʊɪ'fɪʃənts] .
number of variables and with any algebraic numerical coefficients .
数字 的 变量 和 和 任何 代数 数值 系数 .

我们目前对二次数域理论[25]的了解，使我们能够成功地研究任意数量变量和任意代数数值系数的二次型理论。

[ðɪs] [li:dz] [ɪn][pə'tɪkjələ(r)][tu:; tə][ðə; ði] ['ɪntrəstɪŋ] ['prɒbləm] :
This leads in particular to the interesting problem :
这 线索 在 特别的 到 这 有趣的 问题 :

这尤其引出了一个有趣的问题：

[tu:; tə] [sɒlv] [ə; eɪ]['gɪv(ə)n][kwɒ'drætɪk][ɪ'kweɪʒ(ə)n] [wɪð] [ˌældʒɪ'breɪɪk][nju:'merɪk(ə)l] [kəʊɪ'fɪʃənts] [ɪn]['eni]
to solve a given quadratic equation with algebraic numerical coefficients in any
到 解决 一个 给定 二次函数 方程 和 代数 数值 系数 在 任何
['nʌmbə(r)][ɒv; əv] ['verɪəbl] [baɪ] ['ɪntɪgrəl] [ɔ:(r)]['frækʃən(ə)l] ['nʌmbəz] [bɪ'lɒŋɪŋ] [tu:; tə][ðə; ði][ˌældʒɪ'breɪɪk]
number of variables by integral or fractional numbers belonging to the algebraic
数字 的 变量 经过 不可缺少的 或者 分数 数字 属于 到 这 代数
[relm] [ɒv; əv][ˌræʃə'næləti] [dɪ'tɜ:mɪnd] [baɪ][ðə; ði] [kəʊɪ'fɪʃənts] .
realm of rationality determined by the coefficients .
领域 的 理性 决定 经过 这 系数 .

用属于由系数确定的代数有理数域的整数或分数数来求解给定的具有代数数值系数的任意数量变量的二次方程。

[ðə; ði] ['fɒləʊɪŋ] [ɪm'pɔ:t(ə)nt]['prɒbləm] [meɪ] [fɔ:m] [ə; eɪ][træn'zɪʃ(ə)n][tu:; tə]['ældʒɪbrə][ænd; ənd][ðə; ði]
The following important problem may form a transition to algebra and the
这 下列的 重要的 问题 可能 形式 一个 过渡 到 代数 和 这
['θɪəri] [ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz] : [-]
theory of functions : [25]
理论 的 函数 : [-]

以下重要问题可能构成向代数和函数论的过渡：[25]

['hɪlbɜ:rt] , " ['u:bər] [den] - - - , " [mæθ] .
Hilbert , " Ueber den Dirichlet'schen biquadratischen Zahlenkörper , " Math .
希尔伯特 , " ueber 丹 - - - , " 数学 .

希尔伯特，“Ueber den Dirichlet'schen biquadratischen Zahlenkörper”，数学。

['ænələn] , [vɒl] . - ; " ['u:bər] [daɪ] [ˌteɪə'ri:] [dɜ:r] - - , " - .
Annalen , vol . 45 ; " Ueber die Theorie der relativquadratischen Zahlenkörper , " Jahresber .
安娜伦 , 卷 . - ; " ueber 死 理论 德尔 - - , " - .

安娜伦，卷。 45； “Ueber die Theorie der relativquadratischen Zahlenkörper”，Jahresber。

[di:] . ['dɔɪtʃən] - - [fɛə'aɪnɪgʊŋ] , - , [ænd; ənd] [mæθ] .
d . Deutschen Mathematiker - Vereinigung , 1897 , and Math .
d . 德语 - - 协会 , - , 和 数学 .

d.德国数学协会，1897 年，以及数学。

['ænələn] , [vɒl] .
Annalen , vol .
安娜伦 , 卷 .

Annalen，卷。

- ; " ['u:bər] [daɪ] [ˌteɪə'ri:] [dɜ:r][rɪ'lætɪv] - - ['kɜ:rpər] , " ['nɑ:xˌrɪxtən] [di:] . [keɪ] . [gɛs] . [di:] .
51 ; " Ueber die Theorie der relativ - Abelschen Körper , " Nachrichten d . K . Ges . d .
- ; " ueber 死 理论 德尔 相对论 - - 身体 , " 新闻 d . K . 格斯 . d .
[wɪs] .
Wiss .
维斯 .

51； “Ueber die Theorie der relativ-Abelschen Körper”，Nachrichten d。 K. 格斯。 d.维斯.

[zuː] ['gəːtiŋən] , - ;
zu Göttingen , 1898 ;
祖 哥廷根 , - ;

祖哥廷根，1898 年；

['grʊntˌlɑːgən] [dɜːr] [ʒeɪˌɑː'mɛtri] , ['laɪpzɪg] , - , [tʃæp] . [eɪtθ] , § - [[trænz'leɪʃ(ə)n][baɪ] ['taʊn.zənd] ,
Grundlagen der Geometrie , Leipzig , 1899 , Chap . VIII , § 83 [Translation by Townsend ,
grundlagen 德尔 几何 , 莱比锡 , - , 查普 . 八 , § - [翻译 经过 汤森德 ,
[ʃɪ'kɑːgəʊ] , -] .
Chicago , 1902] .
芝加哥 , -] .

Grundlagen der Geometrie，莱比锡，1899 年，第 1 章。 VIII，§ 83 [汤森翻译，芝加哥，1902 年]。

[ˌsiː 'ef] .
Cf .
cf .

参见。

['ɔːlsəʊ][ðə; ði] [ˌdɪsə'teɪʃ(ə)n] [ɒv; əv][dʒiː] . - , ['gəːtiŋən] , - . - .
also the dissertation of G . Rückle , Göttingen , 1901 . 12 .
还 这 论文 的 G . - , 哥廷根 , - . - .

还有 G. Rückle 的论文，哥廷根，1901.12。

[ɪk'stenʃ(ə)n] [ɒv; əv] - ['θɪərəm] [ɒn] [ə'biːlɪən] ['fiːldz] [tuː; tə] ['eni] [ˌældʒɪ'breɪɪk] [relm]
EXTENSION OF KRONECKER'S THEOREM ON ABELIAN FIELDS TO ANY ALGEBRAIC REALM
扩大 的 - 定理 在 阿贝尔 字段 到 任何 代数 领域
[ɒv; əv] [ˌræʃə'nælәti] .
OF RATIONALITY .
的 理性 .

将克罗内克关于阿贝尔域的定理推广到任何有理代数域。

[ðə; ði] ['θɪərəm] [ðæt] ['evri] [ə'biːlɪən] ['nʌmbə(r)] [fiːld] [ə'raɪzɪz] [frɒm; frəm] [ðə; ði] [relm] [ɒv; əv] ['ræʃ(ə)nəl]
The theorem that every abelian number field arises from the realm of rational
这 定理 那 每一个 阿贝尔 数字 场地 出现 从 这 领域 的 合理的
['nʌmbəz] [baɪ][ðə; ði] [ˌkɒmpə'zɪʃ(ə)n] [ɒv; əv] ['fiːldz] [ɒv; əv] [ruːts] [ɒv; əv] ['juːnəti][ɪz] [djuː] [tuː; tə] ['krɒʊnɛkər] .
numbers by the composition of fields of roots of unity is due to Kronecker .
数字 经过 这 作品 的 字段 的 根 的 统一 是 到期的 到 克罗内克 .

克罗内克定理指出，每个阿贝尔数域都是由有理数域的单位根域的复合而产生的。

[ðɪs] [ˌfʌndə'ment(ə)l] ['θɪərəm] [ɪn][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv] ['ɪntɪgrəl] [ɪ'kweɪʒnz] [kən'teɪnz] [tuː] ['steɪtmənts] ,
This fundamental theorem in the theory of integral equations contains two statements ,
这 基本的 定理 在 这 理论 的 不可缺少的 方程式 包含 二 声明 ,
['neɪmli] :
namely :
即 :

积分方程理论中的这一基本定理包含两个陈述，即：

[fɜːst] .
First .
第一的 .

第一的。

[ˌaɪ 'tiː] ['ɑːnsəz] [ðə; ði] ['kwestʃən] [æz; əz][tuː; tə][ðə; ði]['nʌmbə(r)][ænd; ənd] [ɪg'zɪstəns] [ɒv; əv] [ðəʊz]
It answers the question as to the number and existence of those
它 答案 这 问题 作为 到 这 数字 和 存在 的 那些

它回答了关于这些物种的数量和存在的问题。

[[ˌpiː 'dʒiː] -]
[Pg 23]
[页 -]

[ɪ'kweɪʒnz] [wɪtʃ] [hæv; həv][ə; eɪ]['gɪv(ə)n] [dɪ'griː] ,
equations **which** **have** **a** **given** **degree** **,**
方程式 哪个 有 一个 给定 程度 ,

具有给定次数的方程，

[ə; eɪ]['gɪv(ə)n][ə'biːlɪən] [gruːp] [ænd; ənd][ə; eɪ]['gɪv(ə)n] [dɪ'skrɪmɪnənt] [wɪð] [rɪ'spekt] [tuː; tə][ðə; ði] [relm]
a **given** **abelian** **group** **and** **a** **given** **discriminant** **with** **respect** **to** **the** **realm**
一个 给定 阿贝尔 团体 和 一个 给定 歧视 和 尊重 到 这 领域
[ɒv; əv]['ræʃ(ə)nəl] ['nʌmbəz] .
of **rational** **numbers** **.**
的 合理的 数字 .

给定一个阿贝尔群和一个关于有理数域的判别式。

['sekənd] .
Second **.**
第二 .

第二。

[ˌaɪ 'tiː] [steɪts] [ðæt] [ðə; ði] [ruːts] [ɒv; əv] [sʌtʃ] [ɪ'kweɪʒnz] [fɔːm] [ə; eɪ] [relm] [ɒv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk] ['nʌmbəz]
It **states** **that** **the** **roots** **of** **such** **equations** **form** **a** **realm** **of** **algebraic** **numbers**
它 各州 那 这 根 的 这样的 方程式 形式 一个 领域 的 代数 数字
[wɪtʃ] [ˌkəʊɪn'saɪdz] [wɪð] [ðə; ði] [relm] [əb'teɪnd] [baɪ] [ə'saɪnɪŋ] [tuː; tə][ðə; ði]['ɑːgjumənt][ɪn][ðə; ði]
which **coincides** **with** **the** **realm** **obtained** **by** **assigning** **to** **the** **argument** **in** **the**
哪个 巧合 和 这 领域 获得 经过 分配 到 这 争论 在 这
[ˌekspə'nenʃl] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ɔːl]['ræʃ(ə)nəl][njuː'merɪk(ə)l]['vælјuːz][ɪn] [sək'seʃ(ə)n] .
exponential **function** **all** **rational** **numerical** **values** **in** **succession** **.**
指数 功能 全部 合理的 数值 值 在 演替 .

它指出，这类方程的根构成了一个代数数域，该代数数域与将指数函数中的自变量依次赋值给所有有理数值所得到的域相吻合。

[ðə; ði][fɜːst] ['steɪtmənt] [ɪz] [kən'sɜːnd] [wɪð] [ðə; ði]['kwestʃən] [ɒv; əv][ðə; ði] [dɪˌtɜːmɪ'neɪʃ(ə)n] [ɒv; əv]['sɜːt(ə)n]
The **first** **statement** **is** **concerned** **with** **the** **question** **of** **the** **determination** **of** **certain**
这 第一的 陈述 是 担心的 和 这 问题 的 这 决心 的 肯定
[ˌældʒɪ'breɪɪk] ['nʌmbəz] [baɪ][ðeə(r)] [gruːps] [ænd; ənd][ðeə(r)] ['brɑːntʃɪŋ] .
algebraic **numbers** **by** **their** **groups** **and** **their** **branching** **.**
代数 数字 经过 他们的 团体 和 他们的 分枝 .

第一条陈述涉及通过群及其分支来确定某些代数数的问题。

[ðɪs] ['kwestʃən] [ˌkɔːri'spɔnd] , ['ðeəfɔː(r)] ,
This **question** **corresponds** **,** **therefore** **,**
这 问题 对应 , 所以 ,

因此，这个问题对应于：

[tuː; tə][ðə; ði] [nəʊn] ['prɒbləm] [ɒv; əv][ðə; ði] [dɪˌtɜːmɪ'neɪʃ(ə)n] [ɒv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk] ['fʌnkʃ(ə)nz]
to **the** **known** **problem** **of** **the** **determination** **of** **algebraic** **functions**
到 这 已知 问题 的 这 决心 的 代数 函数
[ˌkɒrə'spɒndɪŋ] [tuː; tə]['gɪv(ə)n] ['rimɑn] ['sɜːrfɪs] .
corresponding **to** **given** **Riemann** **surfaces** **.**
相应的 到 给定 黎曼 表面 .

针对已知问题，确定与给定黎曼曲面对应的代数函数。

[ðə; ði]['sekənd] ['steɪtmənt] ['fəːniʃ] [ðə; ði] [rɪ'kwaɪəd] ['nʌmbəz] [baɪ] [ˌtrænsen'dentl] [miːnz] , ['neɪmli]
The **second** **statement** **furnishes** **the** **required** **numbers** **by** **transcendental** **means** **,** **namely**
这 第二 陈述 提供 这 必需的 数字 经过 超验的 方法 , 即
, [baɪ][ðə; ði] [ˌekspə'nenʃl] ['fʌŋkʃ(ə)n] .
, **by** **the** **exponential** **function** **.**
, 经过 这 指数 功能 .

第二条语句通过超越方法，即指数函数，提供了所需的数字。

[sɪns] [ðə; ði] [relm] [ɒv; əv][ðə; ði][ɪ'mædʒɪnəri][kwɒ'drætɪk]['nʌmbə(r)] ['fi:ldz] [ɪz][ðə; ði] ['sɪmplɪst] ['ɑ:ftə(r)]

Since	the	realm	of	the	imaginary	quadratic	number	fields	is	the	simplest	after
自从	这	领域	的	这	假想	二次函数	数字	字段	是	这	最简单的	后

[ðə; ði] [relm] [ɒv; əv]['ræʃ(ə)nəl] ['nʌmbəz] ,

the	realm	of	rational	numbers	,
这	领域	的	合理的	数字	,

由于虚二次数域是仅次于有理数域的最简单的域，

[ðə; ði]['prɒbləm][ə'raɪzɪz] , [tu:; tə][ɪk'stend] - ['θɪərəm] [tu:; tə] [ðɪs] [keɪs] .

the	problem	arises	,	to	extend	Kronecker's	theorem	to	this	case	.
这	问题	出现	,	到	延长	-	定理	到	这	案件	.

问题在于如何将克罗内克定理推广到这种情况。

['kroʊnɛkər] [hɪm'self][hæz; həz] [meɪd] [ðə; ði] [ə'sɜ:ʃ(ə)n] [ðæt][ðə; ði][ə'bi:lɪən] [ɪ'kweɪʒnz] [ɪn][ðə; ði] [relm]

Kronecker	himself	has	made	the	assertion	that	the	abelian	equations	in	the	realm
克罗内克	他自己	有	制成	这	断言	那	这	阿贝尔	方程式	在	这	领域

[ɒv; əv][ə; eɪ][kwɒ'drætɪk] [fi:ld] [ɑ:(r); ə(r)]['gɪv(ə)n][baɪ][ðə; ði] [ɪ'kweɪʒnz] [ɒv; əv] [ˌtrænsfə'meɪʃ(ə)n] [ɒv; əv]

of	a	quadratic	field	are	given	by	the	equations	of	transformation	of
的	一个	二次函数	场地	是	给定	经过	这	方程式	的	转型	的

[ɪ'lɪptɪk] ['fʌnkʃ(ə)nz] [wɪð] ['sɪŋgjələ(r)]['mɒdjʊˌlaɪ] ,

elliptic	functions	with	singular	moduli	,
椭圆	函数	和	单数	模数	,

克罗内克本人曾断言，二次域中的阿贝尔方程是由具有奇异模的椭圆函数的变换方程给出的。

[səʊ] [ðæt] [ðə; ði] [ɪ'lɪptɪk] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ə'sju:mz] [hɪə(r)][ðə; ði] [seɪm] [roʊl][æz; əz][ðə; ði] [ˌekspə'nenʃl] ['fʌŋkʃ(ə)n]

so	that	the	elliptic	function	assumes	here	the	same	rôle	as	the	exponential	function
所以	那	这	椭圆	功能	假设	这里	这	相同的	角色	作为	这	指数	功能

[ɪn][ðə; ði]['fɔ:mə(r)] [keɪs] .

in	the	former	case	.
在	这	以前的	案件	.

因此，椭圆函数在这里扮演了与前一种情况下指数函数相同的角色。

[ðə; ði] [pru:f] [ɒv; əv] - [kən'dʒektʃə(r)][hæz; həz][nɒt] [jet] [bi:n] ['fɜ:nɪʃt] ;

The	proof	of	Kronecker's	conjecture	has	not	yet	been	furnished	;
这	证明	的	-	推测	有	不是	然而	到过	提供	;

克罗内克猜想的证明尚未给出；

[bʌt; bət][aɪ] [bɪ'li:v] [ðæt] [ˌaɪ 'ti:][mʌst; məst][bi:; bi][əb'teɪnəb(ə)l] [wɪ'ðaʊt] ['veri] [greɪt] ['dɪfɪkəlti] [ɒn][ðə; ði]

but	I	believe	that	it	must	be	obtainable	without	very	great	difficulty	on	the
但	我	相信	那	它	必须	是	可获得	没有	非常	伟大的	困难	在	这

['beɪsɪs][ɒv; əv][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv]['kɒmpleks][ˌmʌltɪplɪ'keɪʃ(ə)n] [dɪ'veləpt] [baɪ][eɪtʃ] . ['veɪbə(r)] [-] [wɪð]

basis	of	the	theory	of	complex	multiplication	developed	by	H	.	Weber	[	26	]	with
基础	的	这	理论	的	复杂的	乘法	发达	经过	H	.	韦伯	[	-	]	和

[ðə; ði][help][ɒv; əv][ðə; ði] ['pjʊəli] [ˌærɪθ'metɪkl] ['θi:ərəmz] [ɒn] [klɑ:s] ['fi:ldz] [wɪtʃ] [ai][hæv; həv]

the	help	of	the	purely	arithmetical	theorems	on	class	fields	which	I	have
这	帮助	的	这	纯粹	算术	定理	在	班级	字段	哪个	我	有

[ɪ'stæblɪʃt] .

established	.
已确立的	.

但我相信，根据 H. Weber[26] 开发的复乘法理论，借助我所建立的关于类域的纯算术定理，一定可以毫不费力地得到它。

['faɪnəli] , [ðə; ði][ɪk'stenʃ(ə)n][ɒv; əv] - ['θɪərəm] [tu:; tə][ðə; ði] [keɪs] [ðæt] ,

Finally	,	the	extension	of	Kronecker's	theorem	to	the	case	that	,
最后	,	这	扩大	的	-	定理	到	这	案件	那	,

最后，将克罗内克定理推广到以下情况：

[ɪn] [pleɪs] [ɒv; əv][ðə; ði] [relm] [ɒv; əv]['ræʃ(ə)nəl] ['nʌmbəz] [ɔ:(r)][ɒv; əv][ðə; ði][ɪ'mædʒɪnəri][kwɒ'drætɪk] [fi:ld] ,

in	place	of	the	realm	of	rational	numbers	or	of	the	imaginary	quadratic	field	,
在	地方	的	这	领域	的	合理的	数字	或者	的	这	假想	二次函数	场地	,

代替有理数域或虚二次域，

['eni] [ˌældʒɪ'breɪɪk] [fiːld] [wɒt'evə(r)] [ɪz] [leɪd] [daʊn] [æz; əz] [relm] [ɒv; əv] [ˌræʃə'næləti] ,

any	algebraic	field	whatever	is	laid	down	as	realm	of	rationality	,
任何	代数	场地	任何	是	铺设	向下	作为	领域	的	理性	,

任何被定义为理性领域的代数域，

[siːm] [tuː; tə][ˌem 'iː][ɒv; əv][ðə; ði] ['greɪtɪst] [ɪm'pɔːt(ə)ns] .

seems	to	me	of	the	greatest	importance	.
似乎	到	我	的	这	最	重要性	.

在我看来，这至关重要。

[aɪ] [rɪ'gɑːd] [ðɪs] ['prɒbləm] [æz; əz][wʌn][ɒv; əv][ðə; ði][məʊst] [prə'faʊnd] [ænd; ənd][fɑː(r)] - ['riːtʃɪŋ] [ɪn][ðə; ði]

I	regard	this	problem	as	one	of	the	most	profound	and	far	-	reaching	in	the
我	看待	这	问题	作为	一	的	这	最多	深刻的	和	远的	-	到达	在	这

['θɪəri] [ɒv; əv] ['nʌmbəz] [ænd; ənd][ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz] .

theory	of	numbers	and	of	functions	.
理论	的	数字	和	的	函数	.

我认为这个问题是数论和函数论中最深刻、影响最深远的问题之一。

[ðə; ði] ['prɒbləm] [ɪz] [faʊnd] [tuː; tə][biː; bi][ək'sesəb(ə)l][frɒm; frəm] ['meni] ['stændpɔint] .

The	problem	is	found	to	be	accessible	from	many	standpoints	.
这	问题	是	成立	到	是	可访问	从	许多	立场	.

从多个角度来看，这个问题都是可以解决的。

[aɪ] [rɪ'gɑːd] [æz; əz][ðə; ði][məʊst][ɪm'pɔːt(ə)nt] [kiː] [tuː; tə][ðə; ði] [ˌærɪθ'metɪkl] [pɑːt] [ɒv; əv] [ðɪs] ['prɒbləm]

I	regard	as	the	most	important	key	to	the	arithmetical	part	of	this	problem
我	看待	作为	这	最多	重要的	钥匙	到	这	算术	部分	的	这	问题

[ðə; ði]['dʒen(ə)rəl] [lɔː] [ɒv; əv] [ˌresɪ'prɒsəti] [fɔː(r); fə(r)] ['rezəˌdjʊ] [ɒv; əv]['ti 'eɪtʃ] [p'aʊəz] [wɪ'ðɪn] ['eni] ['gɪv(ə)n]

the	general	law	of	reciprocity	for	residues	of	th	powers	within	any	given
这	一般的	法律	的	互惠	为了	残基	的	th	权力	之内	任何	给定

['nʌmbə(r)] [fiːld] .

number	field	.
数字	场地	.

我认为解决此问题算术部分的关键在于任意给定数域内 t 次幂的剩余项的互逆规律。

[æz; əz][tuː; tə][ðə; ði] ['fʌŋkʃ(ə)n] - [ˌθɪə'retɪk(ə)l] [pɑːt] [ɒv; əv][ðə; ði] ['prɒbləm] ,

As	to	the	function	-	theoretical	part	of	the	problem	,
作为	到	这	功能	-	理论	部分	的	这	问题	,

至于问题的函数论部分，

[ðə; ði][ɪn'vestɪgeɪtə(r)][ɪn] [ðɪs] [ə'træktɪv] ['riːdʒən] [wɪl] [biː; bi] ['gaɪdɪd] [baɪ][ðə; ði] [rɪ'mɑːkəb(ə)l] [ə'nælədʒiz]

the	investigator	in	this	attractive	region	will	be	guided	by	the	remarkable	analogies
这	研究者	在	这	吸引人的	地区	将要	是	引导	经过	这	卓越	类比

[wɪtʃ] [ɑː(r); ə(r)]['nəʊtɪsəb(ə)l] [bɪ'twiːn] [ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk]['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv][wʌn]

which	are	noticeable	between	the	theory	of	algebraic	functions	of	one
哪个	是	显	之间	这	理论	的	代数	函数	的	一

['veərɪəb(ə)l][ænd; ənd][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk] ['nʌmbəz] .

variable	and	the	theory	of	algebraic	numbers	.
多变的	和	这	理论	的	代数	数字	.

在这个引人入胜的领域，研究者将受到单变量代数函数理论和代数数理论之间显著相似性的指导。

['hɛnsəl] [-] [hæz; həz]

Hensel	[	27	]	has
亨塞尔	[	-	]	有

亨塞尔[27]

[[ˌpiː 'dʒiː] -]

[	Pg	24	]
[	页	-	]

[第24页]

[prə'pəʊzd] [ænd; ənd] [ɪn'vestɪgeɪtɪd] [ðə; ði] ['ænəlɒg] [ɪn][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk] ['nʌmbəz] [tu:; tə]
proposed 建议的 **and** 和 **investigated** 调查 **the** 这 **analogue** 类似物 **in** 在 **the** 这 **theory** 理论 **of** 的 **algebraic** 代数 **numbers** 数字 **to** 到
[ðə; ði] [dɪ'veləpmənt] [ɪn]['paʊə(r)]['sɪəri:z][ɒv; əv][æn; ən][ˌældʒɪ'breɪɪk]['fʌŋkʃ(ə)n] ;
the 这 **development** 发展 **in** 在 **power** 力量 **series** 系列 **of** 的 **an** 一个 **algebraic** 代数 **function** 功能 **;** ;

提出并研究了代数数理论中与代数函数幂级数展开类似的理论；

[ænd; ənd]['lændz.bɜ:g] [-] [hæz; həz] ['tri:tɪd] [ðə; ði] ['ænəlɒg] [ɒv; əv][ðə; ði] ['rimɑn] - [rɑ:ʃ] ['θɪərəm]
and 和 **Landsberg** **[** [-] **28** **]** **has** 有 **treated** 治疗 **the** 这 **analogue** 类似物 **of** 的 **the** 这 **Riemann** 黎曼 **-** - **Roch** 罗奇 **theorem** 定理
.
:
.

Landsberg[28] 处理了黎曼-罗赫定理的类似物。

[ðə; ði][ə'nælədʒi] [bɪ'twi:n] [ðə; ði] [dɪ'fɪʃ(ə)nsi] [ɒv; əv][ə; eɪ] ['rimɑn] ['sɜ:fɪs] [ænd; ənd] [ðæt] [ɒv; əv][ðə; ði]
The 这 **analogy** 类比 **between** 之间 **the** 这 **deficiency** 不足 **of** 的 **a** 一个 **Riemann** 黎曼 **surface** 表面 **and** 和 **that** 那 **of** 的 **the** 这
[klɑ:s] ['nʌmbə(r)][ɒv; əv][ə; eɪ] [fi:ld] [ɒv; əv] ['nʌmbəz] [ɪz]['ɔ:lsəʊ]['evɪdənt] .
class 班级 **number** 数字 **of** 的 **a** 一个 **field** 场地 **of** 的 **numbers** 数字 **is** 是 **also** 还 **evident** 明显 **.** .

黎曼曲面的亏缺与数域的类数的亏缺之间的类比也是显而易见的。

[kən'sɪdə(r)][ə; eɪ] ['rimɑn] ['sɜ:fɪs] [ɒv; əv] [dɪ'fɪʃ(ə)nsi] ([tu:; tə] [tʌtʃ] [ɒn][ðə; ði] ['sɪmplɪst] [keɪs] ['əʊnli])
Consider 考虑 **a** 一个 **Riemann** 黎曼 **surface** 表面 **of** 的 **deficiency** 不足 **(** (**to** 到 **touch** 触碰 **on** 在 **the** 这 **simplest** 最简单的 **case** 案件 **only** 仅有的 **)**)
[ænd; ənd][ɒn][ðə; ði]['ʌðə(r)][hænd][ə; eɪ]['nʌmbə(r)] [fi:ld] [ɒv; əv] [klɑ:s] .
and 和 **on** 在 **the** 这 **other** 其他 **hand** 手 **a** 一个 **number** 数字 **field** 场地 **of** 的 **class** 班级 **.** .

考虑一个亏缺黎曼曲面（仅涉及最简单的情况），另一方面考虑一个类为的数域。

[tu:; tə][ðə; ði] [pru:f] [ɒv; əv][ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ɒv; əv][æn; ən] ['ɪntɪgrəl] ['evriweə(r)] ['faɪnaɪt][ɒn][ðə; ði]
To 到 **the** 这 **proof** 证明 **of** 的 **the** 这 **existence** 存在 **of** 的 **an** 一个 **integral** 不可缺少的 **everywhere** 到处 **finite** 有限 **on** 在 **the** 这
['rimɑn] ['sɜ:fɪs] ,
Riemann 黎曼 **surface** 表面 **,** ,

为了证明黎曼曲面上处处有限的积分的存在性，

[ˌkɔ:ri'spɔnd] [ðə; ði] [pru:f] [ɒv; əv][ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ɒv; əv][æn; ən]['ɪntɪdʒə(r)][ɪn][ðə; ði]['nʌmbə(r)] [fi:ld]
corresponds 对应 **the** 这 **proof** 证明 **of** 的 **the** 这 **existence** 存在 **of** 的 **an** 一个 **integer** 整数 **in** 在 **the** 这 **number** 数字 **field** 场地
[sʌtʃ] [ðæt] [ðə; ði]['nʌmbə(r)] [ˌreprɪ'zents] [ə; eɪ][kwɒ'drætɪk] [fi:ld] ,
such 这样的 **that** 那 **the** 这 **number** 数字 **represents** 代表 **a** 一个 **quadratic** 二次函数 **field** 场地 **,** ,

对应于证明数域中存在一个整数，使得该整数表示一个二次域。

['relətɪvli] ['ʌn'bra:ntʃt] [wɪð] [rɪ'spekt] [tu:; tə][ðə; ði][ˌfʌndə'ment(ə)l] [fi:ld] .
relatively 相对地 **unbranched** 未分支的 **with** 和 **respect** 尊重 **to** 到 **the** 这 **fundamental** 基本的 **field** 场地 **.** .

相对于基础场而言，分支相对较少。

[ɪn][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk]['fʌnkʃ(ə)nz] , [ðə; ði] ['meθəd] [ɒv; əv] ['baʊndri] ['vælju:z] (
In 在 **the** 这 **theory** 理论 **of** 的 **algebraic** 代数 **functions** 函数 **,** , **the** 这 **method** 方法 **of** 的 **boundary** 边界 **values** 值 **(** (
Randwerthaufgabe - **)**) [sɜ:rvz] ,
serves 服务 **,** ,

在代数函数理论中，边界值法（Randwerthaufgabe）发挥着重要作用。

[æz; əz][ɪz] [wel] [nəʊn] , [fɔː(r); fə(r)][ðə; ði] [pruːf] [ɒv; əv] ['riːmɑːnz] [ɪg'zɪstəns] ['θɪərəm] .

as	is	well	known	,	for	the	proof	of	Riemann's	existence	theorem	.
作为	是	出色地	已知	,	为了	这	证明	的	黎曼的	存在	定理	.

众所周知，黎曼存在性定理就是用这种方法证明的。

[ɪn][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv]['nʌmbə(r)] ['fiːldz] ['ɔːlsəʊ] ,

In	the	theory	of	number	fields	also	,
在	这	理论	的	数字	字段	还	,

在数域理论中也是如此，

[ðə; ði] [pruːf] [ɒv; əv][ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ɒv; əv][dʒʌst] [ðɪs] ['nʌmbə(r)] ['ɒfəz] [ðə; ði] ['greɪtɪst] ['dɪfɪkəlti] .

the	proof	of	the	existence	of	just	this	number	offers	the	greatest	difficulty	.
这	证明	的	这	存在	的	只是	这	数字	优惠	这	最	困难	.

证明这个数字的存在是最大的难题。

[ðɪs] [pruːf] [sək'siːdz] [wɪð] [ˌɪndɪ'spensəb(ə)l] [ə'sɪstəns] [frɒm; frəm][ðə; ði] ['θɪərəm] [ðæt] [ɪn][ðə; ði]

This	proof	succeeds	with	indispensable	assistance	from	the	theorem	that	in	the
这	证明	成功	和	必不可少	协助	从	这	定理	那	在	这

['nʌmbə(r)] [fiːld] [ðeə(r)][ɑː(r); ə(r)] ['ɔːlweɪz] [praɪm] [aɪ'diəl] [ˌkɒrə'spɒndɪŋ] [tuː; tə]['gɪv(ə)n] [rɪ'zɪdjuəl]

number	field	there	are	always	prime	ideals	corresponding	to	given	residual
数字	场地	那里	是	总是	主要的	理想	相应的	到	给定	残余

['prɒpətiz] .

properties	.
特性	.

该证明的成功离不开数域中总存在与给定剩余性质相对应的素理想这一定理的不可或缺的帮助。

[ðɪs] ['lætə(r)][fækt][ɪz] ['ðeəfɔː(r)] [ðə; ði] ['ænəlɒg] [ɪn]['nʌmbə(r)] ['θɪəri] [tuː; tə][ðə; ði]['prɒbləm] [ɒv; əv]

This	latter	fact	is	therefore	the	analogue	in	number	theory	to	the	problem	of
这	后者	事实	是	所以	这	类似物	在	数字	理论	到	这	问题	的

['baʊndri] ['vælјuːz] .

boundary	values	.
边界	值	.

因此，后一个事实在数论中类似于边界值问题。

[ðə; ði][ɪ'kweɪʒ(ə)n][ɒv; əv]['eɪbəlz] ['θɪərəm] [ɪn][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk]['fʌnkʃ(ə)nz] [ɪk'spresɪz] ,

The	equation	of	Abel's	theorem	in	the	theory	of	algebraic	functions	expresses	,
这	方程	的	亚伯的	定理	在	这	理论	的	代数	函数	表达	,

[æz; əz][ɪz] [wel] [nəʊn] ,

as	is	well	known	,
作为	是	出色地	已知	,

众所周知，代数函数理论中的阿贝尔定理方程表达的是：

[ðə; ði] ['nesəsəri] [ænd; ənd] [sə'fɪʃ(ə)nt] [kən'dɪʃn] [ðæt] [ðə; ði] [pɔɪnts] [ɪn] ['kwestʃən] [ɒn][ðə; ði] ['rimɑn]

the	necessary	and	sufficient	condition	that	the	points	in	question	on	the	Riemann
这	必要的	和	充足的	状况	那	这	积分	在	问题	在	这	黎曼

['sɜːfɪs] [ɑː(r); ə(r)][ðə; ði]['zɪərəʊ] [pɔɪnts] [ɒv; əv][æn; ən][ˌældʒɪ'breɪɪk]['fʌŋkʃ(ə)n] [bɪ'lɒŋɪŋ] [tuː; tə][ðə; ði]

surface	are	the	zero	points	of	an	algebraic	function	belonging	to	the
表面	是	这	零	积分	的	一个	代数	功能	属于	到	这

['sɜːfɪs] .

surface	.
表面	.

黎曼曲面上所讨论的点是属于该曲面的代数函数的零点的充要条件。

[ðə; ði][ɪg'zækt] ['ænəlɒg] [ɒv; əv]['eɪbəlz] ['θɪərəm] , [ɪn][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv][ðə; ði]['nʌmbə(r)] [fiːld] [ɒv; əv]

The	exact	analogue	of	Abel's	theorem	,	in	the	theory	of	the	number	field	of
这	精确的	类似物	的	亚伯的	定理	,	在	这	理论	的	这	数字	场地	的

[klɑːs] ,

class	,
班级	,

阿贝尔定理在类数域理论中的精确对应物是：

[ɪz][ðə; ði][ɪ'kweɪʒ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði] [lɔ:] [ɒv; əv][kwɒ'drætɪk][ˌresɪ'prɒsəti] [-]

is	the	equation	of	the	law	of	quadratic	reciprocity	[	29	]
是	这	方程	的	这	法律	的	二次函数	互惠	[	-	]

是二次互反律的方程[29]

[wɪtʃ] [di'klɛə] [ðæt][ðə; ði][aɪ'di:əl][ɪz] [ðen] [ænd; ənd]['əʊnli] [ðen] [ə; eɪ]['prɪnsəp(ə)l][aɪ'di:əl][ɒv; əv][ðə; ði]

which	declares	that	the	ideal	is	then	and	only	then	a	principal	ideal	of	the
哪个	声明	那	这	理想的	是	然后	和	仅有的	然后	一个	主要的	理想的	的	这

['nʌmbə(r)] [fi:ld] [wen] [ðə; ði][kwɒ'drætɪk]['rezɪdju:][ɒv; əv][ðə; ði]['nʌmbə(r)] [wɪð] [rɪ'spekt] [tu:; tə][ðə; ði]

number	field	when	the	quadratic	residue	of	the	number	with	respect	to	the
数字	场地	什么时候	这	二次函数	残留物	的	这	数字	和	尊重	到	这

[aɪ'di:əl][ɪz] ['pɒzətɪv] .

ideal	is	positive	.
理想的	是	积极的	.

这表明，当且仅当一个数关于该理想的二次剩余为正时，该理想才是数域的主理想。

[ˌaɪ 'ti:] [wɪl] [bi:; bi] [si:n] [ðæt] [ɪn][ðə; ði]['prɒbləm][dʒʌst] [sketʃ] [ðə; ði] [θri:] [ˌfʌndə'ment(ə)l] ['brɑ:ntʃɪz]

It	will	be	seen	that	in	the	problem	just	sketched	the	three	fundamental	branches
它	将要	是	已见	那	在	这	问题	只是	草图	这	三	基本的	分支

[ɒv; əv] [ˌmæθə'mætɪks] ,

of	mathematics	,
的	数学	,

可以看出，这个问题概括了数学的三个基本分支。

['nʌmbə(r)] ['θɪəri] , ['ældʒɪbrə][ænd; ənd]['fʌŋkʃ(ə)n] ['θɪəri] , [kʌm] ['ɪntu:][kləusɪst] [tʌtʃ] [wɪð] [wʌn]

number	theory	,	algebra	and	function	theory	,	come	into	closest	touch	with	one
数字	理论	,	代数	和	功能	理论	,	来	进入	最接近	触碰	和	一

[ə'nʌðə(r)] ,

another	,
其他	,

数论、代数和函数论之间的联系最为紧密。

[ænd; ənd][aɪ][ˌeɪ 'em]['sɜ:t(ə)n] [ðæt] [ðə; ði]

and	I	am	certain	that	the
和	我	是	肯定	那	这

我确信

[[ˌpi: 'dʒi:] -]

[	Pg	25	]
[	页	-	]

[第25页]

['θɪəri] [ɒv; əv][ˌænə'lɪtɪk(ə)l]['fʌnkʃ(ə)nz][ɒv; əv] ['sevrəl] ['verɪəbl] [ɪn][pə'tɪkjələ(r)] [wʊd] [bi:; bi]['nəʊtəbli]

theory	of	analytical	functions	of	several	variables	in	particular	would	be	notably
理论	的	分析	函数	的	一些	变量	在	特别的	会	是	尤其

[ɪn'rɪtʃt] [ɪf] [wʌn][ʃʊd; ʃəd] [sək'si:d] [ɪn]['faɪndɪŋ][ænd; ənd] [dɪ'skʌsɪŋ] [ðəʊz] ['fʌnkʃ(ə)nz] [wɪtʃ] [pleɪ]

enriched	if	one	should	succeed	in	finding	and	discussing	those	functions	which	play
富含	如果	一	应该	成功	在	寻找	和	讨论	那些	函数	哪个	玩

[ðə; ði] [pɑ:t] [fɔ:(r); fə(r)] ['eni] [ˌældʒɪ'breɪɪk]['nʌmbə(r)] [fi:ld] [ˌkɒrə'spɒndɪŋ] [tu:; tə] [ðæt] [ɒv; əv][ðə; ði]

the	part	for	any	algebraic	number	field	corresponding	to	that	of	the
这	部分	为了	任何	代数	数字	场地	相应的	到	那	的	这

[ˌekspə'nenʃl] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ɪn][ðə; ði] [fi:ld] [ɒv; əv]['ræʃ(ə)nəl] ['nʌmbəz] [ænd; ənd][ɒv; əv][ðə; ði] [ɪ'lɪptɪk]

exponential	function	in	the	field	of	rational	numbers	and	of	the	elliptic
指数	功能	在	这	场地	的	合理的	数字	和	的	这	椭圆

['mɒdjələ(r)] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɪn][ðə; ði][ɪ'mædʒɪnəri][kwɒ'drætɪk]['nʌmbə(r)] [fi:ld] .

modular	functions	in	the	imaginary	quadratic	number	field	.
模块化的	函数	在	这	假想	二次函数	数字	场地	.

如果能够找到并讨论那些在任何代数数域中扮演着与有理数域中的指数函数和虚二次数域中的椭圆模函数相对应的角色的函数，那么多元解析函数理论将会得到显著丰富。

['pɑːsɪŋ] [tuː; tə]['ældʒɪbrə] ,
Passing **to** **algebra** **,**
通过 到 代数 ,

进入代数课，

[aɪ][ʃæl; ʃəl]['menʃ(ə)n][ə; eɪ]['prɒbləm][frɒm; frəm][ðə; ðɪ] ['θɪəri] [ɒv; əv] [ɪ'kweɪʒnz] [ænd; ənd][wʌn][tuː; tə]
I **shall** **mention** **a** **problem** **from** **the** **theory** **of** **equations** **and** **one** **to**
我 将 提到 一个 问题 从 这 理论 的 方程式 和 一 到
[wɪtʃ] [ðə; ðɪ] ['θɪəri] [ɒv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk] [ɪn'veriənts] [hæz; həz][led][ˌem 'iː] . [-]
which **the** **theory** **of** **algebraic** **invariants** **has** **led** **me** **.** **[** **26** **]**
哪个 这 理论 的 代数 不变量 有 引领 我 . [-]

我将提及方程理论中的一个问题，以及代数不变量理论带给我的一个问题。[26]

- [fʊŋkt͡sɪoːnən][ˌjuː en 'diː] - ['zɑːlən] .
Elliptische **Funktionen** **und** **algebraische** **Zahlen** **.**
- 功能 和 - 扎伦 .

椭圆函数和代数 Zahlen。

['braʊnʃwaɪg] , - . [-]
Braunschweig **,** **1891** **.** **[** **27** **]**
布伦瑞克 , - . [-]

布伦瑞克，1891 年。[27]

- .
Jahresber **.**
- .

Jahresber。

[diː] . ['dɔɪtʃən] [mæθ] - [fɛɐ'aɪnɪgʊŋ] , [vɒl] .
d **.** **Deutschen** **Math** **-** **Vereinigung** **,** **vol** **.**
d . 德语 数学 - 协会 , 卷 .

d.德国数学联盟，卷。

[sɪks] , [ænd; ənd][æn; ən]['ɑːtɪk(ə)l] [suːn] [tuː; tə] [ə'pɪə(r)] [ɪn][ðə; ðɪ] [mæθ] .
6 **,** **and** **an** **article** **soon** **to** **appear** **in** **the** **Math** **.**
6 , 和 一个 文章 很快 到 出现 在 这 数学 .

6，以及一篇即将发表在《数学》上的文章。

['ænələn] [[vɒl] . - , [piː] . -] : " ['uːbər] [daɪ] [ˌɛntˈvɪkəlʊŋ] [dɜːr] - ['zɑːlən] [ɪn]
Annalen **[** **Vol** **.** **55** **,** **p** **.** **301** **]** **:** **"** **Ueber** **die** **Entwickelung** **der** **algebraischen** **Zahlen** **in**
安娜伦 [沃尔 . - , p . -] : " ueber 死 发展 德尔 - 扎伦 在
- . " [-]
Potenzreihen **.** **"** **[** **28** **]**
- . " [-]

安娜伦 [卷。 55，p。 301]：“Ueber die Entwickelung der algebraischen Zahlen in Potenzreihen。”[28]

[mæθ] .
Math **.**
数学 .

数学。

['ænələn] [vɒl] . - (-) . [-]
Annalen **vol** **.** **50** **(** **1898** **)** **.** **[** **29** **]**
安娜伦 卷 . - (-) . [-]

Annalen 第 50 卷（1898 年）。[29]

[ˌsiː 'ef] .
Cf **.**
cf .

参见。

['hɪlbɜːrt] , " ['uːbər] [daɪ] [ˌteɪə'riː] [dɜːr][rɪ'lætɪv] - - - , " - .
Hilbert , " Ueber die Theorie der relativ - Abelschen Zahlkörper , " Gött .
希尔伯特 , " ueber 死 理论 德尔 相对论 - - - , " - .

希尔伯特，“Ueber die Theorie der relativ-Abelschen Zahlkörper”，Gött。

['nɑːxˌrɪxtən] , - . - .
Nachrichten , 1898 . 13 .
新闻 , - . - .

Nachrichten，1898.13。

[ɪmˌpɒsə'bɪlətɪ] [ɒv; əv][ðə; ði] [sə'luːʃ(ə)n] [ɒv; əv][ðə; ði]['dʒen(ə)rəl] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] [ɒv; əv][ðə; ði] 7TH [dɪ'griː]
IMPOSSIBILITY OF THE SOLUTION OF THE GENERAL EQUATION OF THE 7TH DEGREE
不可能 的 这 解决方案 的 这 一般的 方程 的 这 7TH 程度
[baɪ] [miːnz] [ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv] ['əʊnli] [tuː] ['ɑːgjʊm(ə)nts] .
BY MEANS OF FUNCTIONS OF ONLY TWO ARGUMENTS .
经过 方法 的 函数 的 仅有的 二 论点 .

用只有两个自变量的函数无法求解七次一般方程。

[nɒ'mɒgrəfɪ] [-] [diːlz] [wɪð] [ðə; ði] ['prɒbləm] :
Nomography [30] deals with the problem :
列线图 [-] 交易 和 这 问题 :

列线图[30] 解决以下问题：

[tuː; tə] [sɒlv] [ɪ'kweɪʒnz] [baɪ] [miːnz] [ɒv; əv] ['drɔːɪŋz] [ɒv; əv] ['fæmɪlɪz] [ɒv; əv] [kɜːrvz] [dɪ'pendɪŋ] [ɒn]
to solve equations by means of drawings of families of curves depending on
到 解决 方程式 经过 方法 的 图画 的 家庭 的 曲线 取决于 在
[æn; ən] ['ɑːbɪtrəri] [pə'ræmɪtə(r)] .
an arbitrary parameter .
一个 随意的 范围 .

通过绘制取决于任意参数的曲线族来求解方程。

[ˌaɪ 'tiː][ɪz] [siːn] [æt; ət][wʌns] [ðæt] ['evri] [ruːt] [ɒv; əv][æn; ən][ɪ'kweɪʒ(ə)n] [huːz] [kəʊɪ'fɪʃənts] [dɪ'pend]
It is seen at once that every root of an equation whose coefficients depend
它 是 已见 在 一次 那 每一个 根 的 一个 方程 谁 系数 依赖
[ə'pɒn]['əʊnli] [tuː] [pə'ræmɪtəz] ,
upon only two parameters ,
之上 仅有的 二 参数 ,

显然，系数仅取决于两个参数的方程的每个根，

[ðæt] [ɪz] , ['evri] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ɒv; əv] [tuː] [ˌɪndɪ'pendənt] ['verɪəbl] ,
that is , every function of two independent variables ,
那 是 , 每一个 功能 的 二 独立的 变量 ,

也就是说，两个自变量的每一个函数，

[kæn; kən][biː; bi] [ˌreprɪ'zentɪd] [ɪn]['mænɪfəʊld] [weɪz] [ə'kɔːdɪŋ] [tuː; tə][ðə; ði]['prɪnsəp(ə)l] ['laɪɪŋ] [æt; ət][ðə; ði]
can be represented in manifold ways according to the principle lying at the
能 是 代表 在 歧管 方式 根据 到 这 原则 说谎 在 这
[faʊn'deɪʃ(ə)n][ɒv; əv] [nɒ'mɒgrəfɪ] .
foundation of nomography .
基础 的 列线图 .

根据列线图的基本原理，可以用多种方式表示。

['fɜːðə(r)] ,
Further ,
更远 ,

更远，

[ə; eɪ] [lɑːdʒ] [klɑːs] [ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv] [θriː] [ɔː(r)][mɔː(r)] ['verɪəbl] [kæn; kən] ['evɪdəntli] [biː; bi]

a	large	class	of	functions	of	three	or	more	variables	can	evidently	be
一个	大的	班级	的	函数	的	三	或者	更多的	变量	能	显然	是

[ˌreprɪ'zentɪd] [baɪ] [ðɪs] ['prɪnsəp(ə)l][ə'ləʊn] [wɪ'ðaʊt] [ðə; ði][juːz][ɒv; əv]['veərɪəb(ə)l] ['elɪmənts] ,

represented	by	this	principle	alone	without	the	use	of	variable	elements	,
代表	经过	这	原则	独自的	没有	这	使用	的	多变的	元素	,

显然，仅凭这一原理，无需使用变量元素，就可以表示一大类具有三个或更多变量的函数。

['neɪmli] [ɔːl] [ðəʊz] [wɪtʃ] [kæn; kən][biː; bi]['dʒenəˌreɪtɪd][baɪ] ['fɔːmɪŋ] [fɜːst][ə; eɪ]['fʌŋkʃ(ə)n][ɒv; əv] [tuː]

namely	all	those	which	can	be	generated	by	forming	first	a	function	of	two
即	全部	那些	哪个	能	是	生成的	经过	成型	第一的	一个	功能	的	二

['ɑːgjʊm(ə)nts] ,

arguments	,
论点	,

即所有可以通过首先构造一个有两个参数的函数而生成的函数，

[ðen] [ɪ'kweɪtɪŋ] [iːtʃ] [ɒv; əv] [ðiːz] ['ɑːgjʊm(ə)nts][tuː; tə][ə; eɪ]['fʌŋkʃ(ə)n][ɒv; əv] [tuː] ['ɑːgjʊm(ə)nts] ,

then	equating	each	of	these	arguments	to	a	function	of	two	arguments	,
然后	等同	每个	的	这些	论点	到	一个	功能	的	二	论点	,

然后将每个参数都表示为两个参数的函数，

[nekst] [rɪ'pleɪsɪŋ] [iːtʃ] [ɒv; əv] [ðəʊz] ['ɑːgjʊm(ə)nts][ɪn][ðeə(r)] [tɜːn] [baɪ][ə; eɪ]['fʌŋkʃ(ə)n][ɒv; əv] [tuː]

next	replacing	each	of	those	arguments	in	their	turn	by	a	function	of	two
下一个	替换	每个	的	那些	论点	在	他们的	转动	经过	一个	功能	的	二

['ɑːgjʊm(ə)nts] ,

arguments	,
论点	,

接下来，依次将这些参数替换为一个二元函数，

[ænd; ənd][səʊ][ɒn] , [rɪ'gɑːdɪŋ] [æz; əz][əd'mɪsəb(ə)l]['eni]['faɪnaɪt]['nʌmbə(r)][ɒv; əv] [ɪns'ɜːʃənz] [ɒv; əv]

and	so	on	,	regarding	as	admissible	any	finite	number	of	insertions	of
和	所以	在	,	关于	作为	可采纳	任何	有限	数字	的	插入	的

['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv] [tuː] ['ɑːgjʊm(ə)nts] .

functions	of	two	arguments	.
函数	的	二	论点	.

以此类推，将任意有限个二元函数的插入都视为可接受的。

[səʊ] , [fɔː(r); fə(r)][ɪg'zɑːmp(ə)l] ,

So	,	for	example	,
所以	,	为了	例子	,

例如，

['evri] ['ræʃ(ə)nəl]['fʌŋkʃ(ə)n][ɒv; əv]['eni]['nʌmbə(r)][ɒv; əv]['ɑːgjʊm(ə)nts] [biˈlɔŋz] [tuː; tə] [ðɪs] [klɑːs][ɒv; əv]

every	rational	function	of	any	number	of	arguments	belongs	to	this	class	of
每一个	合理的	功能	的	任何	数字	的	论点	属于	到	这	班级	的

['fʌnkʃ(ə)nz] [kən'strʌktɪd] [baɪ][ˌnɒmə'græfɪkəl] ['teɪblz] ;

functions	constructed	by	nomographic	tables	;
函数	建造	经过	列线图	表格	;

任何具有任意数量自变量的有理函数都属于用列线图构造的这类函数；

[fɔː(r); fə(r)][ˌaɪ 'tiː][kæn; kən][biː; bi]['dʒenəˌreɪtɪd][baɪ][ðə; ði] ['prəʊsesɪz] [ɒv; əv] [ə'dɪʃ(ə)n] , [səb'trækʃ(ə)n] ,

for	it	can	be	generated	by	the	processes	of	addition	,	subtraction	,
为了	它	能	是	生成的	经过	这	流程	的	添加	,	减法	,

因为它可以通过加法、减法等过程生成，

[ˌmʌltɪplɪ'keɪʃ(ə)n][ænd; ənd][dɪ'vɪʒ(ə)n][ænd; ənd] [iːtʃ] [ɒv; əv] [ðiːz] ['prəʊsesɪz] [pɹədj'uːsɪz][ə; eɪ]['fʌŋkʃ(ə)n]

multiplication	and	division	and	each	of	these	processes	produces	a	function
乘法	和	分配	和	每个	的	这些	流程	产	一个	功能

[ɒv; əv]['əʊnli] [tuː] ['ɑːgjʊm(ə)nts] .

of	only	two	arguments	.
的	仅有的	二	论点	.

乘法和除法，这两个过程都只产生一个有两个参数的函数。

[wʌn] [siːz] ['iːzəli] [ðæt] [ðə; ði] [ruːts] [ɒv; əv] [ɔːl] [ɪ'kweɪʒnz] [wɪtʃ] [ɑː(r); ə(r)] ['sɒlvəbl] [baɪ] ['rædɪkl] [ɪn]

One	sees	easily	that	the	roots	of	all	equations	which	are	solvable	by	radicals	in
一	看到	容易地	那	这	根	的	全部	方程式	哪个	是	可解	经过	自由基	在

[ðə; ði] ['nætʃ(ə)rəl] [relm] [ɒv; əv] [ˌræʃə'næləti] [bɪ'lɒŋ] [tuː; tə] [ðɪs] [klɑːs] [ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz] ;

the	natural	realm	of	rationality	belong	to	this	class	of	functions	;
这	自然的	领域	的	理性	属于	到	这	班级	的	函数	;

很容易看出，在理性的自然领域中，所有可以用根式求解的方程的根都属于这类函数；

[fɔː(r); fə(r)] [hɪə(r)] [ðə; ði] [ɪk'strækʃn] [ɒv; əv] [ruːts] [ɪz] [ə'dʒɔɪnd] [tuː; tə] [ðə; ði] [fɔː(r)] [ˌærɪθ'metɪkl] [ɑːpə'reɪʃnz]

for	here	the	extraction	of	roots	is	adjoined	to	the	four	arithmetical	operations
为了	这里	这	萃取	的	根	是	相邻的	到	这	四	算术	运营

[ænd; ənd] [ðɪs] ,

and	this	,
和	这	,

因为在这里，开方运算与四则运算紧密相关，而且，

[ɪn'diːd] , ['prez(ə)nts] [ə; eɪ] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ɒv; əv] [wʌn] ['ɑːgjumənt] ['əʊnli] .

indeed	,	presents	a	function	of	one	argument	only	.
的确	,	礼物	一个	功能	的	一	争论	仅有的	.

实际上，它只呈现一个单参数函数。

['laɪkwaɪz] [ðə; ði] ['dʒen(ə)rəl] [ɪ'kweɪʒnz] [ɒv; əv] [ðə; ði] ['ti 'eɪtʃ] [ænd; ənd] ['ti 'eɪtʃ] [dɪ'griːz] [ɑː(r); ə(r)] ['sɒlvəbl]

Likewise	the	general	equations	of	the	th	and	th	degrees	are	solvable
同样地	这	一般的	方程式	的	这	th	和	th	学位	是	可解

[baɪ] ['suːtəb(ə)l] [ˌnɒmə'græfɪkəl] ['teɪblz] ;

by	suitable	nomographic	tables	;
经过	合适的	列线图	表格	;

同样，第 n 次和第 n 次方程的一般形式可以通过合适的列线图求解；

[fɔː(r); fə(r)] , [baɪ] [miːnz] [ɒv; əv] [tʃɜːnhaʊzən] [tɹænsfɔːm'eɪʃənz] , [wɪtʃ] [rɪ'kwaɪə(r)] ['əʊnli] [ɪk'strækʃn]

for	,	by	means	of	Tschirnhausen	transformations	,	which	require	only	extraction
为了	,	经过	方法	的	奇恩豪森	转变	,	哪个	要求	仅有的	萃取

[ɒv; əv] [ruːts] ,

of	roots	,
的	根	,

因为通过 Tschirnhausen 变换，只需要提取根，

[ðeɪ] [kæn; kən] [biː; bi] [rɪ'djuːst] [tuː; tə] [ə; eɪ] [fɔːm]

they	can	be	reduced	to	a	form
他们	能	是	减少	到	一个	形式

它们可以被简化成一种形式

[[ˌpiː 'dʒiː] -]

[	Pg	26	]
[	页	-	]

[第26页]

[weə(r)] [ðə; ði] [kəʊɪ'fɪʃənts] [dɪ'pend] [ə'pɒn] [tuː] [pə'ræmɪtəz] ['əʊnli] .

where	the	coefficients	depend	upon	two	parameters	only	.
在哪里	这	系数	依赖	之上	二	参数	仅有的	.

其中系数仅取决于两个参数。

[naʊ] [ˌaɪ 'tiː] [ɪz] ['prɒbəb(ə)l] [ðæt] [ðə; ði] [ruːt] [ɒv; əv] [ðə; ði] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] [ɒv; əv] [ðə; ði] ['sev(ə)nθ] [dɪ'griː] [ɪz] [ə; eɪ]

Now	it	is	probable	that	the	root	of	the	equation	of	the	seventh	degree	is	a
现在	它	是	可能	那	这	根	的	这	方程	的	这	第七	程度	是	一个

['fʌŋkʃ(ə)n] [ɒv; əv] [ɪts] [kəʊɪ'fɪʃənts] [wɪtʃ] [dʌz] [nɒt] [bɪ'lɒŋ] [tuː; tə] [ðɪs] [klɑːs] [ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz]

function	of	its	coefficients	which	does	not	belong	to	this	class	of	functions
功能	的	它是	系数	哪个	做	不是	属于	到	这	班级	的	函数

['keɪpəb(ə)l] [ɒv; əv] [ˌnɒmə'græfɪkəl] [kən'strʌkʃn] ,

capable	of	nomographic	construction	,
有能力的	的	列线图	建造	,

现在，七次方程的根很可能是一个与其系数相关的函数，而这个函数不属于能够进行列线图构造的函数类。

[ai] . [iː] . ,

i	.	e	.	,
我	.	e	.	,

IE，

[ðæt] [ˌaɪ 'tiː] ['kænɒt] [biː; bi] [kən'strʌktɪd] [baɪ][ə; eɪ]['faɪnaɪt]['nʌmbə(r)][ɒv; əv] [ɪns'ɜːʃənz] [ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz]

that	it	cannot	be	constructed	by	a	finite	number	of	insertions	of	functions
那	它	不能	是	建造	经过	一个	有限	数字	的	插入	的	函数

[ɒv; əv] [tuː] ['ɑːgjʊm(ə)nts] .

of	two	arguments	.
的	二	论点	.

它不能通过有限次插入两个参数的函数来构造。

[ɪn]['ɔːdə(r)][tuː; tə] [pruːv] [ðɪs] ,

In	order	to	prove	this	,
在	命令	到	证明	这	,

为了证明这一点，

[ðə; ði] [pruːf] [wʊd] [biː; bi] ['nesəsəri] [ðæt] [ðə; ði][ɪ'kweɪʒ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði]['sev(ə)nθ] [dɪ'griː] [ɪz][nɒt]

the	proof	would	be	necessary	that	the	equation	of	the	seventh	degree	is	not
这	证明	会	是	必要的	那	这	方程	的	这	第七	程度	是	不是

['sɒlvəbl] [wɪð] [ðə; ði][help][ɒv; əv]['eni] [kən'tɪnjuəs] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv]['əʊnli] [tuː] ['ɑːgjʊm(ə)nts] .

solvable	with	the	help	of	any	continuous	functions	of	only	two	arguments	.
可解	和	这	帮助	的	任何	连续的	函数	的	仅有的	二	论点	.

需要证明七次方程不能借助任何只有两个自变量的连续函数来求解。

[ai] [meɪ] [biː; bi] [ə'laʊd] [tuː; tə][ˌeɪ diː 'diː] [ðæt] [ai][hæv; həv]['sætɪsfaɪd][maɪ'self][baɪ][ə; eɪ] ['rɪgərəs] ['prəʊses]

I	may	be	allowed	to	add	that	I	have	satisfied	myself	by	a	rigorous	process
我	可能	是	允许	到	添加	那	我	有	使满意	我	经过	一个	严格的	过程

[ðæt] [ðeə(r)][ɪg'zɪst][ˌænə'lɪtɪk(ə)l] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv] [θriː] ['ɑːgjʊm(ə)nts] [wɪtʃ] ['kænɒt] [biː; bi] [əb'teɪnd] [baɪ]

that	there	exist	analytical	functions	of	three	arguments	which	cannot	be	obtained	by
那	那里	存在	分析	函数	的	三	论点	哪个	不能	是	获得	经过

[ə; eɪ]['faɪnaɪt] [tʃeɪn] [ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv]['əʊnli] [tuː] ['ɑːgjʊm(ə)nts] .

a	finite	chain	of	functions	of	only	two	arguments	.
一个	有限	链	的	函数	的	仅有的	二	论点	.

我还可以补充一点，我已经通过严格的过程确信，存在三个参数的解析函数，这些函数不能通过只有两个参数的有限函数链得到。

[baɪ] [ɪm'plɔɪɪŋ] [ɔːg'zɪliəri] ['muːvəbl] ['elɪmənts] , [nɒ'mɒgrəfɪ] [sək'siːdz] [ɪn] [kən'strʌktɪŋ] ['fʌnkʃ(ə)nz]

By	employing	auxiliary	movable	elements	,	nomography	succeeds	in	constructing	functions
经过	雇用	辅助的	活动	元素	,	列线图	成功	在	建造	函数

[ɒv; əv][mɔː(r)][ðæn; ðən] [tuː] ['ɑːgjʊm(ə)nts] ,

of	more	than	two	arguments	,
的	更多的	比	二	论点	,

通过运用辅助可移动元素，列线图法能够构建具有两个以上自变量的函数。

[æz; əz] - [hæz; həz]['riːs(ə)ntli] [pruːvd] [ɪn][ðə; ði] [keɪs] [ɒv; əv][ðə; ði][ɪ'kweɪʒ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði]['ti 'eɪtʃ]

as	d'Ocagne	has	recently	proved	in	the	case	of	the	equation	of	the	th
作为	-	有	最近	已证实	在	这	案件	的	这	方程	的	这	th

[dɪ'griː] . [-] [-]

degree	.	[	31	]	[	30	]
程度	.	[	-	]	[	-	]

正如 d'Ocagne 最近在 n 次方程的情况下所证明的那样。[31][30]

- , - [diː] - , ['pærɪs] , - . [-]

d'Ocagne	,	Traité	de	Nomographie	,	Paris	,	1899	.	[	31	]
-	,	-	德	-	,	巴黎	,	-	.	[	-	]

d'Ocagne，Traité de Nomographie，巴黎，1899 年。[31]

" [sɜːr][lɑː][ˌrezə'luːʃ(ə)n] - [diː] - [ˌdiː'juː] - - .
" **Sur la resolution nomographiqne de l'équation du septième degré .**
" 苏尔 拉 解决 - 德 - 杜 - - .

"关于七级方程式的分辨率列线。

" [kɑ̃ːt] [rɒŋ'djuː] , ['pærɪs] , - . - .
" **Comptes rendus , Paris , 1900 . 14 .**
" 账户 雷杜斯 , 巴黎 , - . - .

"Comptes rendus，巴黎，1900.14。

[pruːf] [ɒv; əv][ðə; ði] ['faɪnaɪtˌnəs] [ɒv; əv] ['sɜːt(ə)n] [kəm'pliːt] ['sɪstəmz] [ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz] .
PROOF OF THE FINITENESS OF CERTAIN COMPLETE SYSTEMS OF FUNCTIONS .
证明 的 这 有限性 的 肯定 完全的 系统 的 函数 .

证明某些完备函数系统的有限性。

[ɪn][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk] [ɪn'veriənts] , ['kwestʃənz] [æz; əz][tuː; tə][ðə; ði]['faɪnaɪtˌnəs][ɒv; əv]
In the theory of algebraic invariants , questions as to the finiteness of
[kəm'pliːt] ['sɪstəmz] [ɒv; əv] [fɔːmz] [dɪ'zɜːv] ,
complete systems of forms deserve ,
在 这 理论 的 代数 不变量 , 问题 作为 到 这 有限性 的
完全的 系统 的 表格 应得 ,

在代数不变量理论中，关于完备形式系统的有限性的问题值得探讨。

[æz; əz][ˌaɪ 'tiː] [siːm] [tuː; tə][ˌem 'iː] , [pə'tɪkjələ(r)] ['ɪntrəst] .
as it seems to me , particular interest .
作为 它 似乎 到 我 , 特别的 兴趣 .

在我看来，这尤其令人感兴趣。

[el] . ['maʊərər] [-] [hæz; həz] ['leɪtlɪ] [sək'siːdɪd] [ɪn] [ɪk'stendɪŋ] [ðə; ði] ['θiːərəmz] [ɒn]['faɪnaɪtˌnəs][ɪn]
L . Maurer [32] has lately succeeded in extending the theorems on finiteness in
L . 毛雷尔 [-] 有 最近 成功了 在 扩展 这 定理 在 有限性 在
[ɪn'veəriənt] ['θɪəri] [pruːvd] [baɪ][piː] . ['gɔːrdən][ænd; ənd][maɪ'self] ,
invariant theory proved by P . Gordan and myself ,
不变的 理论 已证实 经过 P . 戈登 和 我 ,

L. Maurer[32]最近成功地扩展了P. Gordan和我证明的关于不变理论中有限性的定理，

[tuː; tə][ðə; ði] [keɪs] [weə(r)] , [ɪn'sted] [ɒv; əv][ðə; ði]['dʒen(ə)rəl][prə'dʒektɪv] [gruːp] ,
to the case where , instead of the general projective group ,
到 这 案件 在哪里 , 反而 的 这 一般的 投射 团体 ,

对于这种情况，不是一般的射影群，

['eni] ['sʌbgruːp] [ɪz] ['tʃəʊzn] [æz; əz][ðə; ði]['beɪsɪs][fɔː(r); fə(r)][ðə; ði][ˌdefɪ'nɪʃ(ə)n][ɒv; əv] [ɪn'veriənts] .
any subgroup is chosen as the basis for the definition of invariants .
任何 亚组 是 选定 作为 这 基础 为了 这 定义 的 不变量 .

任意子群均可被选作定义不变量的基础。

[æn; ən][ɪm'pɔːt(ə)nt][step][ɪn] [ðɪs] [də'rekʃ(ə)n][hæd; həd] [biːn] ['teɪkən] [ɔːl'redi] [baɪ][ə; eɪ] . ['hɜːrwɪts] ,
An important step in this direction had been taken already by A . Hurwitz ,
一个 重要的 步 在 这 方向 有 到过 已采取 已经 经过 一个 . 赫维茨 ,

A. Hurwitz 已经朝着这个方向迈出了重要一步，

[-] [huː] , [baɪ][æn; ən] [ɪn'dʒiːniəs] ['prəʊses] , [sək'siːdɪd] [ɪn] [i'fekt] [ðə; ði] [pruːf] , [ɪn][ɪts][ɪn'taɪə(r)]
[33] who , by an ingenious process , succeeded in effecting the proof , in its entire
[-] WHO , 经过 一个 巧妙 过程 , 成功了 在 产生影响 这 证明 , 在 它是 全部的
[ˌdʒenə'rælətɪ] ,
generality ,
概论 ,

[33] 他通过巧妙的方法成功地完成了该证明，并且具有普遍性，

[ɒv; əv][ðə; ði]['faɪnaɪtˌnəs][ɒv; əv][ðə; ði] ['sɪstəm] [ɒv; əv] [ɔ:'θɒgən(ə)l] [ɪn'veriənts] [ɒv; əv][æn; ən] ['ɑ:bɪtrəri]
of **the** **finiteness** **of** **the** **system** **of** **orthogonal** **invariants** **of** **an** **arbitrary**
的 这 有限性 的 这 系统 的 正交 不变量 的 一个 随意的
[graʊnd] [fɔ:m] .
ground **form** **.**
地面 形式 .

任意基形式的正交不变量系统的有限性。

[[ˌpi: 'dʒi:] -]
[**Pg** **27** **]**
[页 -]

[第27页]

[ðə; ði] ['stʌdi] [ɒv; əv][ðə; ði] ['kwestʃən] [æz; əz][tu:; tə][ðə; ði]['faɪnaɪtˌnəs][ɒv; əv] [ɪn'veriənts] [hæz; həz][led]
The **study** **of** **the** **question** **as** **to** **the** **finiteness** **of** **invariants** **has** **led**
这 学习 的 这 问题 作为 到 这 有限性 的 不变量 有 引领
[ˌem 'i:][tu:; tə][ə; eɪ]['sɪmp(ə)l]['prɒbləm] [wɪtʃ] [ɪnk'lu:dz] [ðæt] ['kwestʃən] [æz; əz][ə; eɪ][pə'tɪkjələ(r)] [keɪs]
me **to** **a** **simple** **problem** **which** **includes** **that** **question** **as** **a** **particular** **case**
我 到 一个 简单的 问题 哪个 包括 那 问题 作为 一个 特别的 案件
[ænd; ənd] [hu:z] [sə'lu:ʃ(ə)n] ['prɒbəbli] [rɪ'kwaɪəz] [ə; eɪ] [dɪ'saɪdɪdli] [mɔ:(r)][maɪ'nju:tli] ['di:teɪld] ['stʌdi] [ɒv; əv]
and **whose** **solution** **probably** **requires** **a** **decidedly** **more** **minutely** **detailed** **study** **of**
和 谁 解决方案 大概 需要 一个 绝对地 更多的 精确到分钟 详细的 学习 的
[ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv] [ɪˌlɪmɪ'neɪʃn] [ænd; ənd][ɒv; əv] - [ˌældʒɪ'breɪɪk]['mɒdjələ(r)] ['sɪstəmz]
the **theory** **of** **elimination** **and** **of** **Kronecker's** **algebraic** **modular** **systems**
这 理论 的 消除 和 的 - 代数 模块化的 系统
[ðæn; ðən][hæz; həz] [jet] [bi:n] [meɪd] .
than **has** **yet** **been** **made** **.**
比 有 然而 到过 制成 .

对不变量有限性问题的研究使我遇到了一个简单的问题，这个问题包含上述问题作为特例，而这个问题的解决可能需要对消元理论和克罗内克代数模系统进行比目前所进行的更为细致的研究。

[let] [ə; eɪ]['nʌmbə(r)][ɒv; əv] ['ɪntɪgrəl] ['ræʃ(ə)nəl]['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv][ðə; ði] ['verɪəbl] [bi:; bi]['gɪv(ə)n] ,
Let **a** **number** **of** **integral** **rational** **functions** **of** **the** **variables** **be** **given** **,**
让 一个 数字 的 不可缺少的 合理的 函数 的 这 变量 是 给定 ,

设给定若干个关于变量的整数有理函数，

['evri] ['ræʃ(ə)nəl] ['ɪntɪgrəl] [ˌkɒmbɪ'neɪʃ(ə)n][ɒv; əv][mʌst; məst] ['evɪdəntli] ['ɔ:lweɪz] [bɪ'kʌm] , ['ɑ:ftə(r)]
Every **rational** **integral** **combination** **of** **must** **evidently** **always** **become** **,** **after**
每一个 合理的 不可缺少的 组合 的 必须 显然 总是 变得 , 后
[ˌsʌbstɪ'tju:ʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði] [ə'bʌv] [ɪk'spreʃ(ə)nz] ,
substitution **of** **the** **above** **expressions** **,**
替代 的 这 多于 表达式 ,

显然，在代入上述表达式后，每个有理整数组合都必须始终变为：

[ə; eɪ]['ræʃ(ə)nəl] ['ɪntɪgrəl] ['fʌŋkʃ(ə)n][ɒv; əv] .
a **rational** **integral** **function** **of** **.**
一个 合理的 不可缺少的 功能 的 .

的有理积分函数。

[ˌnevəðə'les] , [ðeə(r)] [meɪ] [wel] [bi:; bi]['ræʃ(ə)nəl]['frækʃən(ə)l] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv] [wɪtʃ] , [baɪ][ðə; ði]
Nevertheless **,** **there** **may** **well** **be** **rational** **fractional** **functions** **of** **which** **,** **by** **the**
尽管如此 , 那里 可能 出色地 是 合理的 分数 函数 的 哪个 , 经过 这
[ˌɒpə'reɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði][ˌsʌbstɪ'tju:ʃ(ə)n] ,
operation **of** **the** **substitution** **,**
手术 的 这 替代 ,

然而，很可能存在一些有理分数函数，通过代换操作，

[bɪ'kʌm] ['ɪntɪgrəl] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɪn] .
become **integral** **functions** **in** **.**
变得 不可缺少的 函数 在 .

成为积分函数。

['evri] [sʌtʃ] ['ræʃ(ə)nəl] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ɒv; əv] , [wɪtʃ] [bɪ'kʌmz] ['ɪntɪgrəl] [ɪn]['ɑ:ftə(r)][ðə; ði][ˌæplɪ'keɪʃ(ə)n][ɒv; əv]

Every	such	rational	function	of	,	which	becomes	integral	in	after	the	application	of
每一个	这样的	合理的	功能	的	,	哪个	变成	不可缺少的	在	后	这	应用	的

[ðə; ði][ˌsʌbstɪ'tju:ʃ(ə)n] ,

the	substitution	,
这	替代	,

凡是这样的有理函数，经过代换后就成为积分，

[ai] [prə'pəʊz] [tu:; tə] [kɔ:l] [ə; eɪ] ['relətɪvli] ['ɪntɪgrəl] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ɒv; əv] .

I	propose	to	call	a	relatively	integral	function	of	.
我	提出	到	称呼	一个	相对地	不可缺少的	功能	的	.

我建议称之为相对积分函数。

['evri] ['ɪntɪgrəl] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ɒv; əv][ɪz] ['evɪdəntli] ['ɔ:lsəʊ] ['relətɪvli] ['ɪntɪgrəl] ; ['fɜ:ðə(r)] [ðə; ði] [sʌm] ,

Every	integral	function	of	is	evidently	also	relatively	integral	;	further	the	sum	,
每一个	不可缺少的	功能	的	是	显然	还	相对地	不可缺少的	;	更远	这	和	,

的每个积分函数显然也是相对积分的；此外，该和式，

['dɪfrəns] [ænd; ənd] ['prɒdʌkt] [ɒv; əv] ['relətɪv] ['ɪntɪgrəl] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɑ:(r); ə(r)] [ðəm'selvz] ['relətɪvli]

difference	and	product	of	relative	integral	functions	are	themselves	relatively
不同之处	和	产品	的	相对的	不可缺少的	函数	是	他们自己	相对地

['ɪntɪgrəl] .

integral	.
不可缺少的	.

相对积分函数的差和积本身也是相对积分函数。

[ðə; ði] [rɪ'zʌltɪŋ] ['prɒbləm] [ɪz] [naʊ] [tu:; tə] [dɪ'saɪd] ['weðə(r)] [ˌaɪ 'ti:][ɪz] ['ɔ:lweɪz] ['pɒsəb(ə)l][tu:; tə][faɪnd][ə; eɪ]

The	resulting	problem	is	now	to	decide	whether	it	is	always	possible	to	find	a
这	结果	问题	是	现在	到	决定	无论	它	是	总是	可能的	到	寻找	一个

['faɪnaɪt] ['sɪstəm] [ɒv; əv] ['relətɪvli] ['ɪntɪgrəl] ['fʌŋkʃ(ə)n] [baɪ] [wɪtʃ] ['evri] ['ʌðə(r)] ['relətɪvli] ['ɪntɪgrəl]

finite	system	of	relatively	integral	function	by	which	every	other	relatively	integral
有限	系统	的	相对地	不可缺少的	功能	经过	哪个	每一个	其他	相对地	不可缺少的

['fʌŋkʃ(ə)n] [ɒv; əv] [meɪ] [bi:; bi] [ɪk'sprest] ['ræʃnəli] [ænd; ənd]['ɪntɪgrəli; ɪn'tegrəli] .

function	of	may	be	expressed	rationally	and	integrally	.
功能	的	可能	是	表达	理性地	和	整体上	.

现在的问题是，是否总能找到一个有限的相对积分函数系统，使得其他所有相对积分函数都可以用有理数和积分形式表示。

[wi:; wi][kæn; kən] ['fɔ:mjuleɪt] [ðə; ði]['prɒbləm] [stɪl] [mɔ:(r)] ['sɪmpli] [ɪf] [wi:; wi] [ˌɪntrə'dju:s] [ðə; ði][aɪ'dɪə][ɒv; əv]

We	can	formulate	the	problem	still	more	simply	if	we	introduce	the	idea	of
我们	能	制定	这	问题	仍然	更多的	简单地	如果	我们	介绍	这	主意	的

[ə; eɪ]['faɪnaɪt] [fi:ld] [ɒv; əv][ˌɪntə'grælәti] .

a	finite	field	of	integrality	.
一个	有限	场地	的	整体性	.

如果我们引入有限积分域的概念，就可以更简单地表述这个问题。

[baɪ][ə; eɪ]['faɪnaɪt] [fi:ld] [ɒv; əv][ˌɪntə'grælәti][ai] [mi:n] [ə; eɪ] ['sɪstəm] [ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz] [frɒm; frəm] [wɪtʃ]

By	a	finite	field	of	integrality	I	mean	a	system	of	functions	from	which
经过	一个	有限	场地	的	整体性	我	意思是	一个	系统	的	函数	从	哪个

[ə; eɪ]['faɪnaɪt]['nʌmbə(r)][ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz] [kæn; kən][bi:; bi] ['tʃəʊzn] ,

a	finite	number	of	functions	can	be	chosen	,
一个	有限	数字	的	函数	能	是	选定	,

所谓有限积分域，是指可以从中选择有限个函数的函数系统。

[ɪn] [tɜ:mz] [ɒv; əv] [wɪtʃ] [ɔ:l]['ʌðə(r)] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv][ðə; ði] ['sɪstəm] [ɑ:(r); ə(r)] ['ræʃnəli] [ænd; ənd]

in	terms	of	which	all	other	functions	of	the	system	are	rationally	and
在	条款	的	哪个	全部	其他	函数	的	这	系统	是	理性地	和

['ɪntɪgrəli; ɪn'tegrəli] [ɪk'spresɪbl] .

integrally	expressible	.
整体上	可表达的	.

系统的其他所有功能都可以用理性和整体性的方式表达出来。

['aʊə(r)] ['prɒbləm] [ə'maʊnts] , [ðen] , [tu:; tə] [ðɪs] :

Our	**problem**	**amounts**	**,**	**then**	**,**	**to**	**this**	**:**
我们的	问题	金额	,	然后	,	到	这	:

因此，我们的问题归根结底是:

[tu:; tə] [ʃəʊ] [ðæt] [ɔ:l] ['relətɪvli] ['ɪntɪgrəl] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv] ['eni] ['gɪv(ə)n] [də'meɪn] [ɒv; əv] [ˌræʃə'næləti]

to	**show**	**that**	**all**	**relatively**	**integral**	**functions**	**of**	**any**	**given**	**domain**	**of**	**rationality**
到	展示	那	全部	相对地	不可缺少的	函数	的	任何	给定	领域	的	理性

['ɔ:lweɪz] ['kɒnstɪtju:t] [ə; eɪ]['faɪnaɪt] [fi:ld] [ɒv; əv][ˌɪntə'grælәti] .

always	**constitute**	**a**	**finite**	**field**	**of**	**integrality**	**.**
总是	构成	一个	有限	场地	的	整体性	.

证明任何给定理性领域的所有相对积分函数总是构成一个有限的积分域。

[ˌaɪ 'ti:]['nætʃ(ə)rəli] [ə'kɜ:z] [tu:; tə][ˌju: 'es]['ɔ:lsəʊ][tu:; tə] [rɪ'faɪn] [ðə; ði] ['prɒbləm] [baɪ] [rɪ'strɪkʃ(ə)nz] [drɔ:n]

It	**naturally**	**occurs**	**to**	**us**	**also**	**to**	**refine**	**the**	**problem**	**by**	**restrictions**	**drawn**
它	自然	发生	到	我们	还	到	精炼	这	问题	经过	限制	绘制

[frɒm; frəm]['nʌmbə(r)] ['θɪəri] ,

from	**number**	**theory**	**,**
从	数字	理论	,

我们自然而然地想到，可以利用数论中的限制条件来细化这个问题。

[baɪ] [ə'sju:mɪŋ] [ðə; ði] [kəʊɪ'fɪʃənts] [ɒv; əv][ðə; ði]['gɪv(ə)n] ['fʌnkʃ(ə)nz] [tu:; tə][bi:; bi] ['ɪntɪdʒəz] [ænd; ənd]

by	**assuming**	**the**	**coefficients**	**of**	**the**	**given**	**functions**	**to**	**be**	**integers**	**and**
经过	假设	这	系数	的	这	给定	函数	到	是	整数	和

[ɪn'klu:dɪŋ] [ə'mʌŋ] [ðə; ði] ['relətɪvli] ['ɪntɪgrəl] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv]['əʊnli] [sʌtʃ] ['ræʃ(ə)nəl] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv]

including	**among**	**the**	**relatively**	**integral**	**functions**	**of**	**only**	**such**	**rational**	**functions**	**of**
包括	之中	这	相对地	不可缺少的	函数	的	仅有的	这样的	合理的	函数	的

[ði:z] ['ɑ:gjʊm(ə)nts][æz; əz] [bɪ'kʌm] ,

these	**arguments**	**as**	**become**	**,**
这些	论点	作为	变得	,

假设给定函数的系数为整数，并且仅将这些自变量的有理函数包含在相对整数函数中，

[baɪ][ðə; ði][ˌæplɪ'keɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði] [ˌsʌbsti'tju:ʃənz] , ['ræʃ(ə)nəl] ['ɪntɪgrəl] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv] [wɪð] ['ræʃ(ə)nəl]

by	**the**	**application**	**of**	**the**	**substitutions**	**,**	**rational**	**integral**	**functions**	**of**	**with**	**rational**
经过	这	应用	的	这	替换	,	合理的	不可缺少的	函数	的	和	合理的

['ɪntɪgrəl] [kəʊɪ'fɪʃənts] .

integral	**coefficients**	**.**
不可缺少的	系数	.

通过应用替换，得到具有有理整数系数的有理整数函数。

[ðə; ði] ['fɒləʊɪŋ] [ɪz][ə; eɪ]['sɪmp(ə)l][pə'tɪkjələ(r)] [keɪs] [ɒv; əv] [ðɪs] [rɪ'faɪnd] ['prɒbləm] :

The	**following**	**is**	**a**	**simple**	**particular**	**case**	**of**	**this**	**refined**	**problem**	**:**
这	下列的	是	一个	简单的	特别的	案件	的	这	精制	问题	:

以下是该精细化问题的一个简单的特例:

[let] ['ɪntɪgrəl] ['ræʃ(ə)nəl] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv][wʌn]['veərɪəb(ə)l] [wɪð] ['ɪntɪgrəl] ['ræʃ(ə)nəl] [kəʊɪ'fɪʃənts] ,

Let	**integral**	**rational**	**functions**	**of**	**one**	**variable**	**with**	**integral**	**rational**	**coefficients**	**,**
让	不可缺少的	合理的	函数	的	一	多变的	和	不可缺少的	合理的	系数	,

[ænd; ənd][ə; eɪ] [praɪm] ['nʌmbə(r)][bi:; bi]['gɪv(ə)n] .

and	**a**	**prime**	**number**	**be**	**given**	**.**
和	一个	主要的	数字	是	给定	.

设给定一个素数，以及一个整数，其系数为整数有理数的单变量整数有理函数。

[kən'sɪdə(r)][ðə; ði] ['sɪstəm] [ɒv; əv] [ðəʊz] ['ɪntɪgrəl]

Consider	**the**	**system**	**of**	**those**	**integral**
考虑	这	系统	的	那些	不可缺少的

考虑这些积分的系统

[[ˌpi: 'dʒi:] -]

[	**Pg**	**28**	**]**
[	页	-	]

['ræʃ(ə)nəl] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv] [wɪtʃ] [kæn; kən][biː; bi] [ɪk'sprest] [ɪn][ðə; ði] [fɔːm]

rational	functions	of	which	can	be	expressed	in	the	form
合理的	函数	的	哪个	能	是	表达	在	这	形式

有理函数可以表示为以下形式

[weə(r)] [ɪz][ə; eɪ]['ræʃ(ə)nəl] ['ɪntɪgrəl] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ɒv; əv][ðə; ði]['ɑːgjʊm(ə)nts][ænd; ənd][ɪz] ['eni] ['paʊə(r)][ɒv; əv]

where	is	a	rational	integral	function	of	the	arguments	and	is	any	power	of
在哪里	是	一个	合理的	不可缺少的	功能	的	这	论点	和	是	任何	力量	的

[ðə; ði] [praɪm] ['nʌmbə(r)] .

the	prime	number	.
这	主要的	数字	.

其中 是参数的有理积分函数， 是素数的任意幂。

['ɜːlɪə(r)] [ɪnˌvestə'geʃən] [ɒv; əv][maɪn] [-] [ʃəʊ] [ɪ'miːdiətli] [ðæt] [ɔːl] [sʌtʃ] [ɪk'spreʃ(ə)nz] [fɔː(r); fə(r)]

Earlier	investigations	of	mine	[	34	]	show	immediately	that	all	such	expressions	for
早些时候	调查	的	矿	[	-	]	展示	立即地	那	全部	这样的	表达式	为了

[ə; eɪ] [fɪkst] [ɪk'spəʊnənt] [fɔːm] [ə; eɪ]['faɪnaɪt] [də'meɪn] [ɒv; əv][ˌɪntə'grælətɪ] .

a	fixed	exponent	form	a	finite	domain	of	integrality	.
一个	固定的	指数	形式	一个	有限	领域	的	整体性	.

我之前的调查[34]立即表明，对于固定的指数，所有此类表达式都构成一个有限的整数域。

[bʌt; bət][ðə; ði] ['kwestʃən] [hɪə(r)][ɪz] ['weðə(r)] [ðə; ði] [seɪm] [ɪz] [truː] [fɔː(r); fə(r)][ɔːl][ɪks'pəʊnənts] , [ai] . [iː] . ,

But	the	question	here	is	whether	the	same	is	true	for	all	exponents	,	i	.	e	.	,
但	这	问题	这里	是	无论	这	相同的	是	真的	为了	全部	指数	,	我	.	e	.	,

但这里的问题是，这是否对所有指数都成立，即：

['weðə(r)] [ə; eɪ]['faɪnaɪt]['nʌmbə(r)][ɒv; əv] [sʌtʃ] [ɪk'spreʃ(ə)nz] [kæn; kən][biː; bi] ['tʃəʊzn] [baɪ] [miːnz] [ɒv; əv]

whether	a	finite	number	of	such	expressions	can	be	chosen	by	means	of
无论	一个	有限	数字	的	这样的	表达式	能	是	选定	经过	方法	的

[wɪtʃ] [fɔː(r); fə(r)] ['evri] [ɪk'spəʊnənt] ['evri] ['ʌðə(r)] [ɪk'spreʃ(ə)n] [ɒv; əv] [ðæt] [fɔːm] [ɪz]['ɪntɪgrəli; ɪn'tegrəli]

which	for	every	exponent	every	other	expression	of	that	form	is	integrally
哪个	为了	每一个	指数	每一个	其他	表达	的	那	形式	是	整体上

[ænd; ənd] ['ræʃnəli] [ɪk'spresɪbl] .

and	rationally	expressible	.
和	理性地	可表达的	.

是否可以选取有限个这样的表达式，使得对于每个指数，该形式的每个其他表达式都可以用整数和有理数表示。

[frɒm; frəm][ðə; ði] ['baʊndri] ['riːdʒən] [bɪ'twiːn] ['ældʒɪbrə][ænd; ənd] [dʒi'ɒmətri] , [ai] [wɪl] ['menʃ(ə)n] [tuː]

From	the	boundary	region	between	algebra	and	geometry	,	I	will	mention	two
从	这	边界	地区	之间	代数	和	几何学	,	我	将要	提到	二

['prɔːbləmz] .

problems	.
问题	.

从代数和几何的交界地带，我将提及两个问题。

[ðə; ði][wʌn] [kən'sɜːnz] [ɪ'njuːmərətɪv] [dʒi'ɒmətri] [ænd; ənd][ðə; ði]['ʌðə(r)][ðə; ði][tə'pɒlədʒi][ɒv; əv]

The	one	concerns	enumerative	geometry	and	the	other	the	topology	of
这	一	担忧	枚举的	几何学	和	这	其他	这	拓扑	的

[ˌældʒɪ'breɪɪk] [kɜːrvz] [ænd; ənd] ['sɜːrfɪs] . [-]

algebraic	curves	and	surfaces	.	[	32	]
代数	曲线	和	表面	.	[	-	]

一个涉及枚举几何，另一个涉及代数曲线和曲面的拓扑学。[32]

[ˌsiː 'ef] .

Cf	.
cf	.

参见。

- .

Sitzungsber	.
-	.

席位费。

[diː] . [keɪ] . ['eɪˌkæd] .
d . **K** . **Acad** .
d . K . 学院 .

d. K. Acad.

[diː] . [wɪs] .
d . **Wiss** .
d . 维斯 .

d. Wiss。

[zuː] ['mjuːnʃən] , - , [ænd; ənd][æn; ən]['ɑːtɪk(ə)l][ə'baʊt][tuː; tə] [ə'pɪə(r)] [ɪn][ðə; ði] [mæθ] .
zu **München** , **1890** , **and** **an** **article** **about** **to** **appear** **in** **the** **Math** .
祖 慕尼黑 , - , 和 一个 文章 关于 到 出现 在 这 数学 .

1890 年，慕尼黑，以及一篇即将发表在《数学》上的文章。

['ænələn] . [-]
Annalen . **[** **33** **]**
安娜伦 . [-]

Annalen.[33]

" ['uːbər] [daɪ] - [dɜːr] - [dɜːrx] [ˌɪntɪ'greɪʃ(ə)n] , " ['nɑːxˌrɪxtən] [diː] . [keɪ] .
" **Ueber** **die** **Erzeugung** **der** **Invarianten** **durch** **Integration** **,** **"** **Nachrichten** **d** **.** **K** **.**
" ueber 死 - 德尔 - 杜尔奇 一体化 , " 新闻 d . K .
- [diː] . [wɪs] .
Geseltschaft **d** **.** **Wiss** **.**
- d . 维斯 .

“Ueber die Erzeugung der Invarianten durch Integration”，Nachrichten d。 K.Geseltschaft d．维斯.

[zuː] ['gəːtiŋən] , - . [-]
zu **Göttingen** , **1897** . **[** **34** **]**
祖 哥廷根 , - . [-]

zu Göttingen，1897 年。[34]

[mæθ] .
Math .
数学 .

数学。

['ænələn] , [vɒl] .
Annalen , **vol** .
安娜伦 , 卷 .

Annalen，卷。

- (-) , [piː] . - . - .
36 **(** **1890** **)** **,** **p** **.** **485** **.** **15** **.**
- (-) , p . - . - .

36 (1890)，第 485.15 页。

['rɪgərəs] [faʊn'deɪʃ(ə)n] [ɒv; əv] ['ʃuːbərz] [ɪ'njuːmərətɪv] ['kælkjələs] .
RIGOROUS **FOUNDATION** **OF** **SCHUBERT'S** **ENUMERATIVE** **CALCULUS** **.**
严格的 基础 的 舒伯特的 枚举的 结石 .

舒伯特计数微积分的严谨基础。

[ðə; ði] ['prɒbləm] [kən'sɪsts] [ɪn] [ðɪs] :
The **problem** **consists** **in** **this** **:**
这 问题 由 在 这 :

问题在于:

[tuː; tə] [ɪ'stæblɪʃ] ['rɪgərəsli] [ænd; ənd] [wɪð] [æn; ən][ɪg'zækt] [dɪˌtɜːmɪ'neɪʃ(ə)n] [ɒv; əv][ðə; ði]['lɪmɪts][ɒv; əv]

To	establish	rigorously	and	with	an	exact	determination	of	the	limits	of
到	建立	严格地	和	和	一个	精确的	决心	的	这	限制	的

[ðeə(r)] [və'lɪdəti] [ðəʊz] [dʒɪə'metrɪkl] ['nʌmbəz] [wɪtʃ] ['ʃuːbɜːt] [-] [ɪ'speʃəli] [hæz; həz] [dɪ'tɜːmɪnd]

their	validity	those	geometrical	numbers	which	Schubert	[	35	]	especially	has	determined
他们的	有效性	那些	几何	数字	哪个	舒伯特	[	-	]	尤其	有	决定

[ɒn][ðə; ði]['beɪsɪs][ɒv; əv][ðə; ði][səʊ] - [kɔːld] ['prɪnsəp(ə)l][ɒv; əv]['speʃ(ə)l][pə'zɪʃ(ə)n] ,

on	the	basis	of	the	so	-	called	principle	of	special	position	,
在	这	基础	的	这	所以	-	称为	原则	的	特别的	位置	,

为了严格地、精确地确定舒伯特[35]根据所谓的特殊位置原理所确定的那些几何数的有效范围，

[ɔː(r)] [ˌkɒnsə'veɪʃ(ə)n] [ɒv; əv]['nʌmbə(r)] , [baɪ] [miːnz] [ɒv; əv][ðə; ði] [ɪ'njuːmərətɪv] ['kælkjələs] [dɪ'veləpt] [baɪ]

or	conservation	of	number	,	by	means	of	the	enumerative	calculus	developed	by
或者	保护	的	数字	,	经过	方法	的	这	枚举的	结石	发达	经过

[hɪm] .

him	.
他	.

或者通过他所发展的枚举演算来证明数的守恒。

[ɔːl'ðəʊ] [ðə; ði]['ældʒɪbrə][ɒv; əv][tuː; tə] - [deɪ] [ˌgærən'tiːz] , [ɪn]['prɪnsəp(ə)l] , [ðə; ði] [ˌpɒsə'bɪləti] [ɒv; əv]

Although	the	algebra	of	to	-	day	guarantees	,	in	principle	,	the	possibility	of
虽然	这	代数	的	到	-	天	保证	,	在	原则	,	这	可能性	的

['kærɪɪŋ] [aʊt][ðə; ði] ['prəʊsesɪz] [ɒv; əv] [ɪˌlɪmɪ'neɪʃn] ,

carrying	out	the	processes	of	elimination	,
携带	出去	这	流程	的	消除	,

尽管当今的代数学原则上保证了进行排除法的可能性，

[jet] [fɔː(r); fə(r)][ðə; ði] [pruːf] [ɒv; əv][ðə; ði] ['θiːərəmz] [ɒv; əv] [ɪ'njuːmərətɪv] [dʒi'ɒmətri] [dɪ'saɪdɪdli] [mɔː(r)][ɪz]

yet	for	the	proof	of	the	theorems	of	enumerative	geometry	decidedly	more	is
然而	为了	这	证明	的	这	定理	的	枚举的	几何学	绝对地	更多的	是

['rekwɪzɪt] , ['neɪmli] ,

requisite	,	namely	,
必需品	,	即	,

然而，要证明枚举几何的定理，显然还需要更多，即：

[ðə; ði]['æktʃuəl] ['kærɪɪŋ] [aʊt][ɒv; əv][ðə; ði]['prəʊses][ɒv; əv] [ɪˌlɪmɪ'neɪʃn] [ɪn][ðə; ði] [keɪs] [ɒv; əv] [ɪ'kweɪʒnz]

the	actual	carrying	out	of	the	process	of	elimination	in	the	case	of	equations
这	实际的	携带	出去	的	这	过程	的	消除	在	这	案件	的	方程式

[ɒv; əv]['speʃ(ə)l] [fɔːm] [ɪn] [sʌtʃ] [ə; eɪ] [wei] [ðæt] [ðə; ði] [dɪ'griː] [ɒv; əv][ðə; ði]['faɪn(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] [ænd; ənd]

of	special	form	in	such	a	way	that	the	degree	of	the	final	equations	and
的	特别的	形式	在	这样的	一个	方式	那	这	程度	的	这	最终的	方程式	和

[ðə; ði] [ˌmʌltɪ'plɪsəti] [ɒv; əv][ðeə(r)] [sə'lʊʃən] [meɪ] [biː; bi] [fɔː'siːn] . [-]

the	multiplicity	of	their	solutions	may	be	foreseen	.	[	35	]
这	多重性	的	他们的	解决方案	可能	是	预见	.	[	-	]

对于特殊形式的方程，实际执行消去过程，以便可以预见最终方程的次数及其解的多重性。[35]

- [dɜːr] - [ʒeɪˌɑːˈmɛtri] , ['laɪpzɪg] , - . - .

Kalkül	der	abzählenden	Geometrie	,	Leipzig	,	1879	.	16	.
-	德尔	-	几何	,	莱比锡	,	-	.	-	.

Kalkül der abzählenden Geometrie，莱比锡，1879.16。

['prɒbləm] [ɒv; əv][ðə; ði] [tə'pɒlədʒi] [ɒv; əv] [ˌældʒɪ'breɪɪk] [kɜːrvz] [ænd; ənd] ['sɜːrfɪs] .

PROBLEM	OF	THE	TOPOLOGY	OF	ALGEBRAIC	CURVES	AND	SURFACES	.
问题	的	这	拓扑	的	代数	曲线	和	表面	.

代数曲线和曲面的拓扑问题。

[ðə; ði]['mæksɪməm]['nʌmbə(r)][ɒv; əv][kləʊzd][ænd; ənd] ['seprət] ['brɑ:ntʃɪz] [wɪtʃ] [ə; eɪ] [pleɪn] [ˌældʒɪ'breɪɪk]

The	maximum	number	of	closed	and	separate	branches	which	a	plane	algebraic
这	最大限度	数字	的	关闭	和	分离	分支	哪个	一个	飞机	代数

[kɜ:v] [ɒv; əv][ðə; ði]['ti 'eɪtʃ]['ɔ:də(r)][kæn; kən][hæv; həv][hæz; həz] [bi:n] [dɪ'tɜ:mɪnd] [baɪ]['hɑ:rnæk] . [-]

curve	of	the	th	order	can	have	has	been	determined	by	Harnack	.	[	36	]
曲线	的	这	th	命令	能	有	有	到过	决定	经过	哈纳克	.	[	-	]

Harnack 确定了 n 阶平面代数曲线可以有的最大闭合和分离分支数。[36]

[ðeə(r)] [ə'raɪzɪz][ðə; ði] ['fɜ:ðə(r)]

There	arises	the	further
那里	出现	这	更远

由此产生了进一步的问题。

[[ˌpi: 'dʒi:] -]

[	Pg	29	]
[	页	-	]

[第29页]

['kwestʃən] [æz; əz][tu:; tə][ðə; ði] ['relətɪv] [pə'zɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði] ['brɑ:ntʃɪz] [ɪn][ðə; ði] [pleɪn] .

question	as	to	the	relative	position	of	the	branches	in	the	plane	.
问题	作为	到	这	相对的	位置	的	这	分支	在	这	飞机	.

关于平面上各分支相对位置的问题。

[æz; əz][tu:; tə] [kɜ:rvz] [ɒv; əv][ðə; ði]['ti 'eɪtʃ]['ɔ:də(r)] , [aɪ][hæv; həv]['sætɪsfaɪd][maɪ'self] — [baɪ][ə; eɪ]

As	to	curves	of	the	th	order	,	I	have	satisfied	myself	—	by	a
作为	到	曲线	的	这	th	命令	,	我	有	使满意	我	—	经过	一个

['kɒmplɪkeɪtɪd] ['prəʊses] ,

complicated	process	,
复杂的	过程	,

至于阶数为 n 的曲线，我已经通过一个复杂的过程让自己满意了。

[ˌaɪ 'ti:][ɪz] [tru:] — [ðæt] [ɒv; əv][ðə; ði][ɪ'lev(ə)n][blɑ:ntʃ, blæntʃ] [wɪtʃ] [ðeɪ] [kæn; kən][hæv; həv] [ə'kɔ:dɪŋ]

it	is	true	—	that	of	the	eleven	blanches	which	they	can	have	according
它	是	真的	—	那	的	这	十一	漂白	哪个	他们	能	有	根据

[tu:; tə] ['hɑ:rnæk] ,

to	Harnack	,
到	哈纳克	,

的确如此——根据哈纳克的说法，他们可以拥有的十一种白色，

[baɪ][nəʊ] [mi:nz] [ɔ:l][kæn; kən][laɪ][ɪk'stɜ:n(ə)l][tu:; tə][wʌn][ə'nʌðə(r)] ,

by	no	means	all	can	lie	external	to	one	another	,
经过	不	方法	全部	能	说谎	外部的	到	一	其他	,

绝不可能所有事物都彼此独立，

[bʌt; bət] [ðæt] [wʌn] [brɑ:ntʃ] [mʌst; məst][ɪg'zɪst][ɪn] [hu:z] [ɪn'tɪəriə(r)][wʌn] [brɑ:ntʃ] [ænd; ənd][ɪn] [hu:z]

but	that	one	branch	must	exist	in	whose	interior	one	branch	and	in	whose
但	那	一	分支	必须	存在	在	谁	内部的	一	分支	和	在	谁

[ɪk'stɪəriə(r)][naɪn] ['brɑ:ntʃɪz] [laɪ] ,

exterior	nine	branches	lie	,
外部的	九	分支	说谎	,

但必须存在这样一个分支，它的内部有一个分支，外部有九个分支。

[ɔ:(r)] [ˌɪn'vɜ:sli] .

or	inversely	.
或者	反之亦然	.

反之亦然。

[ə; eɪ] ['θʌrə] [ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði] ['relətɪv] [pə'zɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði] ['seprət] ['brɑ:ntʃɪz] [wen]
A **thorough** **investigation** **of** **the** **relative** **position** **of** **the** **separate** **branches** **when**
一个 彻底 调查 的 这 相对的 位置 的 这 分离 分支 什么时候
[ðeə(r)]['nʌmbə(r)][ɪz][ðə; ði]['mæksɪməm] [si:m] [tu:; tə][ˌem 'i:][tu:; tə][bi:; bi][ɒv; əv] ['veri] [greɪt] ['ɪntrəst] ,
their **number** **is** **the** **maximum** **seems** **to** **me** **to** **be** **of** **very** **great** **interest** **,**
他们的 数字 是 这 最大限度 似乎 到 我 到 是 的 非常 伟大的 兴趣 ,

我认为，对各分支数量达到最大值时它们之间的相对位置进行彻底研究，是一件非常有意义的事情。

[ænd; ənd][nɒt] [les] [səʊ][ðə; ði] [ˌkɒrə'spɒndɪŋ] [ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n][æz; əz][tu:; tə][ðə; ði]['nʌmbə(r)] , [fɔ:m] ,
and **not** **less** **so** **the** **corresponding** **investigation** **as** **to** **the** **number** **,** **form** **,**
和 不是 较少的 所以 这 相应的 调查 作为 到 这 数字 , 形式 ,

对数量、形式等方面的相应调查也同样重要。

[ænd; ənd][pə'zɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði] [ʃi:ts] [ɒv; əv][æn; ən][ˌældʒɪ'breɪɪk] ['sɜ:fɪs] [ɪn] [speɪs] .
and **position** **of** **the** **sheets** **of** **an** **algebraic** **surface** **in** **space** **.**
和 位置 的 这 纸张 的 一个 代数 表面 在 空间 .

以及代数曲面各面在空间中的位置。

[tɪl] [naʊ] , [ɪn'di:d] ,
Till **now** **,** **indeed** **,**
直到 现在 , 的确 ,

直到现在，的确如此。

[ˌaɪ 'ti:][ɪz][nɒt]['i:v(ə)n] [nəʊn] [wɒt] [ɪz][ðə; ði]['mæksɪməm]['nʌmbə(r)][ɒv; əv] [ʃi:ts] [wɪtʃ] [ə; eɪ] ['sɜ:fɪs]
it **is** **not** **even** **known** **what** **is** **the** **maximum** **number** **of** **sheets** **which** **a** **surface**
它 是 不是 甚至 已知 什么 是 这 最大限度 数字 的 纸张 哪个 一个 表面
[ɒv; əv][ðə; ði]['ti 'eɪtʃ]['ɔ:də(r)][ɪn] [θri:] [daɪ'menʃən(ə)l] [speɪs] [kæn; kən] ['ri:əli] [hæv; həv] . [-]
of **the** **th** **order** **in** **three** **dimensional** **space** **can** **really** **have** **.** **[** **37** **]**
的 这 th 命令 在 三 维度 空间 能 真的 有 . [-]

甚至还不知道三维空间中第 t 阶表面实际能有的最大片数是多少。[37]

[ɪn] [kə'nekʃn] [wɪð] [ðɪs] ['pjʊəli] [ˌældʒɪ'breɪɪk]['prɒbləm] , [aɪ] [wɪʃ] [tu:; tə] [brɪŋ] ['fɔ:wəd] [ə; eɪ] ['kwestʃən]
In **connection** **with** **this** **purely** **algebraic** **problem** **,** **I** **wish** **to** **bring** **forward** **a** **question**
在 联系 和 这 纯粹 代数 问题 , 我 希望 到 带来 向前 一个 问题
[wɪtʃ] ,
which **,**
哪个 ,

针对这个纯粹的代数问题，我想提出一个问题：

[ˌaɪ 'ti:] [si:m] [tu:; tə][ˌem 'i:] , [meɪ] [bi:; bi] [ə'tækt] [baɪ][ðə; ði] [seɪm] ['meθəd] [ɒv; əv] [kən'tɪnjuəs]
it **seems** **to** **me** **,** **may** **be** **attacked** **by** **the** **same** **method** **of** **continuous**
它 似乎 到 我 , 可能 是 遭到攻击 经过 这 相同的 方法 的 连续的
[ˌveəri'eɪʃ(ə)n][ɒv; əv] [kəʊ'fɪʃənts] ,
variation **of** **coefficients** **,**
变化 的 系数 ,

在我看来，它或许可以用系数连续变化的相同方法来攻击。

[ænd; ənd] [hu:z] ['ɑ:nsə(r)][ɪz][ɒv; əv] [ˌkɒrə'spɒndɪŋ] ['vælju:][fɔ:(r); fə(r)][ðə; ði][tə'pɒlədʒi][ɒv; əv] ['fæmɪlɪz]
and **whose** **answer** **is** **of** **corresponding** **value** **for** **the** **topology** **of** **families**
和 谁 回答 是 的 相应的 价值 为了 这 拓扑 的 家庭
[ɒv; əv] [kɜ:rvz] [dɪ'faɪnd] [baɪ] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] .
of **curves** **defined** **by** **differential** **equations** **.**
的 曲线 定义 经过 微分 方程式 .

其答案对于由微分方程定义的曲线族拓扑具有相应的价值。

[ðɪs] [ɪz][ðə; ði] ['kwestʃən] [æz; əz][tuː; tə][ðə; ði]['mæksɪməm]['nʌmbə(r)][ænd; ənd][pə'zɪʃ(ə)n][ɒv; əv] -

This	is	the	question	as	to	the	maximum	number	and	position	of	Poincaré's
这	是	这	问题	作为	到	这	最大限度	数字	和	位置	的	-

['baʊndri] ['saɪklz] (['saɪklz] ['laɪmɪtiːz]) [fɔː(r); fə(r)][ə; eɪ] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði][fɜːst]['ɔːdə(r)]

boundary	cycles	(	cycles	limites	)	for	a	differential	equation	of	the	first	order
边界	循环	(	循环	限制	)	为了	一个	微分	方程	的	这	第一的	命令

[ænd; ənd] [dɪ'griː] [ɒv; əv][ðə; ði] [fɔːm]

and	degree	of	the	form
和	程度	的	这	形式

这是一个关于一阶微分方程（形式为）的庞加莱边界环（cycles limites）的最大数量和位置的问题。

[weə(r)] [ænd; ənd][ɑː(r); ə(r)]['ræʃ(ə)nəl] ['ɪntɪgrəl] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv][ðə; ði]['ti 'eɪtʃ] [dɪ'griː] [ɪn][ænd; ənd] .

where	and	are	rational	integral	functions	of	the	th	degree	in	and	.
在哪里	和	是	合理的	不可缺少的	函数	的	这	th	程度	在	和	.

其中 和 是关于 和 的 的 的次有理积分函数。

['rɪt(ə)n] [ˌhomə'dʒinɪrslɪ] , [ðɪs] [ɪz]

Written	homogeneously	,	this	is
书面	均匀地	,	这	是

以统一的语言写成，这是

[weə(r)] , [ænd; ənd][ɑː(r); ə(r)]['ræʃ(ə)nəl] ['ɪntɪgrəl] [ˌhɒmə'dʒiːniəs] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv][ðə; ði]['ti 'eɪtʃ] [dɪ'griː] [ɪn]

where	,	and	are	rational	integral	homogeneous	functions	of	the	th	degree	in
在哪里	,	和	是	合理的	不可缺少的	均质	函数	的	这	th	程度	在

,

,

,

其中，和是关于的次有理积分齐次函数，

[ænd; ənd][ðə; ði]['lætə(r)][ɑː(r); ə(r)][tuː; tə][biː; bi] [dɪ'tɜːmɪnd] [æz; əz] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv][ðə; ði][pə'ræmɪtə(r)] .

and	the	latter	are	to	be	determined	as	functions	of	the	parameter	.
和	这	后者	是	到	是	决定	作为	函数	的	这	范围	.

[-]

[	36	]

[-]

后者要根据参数确定。[36]

[mæθ] .

Math	.
数学	.

数学。

['ænələn] , [vɒl] . - . [-]

Annalen	,	vol	.	10	.	[	37	]
安娜伦	,	卷	.	-	.	[	-	]

Annalen，第 10 卷。[37]

[ˌsiː 'ef] . [roʊn] .

Cf	.	Rohn	.
cf	.	罗恩	.

参见罗恩。

" - [vɪrtɜ˞] ['ɔːrdnʊŋ] , " - [dɜːr] - - [gə'zelʃɑːft] ,

"	Flächen	vierter	Ordnung	,	"	Preisschriften	der	Fürstlich	Jablonowskischen	Gesellschaft	,
"	-	维尔特	秩序	,	"	-	德尔	-	-	协会	,

['laɪpzɪg] , - . - .

Leipzig	,	1886	.	17	.
莱比锡	,	-	.	-	.

“Flächen vierter Ordnung”，Preisschriften der Fürstlich Jablonowskischen Gesellschaft，莱比锡，1886.17。

[ɪk'spreʃ(ə)n] [ɒv; əv] ['defɪnət] [fɔ:mz] [baɪ] [sk'weəz] .
EXPRESSION OF DEFINITE FORMS BY SQUARES .
表达 的 定 表格 经过 正方形 .

用正方形表示确定形式。

[ə; eɪ]['ræʃ(ə)nəl] ['ɪntɪgrəl] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ɔ:(r)] [fɔ:m] [ɪn] ['eni] ['nʌmbə(r)] [ɒv; əv] ['verɪəbl] [wɪð] ['ri:əl] [kəʊɪ'fɪʃənts]
A rational integral function or form in any number of variables with real coefficients
一个 合理的 不可缺少的 功能 或者 形式 在 任何 数字 的 变量 和 真实的 系数
[sʌtʃ] [ðæt] [ˌaɪ 'ti:] [bɪ'kʌmz] ['negətɪv] [fɔ:(r); fə(r)][nəʊ]['ri:əl]['vælju:z][ɒv; əv] [ði:z] ['verɪəbl] ,
such that it becomes negative for no real values of these variables ,
这样的 那 它 变成 消极的 为了 不 真实的 值 的 这些 变量 ,

有理积分函数或形式，其中变量个数均为实数，系数均为实数，且当这些变量不存在实数值时，该函数或形式为负。

[ɪz] [sed] [tu:; tə][bi:; bi] ['defɪnət] .
is said to be definite .
是 说 到 是 定 .

据说是确定的。

[ðə; ði] ['sɪstəm] [ɒv; əv][ɔ:l] ['defɪnət] [fɔ:mz] [ɪz][ɪn'veəriənt] [wɪð] [rɪ'spekt] [tu:; tə][ðə; ði] [ɑ:pə'reɪʃnz] [ɒv; əv]
The system of all definite forms is invariant with respect to the operations of
这 系统 的 全部 定 表格 是 不变的 和 尊重 到 这 运营 的
[ə'dɪʃ(ə)n] [ænd; ənd][ˌmʌltɪplɪ'keɪʃ(ə)n] ,
addition and multiplication ,
添加 和 乘法 ,

所有确定形式的系统对于加法和乘法运算是不变的。

[bʌt; bət][ðə; ði]['kwəʊʃ(ə)nt][ɒv; əv] [tu:] ['defɪnət] [fɔ:mz] — [ɪn] [keɪs]
but the quotient of two definite forms — in case
但 这 商 的 二 定 表格 — 在 案件

但是两个确定形式的商——在

[[ˌpi: 'dʒi:] -]
[Pg 30]
[页 -]

[第30页]

[ˌaɪ 'ti:][ʃʊd; ʃəd][bi:; bi][æn; ən] ['ɪntɪgrəl] ['fʌŋkʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði] ['verɪəbl] — [ɪz]['ɔ:lsəʊ][ə; eɪ] ['defɪnət] [fɔ:m]
it should be an integral function of the variables — is also a definite form
它 应该 是 一个 不可缺少的 功能 的 这 变量 — 是 还 一个 定 形式
.
:
.

它应该是变量的积分函数——也是一个确定的形式。

[ðə; ði][skweə(r)][ɒv; əv]['eni] [fɔ:m] [ɪz] ['evɪdəntli] ['ɔ:lweɪz][ə; eɪ] ['defɪnət] [fɔ:m] .
The square of any form is evidently always a definite form .
这 正方形 的 任何 形式 是 显然 总是 一个 定 形式 .

任何形状的正方形显然都是定形。

[bʌt; bət] [sɪns] , [æz; əz][aɪ][hæv; həv] [ʃəʊn] ,
But since , as I have shown ,
但 自从 , 作为 我 有 所示 ,

但是，正如我所展示的，

[-] [nɒt] ['evri] ['defɪnət] [fɔ:m] [kæn; kən][bi:; bi] [kəm'paʊndɪd] [baɪ] [ə'dɪʃ(ə)n] [frɒm; frəm] [sk'weəz]
[38] not every definite form can be compounded by addition from squares
[-] 不是 每一个 定 形式 能 是 复合 经过 添加 从 正方形
[ɒv; əv] [fɔ:mz] ,
of forms ,
的 表格 ,

[38] 不是每个确定的形式都可以通过形式的平方相加来复合，

[ðə; ði] ['kwestʃən] [ə'raɪzɪz] — [wɪtʃ] [aɪ][hæv; həv] ['ɑːnsə(r)d] [ə'fɜːmətɪvli] [fɔː(r); fə(r)] ['tɜːnəri] [fɔːmz] [-]
the question arises — which I have answered affirmatively for ternary forms [39]
这 问题 出现 — 哪个 我 有 回答 肯定地 为了 三元组 表格 [-]
— ['weðə(r)] ['evri] ['defɪnət] [fɔːm] [meɪ] [nɒt][biː; bi] [ɪk'sprest] [æz; əz][ə; eɪ]['kwəʊʃ(ə)nt][ɒv; əv] [sʌmz]
— whether every definite form may not be expressed as a quotient of sums
— 无论 每一个 定 形式 可能 不是 是 表达 作为 一个 商 的 总和
[ɒv; əv] [sk'weəz] [ɒv; əv] [fɔːmz] .
of squares of forms .
的 正方形 的 表格 .

由此产生了一个问题——我已经对三元形式[39]给出了肯定的回答——即每个确定形式是否都可以表示为形式平方和的商。

[æt; ət][ðə; ði] [seɪm] [taɪm][ˌaɪ 'tiː][ɪz][dɪ'zaɪərəb(ə)l] ,
At the same time it is desirable ,
在 这 相同的 时间 它 是 理想 ,

与此同时，这也是人们所期望的，

[fɔː(r); fə(r)]['sɜːt(ə)n] ['kwestʃənz] [æz; əz][tuː; tə][ðə; ði] [ˌpɒsə'bɪləti] [ɒv; əv]['sɜːt(ə)n] [dʒɪə'metrɪkl]
for certain questions as to the possibility of certain geometrical
为了 肯定 问题 作为 到 这 可能性 的 肯定 几何
[kən'strʌkʃ(ə)nz] ,
constructions ,
建筑 ,

对于某些几何作图的可能性问题，

[tuː; tə] [nəʊ] ['weðə(r)] [ðə; ði] [kəʊɪ'fɪʃənts] [ɒv; əv][ðə; ði] [fɔːmz] [tuː; tə][biː; bi] [juːst] [ɪn][ðə; ði] [ɪk'spreʃ(ə)n]
to know whether the coefficients of the forms to be used in the expression
到 知道 无论 这 系数 的 这 表格 到 是 用过的 在 这 表达
[meɪ] ['ɔːlweɪz][biː; bi]['teɪkən][frɒm; frəm][ðə; ði] [relm] [ɒv; əv][ˌræʃə'næləti]['gɪv(ə)n][baɪ][ðə; ði] [kəʊɪ'fɪʃənts]
may always be taken from the realm of rationality given by the coefficients
可能 总是 是 已采取 从 这 领域 的 理性 给定 经过 这 系数
[ɒv; əv][ðə; ði] [fɔːm] [ˌreprɪ'zentɪd] . [-]
of the form represented . [40]
的 这 形式 代表 . [-]

要知道表达式中使用的各种形式的系数是否总能从所表示形式的系数所给出的合理性领域中取值。[40]

[aɪ]['menʃ(ə)n][wʌn][mɔː(r)] [dʒɪə'metrɪkl] ['prɒbləm] : [-]
I mention one more geometrical problem : [38]
我 提到 一 更多的 几何 问题 : [-]

我再提一个几何问题：[38]

[mæθ] .
Math .
数学 .

数学。

['ænələn] , [vɒl] . - . [-]
Annalen , vol . 32 . [39]
安娜伦 , 卷 . - . [-]

Annalen，第 32 卷。[39]

['æktə] [ˌmæθə'mætɪkə] , [vɒl] . - . [-]
Acta Mathematica , vol . 17 . [40]
Acta 数学 , 卷 . - . [-]

数学学报，卷。 17.[40]

[ˌsiː 'ef] .
Cf .
cf .

参见。

['hɪlbɜːrt] : - [dɜːr] [ʒeɪˌɑːˈmɛtri] , ['laɪpzɪg] , - , [tʃæp] . ['sɛvən][ænd; ənd][ɪn][pə'tɪkjələ(r)] § -

Hilbert	:	Grunglagen	der	Geometrie	,	Leipzig	,	1899	,	Chap	.	7	and	in	particular	§	38
希尔伯特	:	-	德尔	几何	,	莱比锡	,	-	,	查普	.	7	和	在	特别的	§	-

. - .

.	18	.
.	-	.

希尔伯特：Grunglagen der Geometrie，莱比锡，1899 年，第 1 章。 7，特别是第 38.18 节。

['bɪldɪŋ] [ʌp] [ɒv; əv] [speɪs] [frɒm; frəm] ['kɒŋgruənt] [ˌpɒlɪ'hiːdrə] .

BUILDING	UP	OF	SPACE	FROM	CONGRUENT	POLYHEDRA	.
建筑	向上	的	空间	从	全等	多面体	.

由全等多面体构建空间。

[ɪf] [wiː; wi][ɪn'kwaɪə(r)][fɔː(r); fə(r)] [ðəʊz] [gruːps] [ɒv; əv]['məuʃənz][ɪn][ðə; ði] [pleɪn] [fɔː(r); fə(r)] [wɪtʃ] [ə; eɪ]

If	we	enquire	for	those	groups	of	motions	in	the	plane	for	which	a
如果	我们	查询	为了	那些	团体	的	运动	在	这	飞机	为了	哪个	一个

[ˌfʌndə'ment(ə)l]['riːdʒən][ɪg'zɪsts] ,

fundamental	region	exists	,
基本的	地区	存在	,

如果我们探究平面上存在基本区域的那些运动群，

[wiː; wi][əb'teɪn] ['veəriəs] ['ɑːnsəz] , [ə'kɔːdɪŋ] [æz; əz][ðə; ði] [pleɪn] [kən'sɪdəd] [ɪz] ['riːmɑːnz] ([ɪ'lɪptɪk]

we	obtain	various	answers	,	according	as	the	plane	considered	is	Riemann's	(	elliptic
我们	获得	各种各样的	答案	,	根据	作为	这	飞机	经过考虑的	是	黎曼的	(	椭圆

) , ['juːklɪdz] , [ɔː(r)] - ([ˌhaɪpə'bɒlɪk]) .

)	,	Euclid's	,	or	Lobachevsky's	(	hyperbolic	)	.
)	,	欧几里得的	,	或者	-	(	双曲	)	.

根据所考虑的平面是黎曼平面（椭圆平面）、欧几里得平面还是罗巴切夫斯基平面（双曲平面），我们可以得到不同的答案。

[ɪn][ðə; ði] [keɪs] [ɒv; əv][ðə; ði] [ɪ'lɪptɪk] [pleɪn] [ðeə(r)][ɪz][ə; eɪ]['faɪnaɪt]['nʌmbə(r)][ɒv; əv] [ɪ'senʃəli] ['dɪfrənt]

In	the	case	of	the	elliptic	plane	there	is	a	finite	number	of	essentially	different
在	这	案件	的	这	椭圆	飞机	那里	是	一个	有限	数字	的	本质上	不同的

[kaɪndz][ɒv; əv][ˌfʌndə'ment(ə)l]['riːdʒənz] ,

kinds	of	fundamental	regions	,
种类	的	基本的	地区	,

就椭圆平面而言，存在有限数量的本质上不同的基本区域。

[ænd; ənd][ə; eɪ]['faɪnaɪt]['nʌmbə(r)][ɒv; əv] ['kɒŋgruənt] ['riːdʒənz] [sə'fais] [fɔː(r); fə(r)][ə; eɪ] [kəm'pliːt] ['kʌvərɪŋ]

and	a	finite	number	of	congruent	regions	suffices	for	a	complete	covering
和	一个	有限	数字	的	全等	地区	足够了	为了	一个	完全的	覆盖

[ɒv; əv][ðə; ði] [həʊl] [pleɪn] ;

of	the	whole	plane	;
的	这	所有的	飞机	;

有限个全等区域足以完全覆盖整个平面；

[ðə; ði] [gruːp] [kən'sɪsts] [ɪn'diːd] [ɒv; əv][ə; eɪ]['faɪnaɪt]['nʌmbə(r)][ɒv; əv]['məuʃənz]['əʊnli] .

the	group	consists	indeed	of	a	finite	number	of	motions	only	.
这	团体	由	的确	的	一个	有限	数字	的	运动	仅有的	.

该组确实只包含有限数量的运动。

[ɪn][ðə; ði] [keɪs] [ɒv; əv][ðə; ði] [ˌhaɪpə'bɒlɪk] [pleɪn] [ðeə(r)][ɪz][æn; ən] ['ɪnfɪnət] ['nʌmbə(r)][ɒv; əv] [ɪ'senʃəli]

In	the	case	of	the	hyperbolic	plane	there	is	an	infinite	number	of	essentially
在	这	案件	的	这	双曲	飞机	那里	是	一个	无限	数字	的	本质上

['dɪfrənt] [kaɪndz][ɒv; əv][ˌfʌndə'ment(ə)l]['riːdʒənz] ,

different	kinds	of	fundamental	regions	,
不同的	种类	的	基本的	地区	,

对于双曲平面而言，存在无数种本质上不同的基本区域。

['neɪmli] , [ðə; ði] [wel] - [nəʊn] [ˌpwɑːŋ'kɑːrˌeɪ] ['pɔligəns] .

namely	**,**	**the**	**well**	**-**	**known**	**Poincaré**	**polygons**	**.**
即	,	这	出色地	-	已知	庞加莱	多边形	.

即著名的庞加莱多边形。

[fɔː(r); fə(r)][ðə; ði] [kəm'pliːt] ['kʌvərɪŋ] [ɒv; əv][ðə; ði] [pleɪn] [æn; ən] ['ɪnfɪnət] ['nʌmbə(r)][ɒv; əv] ['kɒŋgruənt]

For	**the**	**complete**	**covering**	**of**	**the**	**plane**	**an**	**infinite**	**number**	**of**	**congruent**
为了	这	完全的	覆盖	的	这	飞机	一个	无限	数字	的	全等

['riːdʒənz][ɪz] ['nesəsəri] .

regions	**is**	**necessary**	**.**
地区	是	必要的	.

要完全覆盖平面，需要无穷多个全等区域。

[ðə; ði] [keɪs] [ɒv; əv] ['juːklɪdz] [pleɪn] [stændz] [bɪ'twiːn] [ðiːz] ;

The	**case**	**of**	**Euclid's**	**plane**	**stands**	**between**	**these**	**;**
这	案件	的	欧几里得的	飞机	站立	之间	这些	;

欧几里得平面的情况介于两者之间；

[fɔː(r); fə(r)][ɪn] [ðɪs] [keɪs] [ðeə(r)][ɪz]['əʊnli][ə; eɪ]['faɪnaɪt]['nʌmbə(r)][ɒv; əv] [ɪ'senʃəli] ['dɪfrənt] [kaɪndz][ɒv; əv]

for	**in**	**this**	**case**	**there**	**is**	**only**	**a**	**finite**	**number**	**of**	**essentially**	**different**	**kinds**	**of**
为了	在	这	案件	那里	是	仅有的	一个	有限	数字	的	本质上	不同的	种类	的

[gruːps] [ɒv; əv]['məuʃənz] [wɪð] [ˌfʌndə'ment(ə)l]['riːdʒənz] ,

groups	**of**	**motions**	**with**	**fundamental**	**regions**	**,**
团体	的	运动	和	基本的	地区	,

因为在这种情况下，只有有限数量的本质上不同的具有基本区域的运动群。

[bʌt; bət][fɔː(r); fə(r)][ə; eɪ] [kəm'pliːt] ['kʌvərɪŋ] [ɒv; əv][ðə; ði] [həʊl] [pleɪn] [æn; ən] ['ɪnfɪnət] ['nʌmbə(r)][ɒv; əv]

but	**for**	**a**	**complete**	**covering**	**of**	**the**	**whole**	**plane**	**an**	**infinite**	**number**	**of**
但	为了	一个	完全的	覆盖	的	这	所有的	飞机	一个	无限	数字	的

['kɒŋgruənt] ['riːdʒənz][ɪz] ['nesəsəri] .

congruent	**regions**	**is**	**necessary**	**.**
全等	地区	是	必要的	.

但要完全覆盖整个平面，需要无穷多个全等区域。

[ɪg'zæktli][ðə; ði] [ˌkɒrə'spɒndɪŋ] [fækts][ɑː(r); ə(r)] [faʊnd] [ɪn] [speɪs] [ɒv; əv] [θriː] [daɪ'menʃ(ə)nz] .

Exactly	**the**	**corresponding**	**facts**	**are**	**found**	**in**	**space**	**of**	**three**	**dimensions**	**.**
确切地	这	相应的	事实	是	成立	在	空间	的	三	方面	.

在三维空间中，也存在完全对应的事实。

[ðə; ði][fækt][ɒv; əv][ðə; ði]['faɪnaɪtˌnəs][ɒv; əv][ðə; ði] [gruːps] [ɒv; əv]['məuʃənz][ɪn] [ɪ'lɪptɪk] [speɪs] [ɪz][æn; ən]

The	**fact**	**of**	**the**	**finiteness**	**of**	**the**	**groups**	**of**	**motions**	**in**	**elliptic**	**space**	**is**	**an**
这	事实	的	这	有限性	的	这	团体	的	运动	在	椭圆	空间	是	一个

[ɪ'miːdiət] ['kɒnsɪkwəns] [ɒv; əv][ə; eɪ][ˌfʌndə'ment(ə)l] ['θɪərəm] [ɒv; əv][siː] . ['dʒɔːdn] ,

immediate	**consequence**	**of**	**a**	**fundamental**	**theorem**	**of**	**C**	**.**	**Jordan**	**,**
即时	结果	的	一个	基本的	定理	的	C	.	约旦	,

椭圆空间中运动群的有限性这一事实是约旦基本定理的直接推论，

[-] [weə'baɪ] [ðə; ði]['nʌmbə(r)][ɒv; əv]

[	**41**	**]**	**whereby**	**the**	**number**	**of**
[	-	]	由此	这	数字	的

[41] 由此得出数量

[[ˌpiː 'dʒiː] -]

[	**Pg**	**31**	**]**
[	页	-	]

[第31页]

[ɪ'senʃəli] ['dɪfrənt] [kaɪndz][ɒv; əv]['faɪnaɪt] [gru:ps] [ɒv; əv]['lɪniə(r)] [ˌsʌbsti'tju:ʃənz] [ɪn] ['verɪəbl] [dʌz]
essentially **different** **kinds** **of** **finite** **groups** **of** **linear** **substitutions** **in** **variables** **does**
本质上 不同的 种类 的 有限 团体 的 线性 替换 在 变量 做
[nɒt] [sə'pɑ:s] [ə; eɪ]['sɜ:t(ə)n]['faɪnaɪt]['lɪmɪt] [dɪ'pendənt] [ə'pɒn] .
not **surpass** **a** **certain** **finite** **limit** **dependent** **upon** **.**
不是 超过 一个 肯定 有限 限制 依赖 之上 .

本质上不同类型的有限线性替换群的变量不会超过某个取决于的有限极限。

[ðə; ði] [gru:ps] [ɒv; əv]['məuʃənz] [wɪð] [ˌfʌndə'ment(ə)l]['ri:dʒənz][ɪn][ˌhaɪpə'bɒlɪk] [speɪs] [hæv; həv] [bi:n]
The **groups** **of** **motions** **with** **fundamental** **regions** **in** **hyperbolic** **space** **have** **been**
这 团体 的 运动 和 基本的 地区 在 双曲 空间 有 到过
[ɪn'vestɪgeɪtɪd] [baɪ] ['frɪki] [ænd; ənd] [klaɪn] [ɪn][ðə; ði] ['lektʃəz] [ɒn][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv] [ˌɔ:təʊ'mɔ:fɪk]
investigated **by** **Fricke** **and** **Klein** **in** **the** **lectures** **on** **the** **theory** **of** **automorphic**
调查 经过 弗里克 和 克莱因 在 这 讲座 在 这 理论 的 自守
['fʌnkʃ(ə)nz] ,
functions **,**
函数 ,

Fricke 和 Klein 在关于自守函数理论的讲座中研究了双曲空间中具有基本区域的运动群。

[-] [ænd; ənd]['faɪnəli] ['fɛdərɔ:v] , [-] - [-] [ænd; ənd] ['leɪtli] [roʊn] [-] [hæv; həv]
[**42** **]** **and** **finally** **Fedorov** **,** **[** **43** **]** **Schoenflies** **[** **44** **]** **and** **lately** **Rohn** **[** **45** **]** **have**
[-] 和 最后 费多罗夫 , [-] - [-] 和 最近 罗恩 [-] 有
['gɪv(ə)n][ðə; ði] [pru:f] [ðæt] [ðeə(r)][ɑ:(r); ə(r)] ,
given **the** **proof** **that** **there** **are** **,**
给定 这 证明 那 那里 是 ,

[42] 最后，Fedorov、[43] Schoenflies[44] 以及最近的 Rohn[45] 都证明了这一点。

[ɪn] [ju:'klɪdiən] [speɪs] ,
in **euclidean** **space** **,**
在 欧几里得 空间 ,

在欧几里得空间中，

['əʊnli][ə; eɪ]['faɪnaɪt]['nʌmbə(r)][ɒv; əv] [ɪ'senʃəli] ['dɪfrənt] [kaɪndz][ɒv; əv] [gru:ps] [ɒv; əv]['məuʃənz] [wɪð]
only **a** **finite** **number** **of** **essentially** **different** **kinds** **of** **groups** **of** **motions** **with**
仅有的 一个 有限 数字 的 本质上 不同的 种类 的 团体 的 运动 和
[ə; eɪ][ˌfʌndə'ment(ə)l]['ri:dʒən] .
a **fundamental** **region** **.**
一个 基本的 地区 .

只有有限数量的本质上不同的运动群，它们具有一个基本区域。

[naʊ] ,
Now **,**
现在 ,

现在，

[waɪl] [ðə; ði] [rɪ'zʌlts] [ænd; ənd] ['meθədz] [ɒv; əv] [pru:f] [ə'plɪkəb(ə)l] [tu:; tə] [ɪ'lɪptɪk] [ænd; ənd] [ˌhaɪpə'bɒlɪk]
while **the** **results** **and** **methods** **of** **proof** **applicable** **to** **elliptic** **and** **hyperbolic**
尽管 这 结果 和 方法 的 证明 适用的 到 椭圆 和 双曲
[speɪs] [həʊld] [də'rektlɪ] [fɔ:(r); fə(r)] - [daɪ'menʃən(ə)l] [speɪs] ['ɔ:lsəʊ] ,
space **hold** **directly** **for** **-** **dimensional** **space** **also** **,**
空间 抓住 直接地 为了 - 维度 空间 还 ,

适用于椭圆空间和双曲空间的结果和证明方法也直接适用于维空间，

[ðə; ði][ˌdʒen(ə)rəlaɪ'zeɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði] ['θɪərəm] [fɔ:(r); fə(r)] [ju:'klɪdiən] [speɪs] [si:m] [tu:; tə]['ɒfə(r)]
the **generalization** **of** **the** **theorem** **for** **euclidean** **space** **seems** **to** **offer**
这 概括 的 这 定理 为了 欧几里得 空间 似乎 到 提供
[dɪ'saɪdɪd] ['dɪfɪkəltɪz] .
decided **difficulties** **.**
决定 困难 .

将该定理推广到欧几里得空间似乎存在明显的困难。

[ðə; ði][ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði] ['fɒləʊɪŋ] ['kwestʃən][ɪz] ['ðeəfɔ:(r)] [dɪ'zaɪərəb(ə)l] :

The	investigation	of	the	following	question	is	therefore	desirable	:
这	调查	的	这	下列的	问题	是	所以	理想	:

因此，有必要对以下问题进行研究：

[ɪz][ðeə(r)][ɪn] - [daɪ'menʃən(ə)l] [ju:'klɪdiən] [speɪs] ['ɔ:lsəʊ]['əʊnli][ə; eɪ]['faɪnaɪt]['nʌmbə(r)][ɒv; əv] [ɪ'senʃəli]

Is	there	in	-	dimensional	euclidean	space	also	only	a	finite	number	of	essentially
是	那里	在	-	维度	欧几里得	空间	还	仅有的	一个	有限	数字	的	本质上

['dɪfrənt] [kaɪndz][ɒv; əv] [gru:ps] [ɒv; əv]['məʊʃənz] [wɪð] [ə; eɪ][ˌfʌndə'ment(ə)l]['ri:dʒən] ?

different	kinds	of	groups	of	motions	with	a	fundamental	region	?
不同的	种类	的	团体	的	运动	和	一个	基本的	地区	?

在 d 维欧几里得空间中，是否存在也只有有限数量的本质上不同的运动群，且具有基本区域?

[ə; eɪ][ˌfʌndə'ment(ə)l]['ri:dʒən][ɒv; əv] [i:tʃ] [gru:p] [ɒv; əv]['məʊʃənz] , [tə'geðə(r)] [wɪð] [ðə; ði] ['kɒŋgruənt]

A	fundamental	region	of	each	group	of	motions	,	together	with	the	congruent
一个	基本的	地区	的	每个	团体	的	运动	,	一起	和	这	全等

['ri:dʒənz][ə'raɪzɪŋ][frɒm; frəm][ðə; ði] [gru:p] ,

regions	arising	from	the	group	,
地区	产生	从	这	团体	,

每组运动的基本区域，以及由该组运动产生的全等区域，

['evɪdəntli] [fɪlz] [ʌp] [speɪs] [kəm'pli:tli] .

evidently	fills	up	space	completely	.
显然	填充	向上	空间	完全地	.

显然完全填满了空间。

[ðə; ði] ['kwestʃən] [ə'raɪzɪz] :

The	question	arises	:
这	问题	出现	:

问题来了：

['weðə(r)] [ˌpɒlɪ'hi:drə] ['ɔ:lsəʊ][ɪg'zɪst] [wɪtʃ] [du:; də][nɒt] [ə'pɪə(r)] [æz; əz][ˌfʌndə'ment(ə)l]['ri:dʒənz][ɒv; əv]

Whether	polyhedra	also	exist	which	do	not	appear	as	fundamental	regions	of
无论	多面体	还	存在	哪个	做	不是	出现	作为	基本的	地区	的

[gru:ps] [ɒv; əv]['məʊʃənz] ,

groups	of	motions	,
团体	的	运动	,

是否存在一些多面体，它们并不作为运动群的基本区域出现?

[baɪ] [mi:nz] [ɒv; əv] [wɪtʃ] [ˌnevəðə'les] [baɪ][ə; eɪ]['su:təb(ə)l][ˌdʒʌkstəpə'zɪʃ(ə)n][ɒv; əv] ['kɒŋgruənt] ['kɒpiz]

by	means	of	which	nevertheless	by	a	suitable	juxtaposition	of	congruent	copies
经过	方法	的	哪个	尽管如此	经过	一个	合适的	并置	的	全等	副本

[ə; eɪ] [kəm'pli:t] ['fɪlɪŋ] [ʌp][ɒv; əv][ɔ:l] [speɪs] [ɪz]['pɒsəb(ə)l] .

a	complete	filling	up	of	all	space	is	possible	.
一个	完全的	填充	向上	的	全部	空间	是	可能的	.

然而，通过适当并置一致的副本，可以完全填充所有空间。

[aɪ] [pɔɪnt] [aʊt] [ðə; ði] ['fɒləʊɪŋ] ['kwestʃən] , [rɪ'leɪtɪd] [tu:; tə][ðə; ði] [prɪ'si:dɪŋ] [wʌn] ,

I	point	out	the	following	question	,	related	to	the	preceding	one	,
我	观点	出去	这	下列的	问题	,	有关的	到	这	前	一	,

我提出以下与前一个问题相关的问题：

[ænd; ənd][ɪm'pɔ:t(ə)nt][tu:; tə]['nʌmbə(r)] ['θɪəri] [ænd; ənd] [pə'hæps] ['sʌmtaɪmz] ['ju:sf(ə)l][tu:; tə] ['fɪzɪks]

and	important	to	number	theory	and	perhaps	sometimes	useful	to	physics
和	重要的	到	数字	理论	和	也许	有时	有用	到	物理

[ænd; ənd] ['kemɪstri] :

and	chemistry	:
和	化学	:

对数论很重要，有时对物理学和化学也可能有用：

[haʊ] [kæn; kən][wʌn] [ə'reɪndʒ] [məʊst] ['densli] [ɪn] [speɪs] [æn; ən] ['ɪnfɪnət] ['nʌmbə(r)][ɒv; əv]['i:kwəl]['sɒlɪdz]
How 如何 **can** 能 **one** 一 **arrange** 安排 **most** 最多 **densely** 密集地 **in** 在 **space** 空间 **an** 一个 **infinite** 无限 **number** 数字 **of** 的 **equal** 平等的 **solids** 固体
[ɒv; əv]['gɪv(ə)n] [fɔ:m] ,
of 的 **given** 给定 **form** 形式 **,** ,

如何在空间中以最密集的方式排列无限多个给定形状的相同立体图形?

[i:] . [dʒi:] . , [sfɪrz] [wɪð] ['gɪv(ə)n]['reɪdiaɪ][ɔ:(r)]['regjələ(r)] [ˌtetrə'hi:drə] [wɪð] ['gɪv(ə)n] ['edʒɪz] ([ɔ:(r)][ɪn]
e e **.** 克 **g** . **.** , **,** **spheres** 球体 **with** 和 **given** 给定 **radii** 半径 **or** 或者 **regular** 常规的 **tetrahedra** 四面体 **with** 和 **given** 给定 **edges** 边缘 **(** (**or** 或者 **in** 在
[prɪ'skraɪbd] [pə'zɪʃ(ə)n]) ,
prescribed 规定 **position** 位置 **)**) **,** ,

例如，具有给定半径的球体或具有给定边长的正四面体（或处于规定位置的正四面体），

[ðæt] [ɪz] ,
that 那 **is** 是 **,** ,

那是，

[haʊ] [kæn; kən][wʌn][səʊ][fɪt][ðem; ðəm][tə'geðə(r)] [ðæt] [ðə; ði]['reɪʃiəʊ][ɒv; əv][ðə; ði] [fɪld] [tu:; tə][ðə; ði]
how 如何 **can** 能 **one** 一 **so** 所以 **fit** 合身 **them** 他们 **together** 一起 **that** 那 **the** 这 **ratio** 比率 **of** 的 **the** 这 **filled** 已填 **to** 到 **the** 这
[ʌn'fɪld] [speɪs] [meɪ] [bi:; bi][æz; əz] [greɪt] [æz; əz]['pɒsəb(ə)l] ?
unfilled 未填写 **space** 空间 **may** 可能 **be** 是 **as** 作为 **great** 伟大的 **as** 作为 **possible** 可能的 **?** ?

如何才能使它们排列得尽可能完美，使得填充空间与未填充空间的比例尽可能大?

[ɪf] [wi:; wi] [lʊk] ['əʊvə(r)][ðə; ði] [dɪ'veləpmənt] [ɒv; əv][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɪn][ðə; ði][lɑ:st]
If 如果 **we** 我们 **look** 看 **over** 超过 **the** 这 **development** 发展 **of** 的 **the** 这 **theory** 理论 **of** 的 **functions** 函数 **in** 在 **the** 这 **last** 最后的
['sentʃəri] ,
century 世纪 **,** ,

如果我们回顾上个世纪函数论的发展历程，

[wi:; wi] ['nəʊtɪs] [ə'bʌv] [ɔ:l][ðə; ði][ˌfʌndə'ment(ə)l] [ɪm'pɔ:t(ə)ns] [ɒv; əv] [ðæt] [klɑ:s] [ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz] [wɪtʃ]
we 我们 **notice** 注意 **above** 多于 **all** 全部 **the** 这 **fundamental** 基本的 **importance** 重要性 **of** 的 **that** 那 **class** 班级 **of** 的 **functions** 函数 **which** 哪个
[wi:; wi] [naʊ] ['dezɪgneɪt] [æz; əz][ˌænə'lɪtɪk] ['fʌnkʃ(ə)nz] — [ə; eɪ] [klɑ:s] [ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz] [wɪtʃ] [wɪl]
we 我们 **now** 现在 **designate** 指定 **as** 作为 **analytic** 分析 **functions** 函数 **—** — **a** 一个 **class** 班级 **of** 的 **functions** 函数 **which** 哪个 **will** 将要
['prɒbəbli] [stænd] ['pɜ:mənəntli] [ɪn][ðə; ði]['sentə(r)][ɒv; əv][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['ɪntrəst] .
probably 大概 **stand** 站立 **permanently** 永久的 **in** 在 **the** 这 **center** 中心 **of** 的 **mathematical** 数学 **interest** 兴趣 **.** .

我们尤其注意到，我们现在称之为解析函数的这类函数具有根本的重要性——这类函数很可能将永远处于数学研究的中心。

[ðeə(r)] [ɑ:(r); ə(r)] ['meni] ['dɪfrənt] ['stændpɔint] [frɒm; frəm] [wɪtʃ] [wi:; wi] [maɪt] [tʃu:z] ,
There 那里 **are** 是 **many** 许多 **different** 不同的 **standpoints** 立场 **from** 从 **which** 哪个 **we** 我们 **might** 可能 **choose** 选择 **,** ,

我们可以从许多不同的角度进行选择，

[aʊt] [ɒv; əv][ðə; ði][təʊ'tæləti][ɒv; əv][ɔ:l] [kən'si:vəb(ə)l] ['fʌnkʃ(ə)nz] , [ɪk'stensɪv] ['klɑ:sɪz] ['wɜ:ði] [ɒv; əv][ə; eɪ]
out 出去 **of** 的 **the** 这 **totality** 总和 **of** 的 **all** 全部 **conceivable** 可以想象的 **functions** 函数 **,** , **extensive** 广泛的 **classes** 课程 **worthy** 值得 **of** 的 **a** 一个
[pə'tɪkjələli] ['θʌrə] [ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n] .
particularly 特别 **thorough** 彻底 **investigation** 调查 **.** .

在所有可能的功能中，存在着值得特别深入研究的广泛类别。

[kən'sɪdə(r)] , [fɔː(r); fə(r)]
Consider , **for**
考虑 , 为了

考虑一下，

[[ˌpiː 'dʒiː] -]
[Pg 32]
[页 -]

[第32页]

[ɪg'zɑːmp(ə)l] , [ðə; ði] [klɑːs] [ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz] ['kærəktəˌraɪzd] [baɪ]['ɔːd(ə)n(ə)ri][ɔː(r)]['pɑːʃ(ə)l][ˌældʒɪ'breɪɪk]
example , the class of functions characterized by ordinary or partial algebraic
例子 , 这 班级 的 函数 特征化的 经过 普通的 或者 部分的 代数
[ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] .
differential equations .
微分 方程式 .

例如，由常微分方程或偏微分方程表征的函数类。

[ˌaɪ 'tiː][ʃʊd; ʃəd][biː; bi] [əb'zɜːvd] [ðæt] [ðɪs] [klɑːs] [dʌz] [nɒt] [kən'teɪn] [ðə; ði] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ðæt] [ə'raɪz][ɪn]
It should be observed that this class does not contain the functions that arise in
它 应该 是 观察到 那 这 班级 做 不是 包含 这 函数 那 出现 在
['nʌmbə(r)] ['θɪəri] [ænd; ənd] [huːz] [ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n][ɪz][ɒv; əv][ðə; ði] ['greɪtɪst] [ɪm'pɔːt(ə)ns] .
number theory and whose investigation is of the greatest importance .
数字 理论 和 谁 调查 是 的 这 最 重要性 .

需要注意的是，本类不包含数论中出现的、研究最为重要的函数。

[fɔː(r); fə(r)][ɪg'zɑːmp(ə)l] , [ðə; ði][bɪ'fɔː(r)] - ['menʃ(ə)nd] ['fʌŋkʃ(ə)n]['sætɪsfaɪz][nəʊ][ˌældʒɪ'breɪɪk] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l]
For example , the before - mentioned function satisfies no algebraic differential
为了 例子 , 这 前 - 提及 功能 满足 不 代数 微分
[ɪ'kweɪʒ(ə)n] ,
equation ,
方程 ,

例如，前面提到的函数不满足任何代数微分方程。

[æz; əz][ɪz] ['iːzəli] [siːn] [wɪð] [ðə; ði][help][ɒv; əv][ðə; ði] [wel] - [nəʊn] [rɪ'leɪʃ(ə)n] [bɪ'twiːn] [ænd; ənd] ,
as is easily seen with the help of the well - known relation between and ,
作为 是 容易地 已见 和 这 帮助 的 这 出色地 - 已知 关系 之间 和 ,

这一点很容易通过众所周知的"和"之间的关系看出，

[ɪf] [wʌn] [ri'fəːz] [tuː; tə][ðə; ði] ['θɪərəm] [pruːvd] [baɪ]['həʊldə(r)] ,
if one refers to the theorem proved by Holder ,
如果 一 指 到 这 定理 已证实 经过 持有者 ,

如果指的是霍尔德证明的定理，

[-] [ðæt] [ðə; ði] ['fʌŋkʃ(ə)n] ['sætɪsfaɪz][nəʊ][ˌældʒɪ'breɪɪk] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] .
[46] that the function satisfies no algebraic differential equation .
[-] 那 这 功能 满足 不 代数 微分 方程 .

[46] 该函数不满足任何代数微分方程。

[ə'gen] , [ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði] [tuː] ['verɪəbl] [ænd; ənd] [dɪ'faɪnd] [baɪ][ðə; ði] ['ɪnfɪnət] ['sɪəriːz]
Again , the function of the two variables and defined by the infinite series
再次 , 这 功能 的 这 二 变量 和 定义 经过 这 无限 系列

再次，两个变量的函数由无穷级数定义。

[wɪtʃ] [stændz][ɪn][kləʊz][rɪ'leɪʃ(ə)n] [wɪð] [ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n] , ['prɒbəbli] ['sætɪsfaɪz][nəʊ][ˌældʒɪ'breɪɪk]['pɑːʃ(ə)l]
which stands in close relation with the function , probably satisfies no algebraic partial
哪个 站立 在 关闭 关系 和 这 功能 , 大概 满足 不 代数 部分的
[ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] .
differential equation .
微分 方程 .

它与该函数密切相关，但可能不满足任何代数偏微分方程。

[ɪn][ðə; ði][ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n][ɒv; əv] [ðɪs] ['kwestʃən] [ðə; ði] ['fʌŋkʃən(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n]

In	the	investigation	of	this	question	the	functional	equation
在	这	调查	的	这	问题	这	功能性	方程

在研究这个问题时，函数方程

[wɪl] [hæv; həv][tuː; tə][biː; bi] [juːst] .

will	have	to	be	used	.
将要	有	到	是	用过的	.

必须使用。

[ɪf] , [ɒn][ðə; ði]['ʌðə(r)][hænd] ,

If	,	on	the	other	hand	,
如果	,	在	这	其他	手	,

另一方面，

[wiː; wi][ɑː(r); ə(r)] [liːd] [baɪ] [ˌærɪθ'metɪkl] [ɔː(r)] [dʒɪə'metrɪkl] ['riːz(ə)nz] [tuː; tə][kən'sɪdə(r)][ðə; ði] [klɑːs] [ɒv; əv]

we	are	lead	by	arithmetical	or	geometrical	reasons	to	consider	the	class	of
我们	是	带领	经过	算术	或者	几何	原因	到	考虑	这	班级	的

[ɔːl] [ðəʊz] ['fʌnkʃ(ə)nz] [wɪtʃ] [ɑː(r); ə(r)] [kən'tɪnjuəs] [ænd; ənd] [ɪn'defɪnətli] [ˌdɪfə'renʃɪəb(ə)l] ,

all	those	functions	which	are	continuous	and	indefinitely	differentiable	,
全部	那些	函数	哪个	是	连续的	和	无限期	可微分的	,

出于算术或几何方面的原因，我们考虑所有连续且无限可微的函数类。

[wiː; wi][ʃʊd; ʃəd][biː; bi][ə'blaɪdʒd][ɪn][ɪts][ɪnˌvestɪ'geɪʃ(ə)n][tuː; tə] [dɪ'spens] [wɪð] [ðæt] ['plaɪənt] ['ɪnstrəmənt] ,

we	should	be	obliged	in	its	investigation	to	dispense	with	that	pliant	instrument	,
我们	应该	是	有义务	在	它是	调查	到	分配	和	那	柔韧的	乐器	,

[ðə; ði]['paʊə(r)]['sɪəriːz] ,

the	power	series	,
这	力量	系列	,

在调查过程中，我们应该有义务放弃使用幂级数这种易受干扰的工具。

[ænd; ənd] [wɪð] [ðə; ði] ['sɜːkəmstəns] [ðæt] [ðə; ði] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ɪz] ['fʊli] [dɪ'tɜːmɪnd] [baɪ][ðə; ði] [ə'saɪnmənt]

and	with	the	circumstance	that	the	function	is	fully	determined	by	the	assignment
和	和	这	环境	那	这	功能	是	完全	决定	经过	这	任务

[ɒv; əv]['væljuːz][ɪn]['eni]['riːdʒən] ,

of	values	in	any	region	,
的	值	在	任何	地区	,

并且，在函数完全由任何区域中的值的赋值决定的前提下，

[haʊ'evə(r)] [smɔːl] .

however	small	.
然而	小的	.

然而，哪怕很小。

[waɪl] , ['ðeəfɔː(r)] , [ðə; ði]['fɔːmə(r)][ˌlɪmɪ'teɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði] [fiːld] [ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz] [wɒz; wəz] [tuː]

While	,	therefore	,	the	former	limitation	of	the	field	of	functions	was	too
尽管	,	所以	,	这	以前的	局限性	的	这	场地	的	函数	曾是	也

['nærəʊ] ,

narrow	,
狭窄的	,

因此，先前对函数领域的限制过于狭窄，

[ðə; ði]['lætə(r)] [siːm] [tuː; tə][ˌem 'iː] [tuː] [waɪd] .

the	latter	seems	to	me	too	wide	.
这	后者	似乎	到	我	也	宽的	.

后者在我看来太宽了。

[ðə; ði][aɪ'dɪə][ɒv; əv][ðə; ði][ˌænə'lɪtɪk]['fʌŋkʃ(ə)n][ɒn][ðə; ði]['ʌðə(r)][hænd][ɪnk'luːdz][ðə; ði][həʊl][welθ]

The	idea	of	the	analytic	function	on	the	other	hand	includes	the	whole	wealth
这	主意	的	这	分析	功能	在	这	其他	手	包括	这	所有的	财富

[ɒv; əv]['fʌnkʃ(ə)nz][məʊst][ɪm'pɔːt(ə)nt][tuː; tə]['saɪəns] ,

of	functions	most	important	to	science	,
的	函数	最多	重要的	到	科学	,

另一方面，解析函数的概念包含了对科学至关重要的所有函数。

['weðə(r)] [ðeɪ] [hæv; həv][ðeə(r)]['ɒrɪdʒɪn][ɪn]['nʌmbə(r)] ['θɪəri] ,

whether	they	have	their	origin	in	number	theory	,
无论	他们	有	他们的	起源	在	数字	理论	,

无论它们是否起源于数论，

[ɪn][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] [ɔː(r)][ɒv; əv][ˌældʒɪ'breɪɪk]['fʌŋkʃən(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] ,

in	the	theory	of	differential	equations	or	of	algebraic	functional	equations	,
在	这	理论	的	微分	方程式	或者	的	代数	功能性	方程式	,

在微分方程理论或代数函数方程理论中，

['weðə(r)] [ðeɪ] [ə'raɪz][ɪn] [dʒi'ɒmətri] [ɔː(r)][ɪn][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['fɪzɪks] ; [ænd; ənd] , ['ðeəfɔː(r)] , [ɪn][ðə; ði]

whether	they	arise	in	geometry	or	in	mathematical	physics	;	and	,	therefore	,	in	the
无论	他们	出现	在	几何学	或者	在	数学	物理	;	和	,	所以	,	在	这

[ɪn'taɪə(r)] [relm] [ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz] ,

entire	realm	of	functions	,
全部的	领域	的	函数	,

无论它们出现在几何学中还是数学物理学中；因此，也出现在整个函数领域中，

[ðə; ði][ˌænə'lɪtɪk]['fʌŋkʃ(ə)n]['dʒʌstli][həʊldz][ˌʌndɪ'spjuːtɪd][suː'preməsi; sjuː'preməsi] . [-]

the	analytic	function	justly	holds	undisputed	supremacy	.	[	41	]
这	分析	功能	公正地	持有	无可争议	霸权	.	[	-	]

分析功能理所当然地占据着无可争议的主导地位。[41]

- ['dʒɜːn(ə)l] , [vɒl] .

Crelle's	Journal	,	vol	.
-	杂志	,	卷	.

克雷尔的日记，第 1 卷

- (-) , [ænd; ənd]['æti][diː] . ['riːˌɑːl]['eɪˌkæd] . [ˌdiː 'aɪ]['nɑːpɔːli] , - . [-]

84	(	1878	)	,	and	Atti	d	.	Reale	Acad	.	di	Napoli	,	1880	.	[	42	]
-	(	-	)	,	和	态度	d	.	皇家	学院	.	迪	那不勒斯	,	-	.	[	-	]

84（1878），和阿蒂d。皇家学院。迪那不勒斯，1880 年。[42]

['laɪpzɪg] , - .

Leipzig	,	1897	.
莱比锡	,	-	.

莱比锡，1897年。

[ˌsiː 'ef] .

Cf	.
cf	.

参见。

[ɪ'speʃəli] [æbʃnɪt] [aɪ] , ['tʃæplit] [ˌtuː'tuː][ænd; ənd][θriː] . [-]

especially	Abschnitt	I	,	Chaplets	2	and	3	.	[	43	]
尤其	切片	我	,	串珠	2	和	3	.	[	-	]

特别是 Abschnitt I，第 2 章和第 3 章。[43]

- [dɜːr] - [ˌsɪ'stɛm] [vɒn] [fɪgjɜ֊ən] , - . [-]

Symmetrie	der	regelmässigen	Systeme	von	Figuren	,	1890	.	[	44	]
-	德尔	-	系统	冯	图伦	,	-	.	[	-	]

Symmetrie der regelmässigen Systeme vonFiguren，1890。[44]

- [ˌjuː en ˈdiː] - , [ˈlaɪpzɪg] , - . [-]
Krystallsysteme und Krystallstruktur , Leipzig , 1891 . [45]
- 和 - , 莱比锡 , - . [-]

水晶系统和水晶结构，莱比锡，1891 年。[45]

[mæθ] .
Math .
数学 .

数学。

[ˈænələn] , [vɒl] . - . [-]
Annalen , vol . 53 . [46]
安娜伦 , 卷 . - . [-]

Annalen，第 53 卷。[46]

[mæθ] .
Math .
数学 .

数学。

[ˈænələn] , [vɒl] . - . - .
Annalen , vol . 28 . 19 .
安娜伦 , 卷 . - . - .

Annalen，第28卷，第19期。

[ɑː(r); ə(r)][ðə; ði] [səˈlʊʃən] [ɒv; əv] [ˈregjələ(r)] [ˈprɔːbləmz] [ɪn] [ðə; ði] [ˈkælkjələs] [ɒv; əv] [ˌverɪˈeʃən]
ARE THE SOLUTIONS OF REGULAR PROBLEMS IN THE CALCULUS OF VARIATIONS
是 这 解决方案 的 常规的 问题 在 这 结石 的 变体
[ˈɔːlweɪz] [ˌnesəˈserəli] [ˌænəˈlɪtɪk] ?
ALWAYS NECESSARILY ANALYTIC ?
总是 一定 分析 ?

变分法中常规问题的解是否总是解析解?

[wʌn] [ɒv; əv][ðə; ði][məʊst] [rɪˈmɑːkəb(ə)l] [fækts][ɪn][ðə; ði] [ˈelɪmənts] [ɒv; əv][ðə; ði] [ˈθɪəri] [ɒv; əv][ˌænəˈlɪtɪk]
One of the most remarkable facts in the elements of the theory of analytic
一 的 这 最多 卓越 事实 在 这 元素 的 这 理论 的 分析
[ˈfʌnkʃ(ə)nz] [əˈpɪəz] [tuː; tə][ˌem ˈiː][tuː; tə][biː; bi] [ðɪs] :
functions appears to me to be this :
函数 出现 到 我 到 是 这 :

在我看来，解析函数理论要素中最引人注目的事实之一是:

[ðæt] [ðeə(r)][ɪgˈzɪst][ˈpɑːʃ(ə)l] [ˌdɪfəˈrenʃ(ə)l] [ɪˈkweɪʒnz] [huːz] [ˈɪntɪgɹəlz] [ɑː(r); ə(r)][ɔːl][ɒv; əv] [nəˈsesəti]
That there exist partial differential equations whose integrals are all of necessity
那 那里 存在 部分的 微分 方程式 谁 积分 是 全部 的 必要性
[ˌænəˈlɪtɪk]
analytic
分析

存在一些偏微分方程，它们的积分必然都是解析的。

[[ˌpiː ˈdʒiː] -]
[Pg 33]
[页 -]

[第33页]

[ˈfʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv][ðə; ði] [ˌɪndɪˈpendənt] [ˈverɪəbl] , [ðæt] [ɪz] , [ɪn] [ʃɔːt] , [ɪˈkweɪʒnz] [səˈseptəb(ə)l] [ɒv; əv]
functions of the independent variables , that is , in short , equations susceptible of
函数 的 这 独立的 变量 , 那 是 , 在 短的 , 方程式 易受影响的 的
[nʌn] [bʌt; bət][ˌænəˈlɪtɪk] [səˈlʊʃən] .
none but analytic solutions .
没有任何 但 分析 解决方案 .

自变量的函数，简而言之，就是只能有解析解的方程。

[ðə; ði] [best] [nəʊn] ['pɑːʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] [ɒv; əv] [ðɪs] [kaɪnd] [ɑː(r); ə(r)] [ðə; ði] [pə'tenʃ(ə)l]

The	best	known	partial	differential	equations	of	this	kind	are	the	potential
这	最好的	已知	部分的	微分	方程式	的	这	种类	是	这	潜在的

[ɪ'kweɪʒ(ə)n]

equation
方程

这类偏微分方程中最著名的是势方程。

[ænd; ənd] ['sɜːt(ə)n] ['lɪniə(r)] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] [ɪn'vestɪgeɪtɪd] [baɪ] ['pɪkɑːrd] ; [-] ['ɔːlsəʊ] [ðə; ði]

and	certain	linear	differential	equations	investigated	by	Picard	;	[	47	]	also	the
和	肯定	线性	微分	方程式	调查	经过	皮卡德	;	[	-	]	还	这

[ɪ'kweɪʒ(ə)n]

equation
方程

以及皮卡德研究的某些线性微分方程；[47] 还有该方程

[ðə; ði] ['pɑːʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] [ɒv; əv] ['mɪnɪm(ə)l] ['sɜːrfɪs] , [ænd; ənd] ['ʌðə(r)z] .

the	partial	differential	equation	of	minimal	surfaces	,	and	others	.
这	部分的	微分	方程	的	最低限度	表面	,	和	其他的	.

极小曲面的偏微分方程，以及其他方程。

[məʊst] [ɒv; əv] [ðiːz] ['pɑːʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] [hæv; həv] [ðə; ði] ['kɒmən] [ˌkærəktə'rɪstɪk] [ɒv; əv]

Most	of	these	partial	differential	equations	have	the	common	characteristic	of
最多	的	这些	部分的	微分	方程式	有	这	常见的	特征	的

['biːɪŋ] [ðə; ði] [lə'grændʒiən] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] [ɒv; əv] ['sɜːt(ə)n] ['prɔːbləmz] [ɒv; əv] [ˌveəri'eɪʃ(ə)n] ,

being	the	lagrangian	differential	equations	of	certain	problems	of	variation	,
存在	这	拉格朗日	微分	方程式	的	肯定	问题	的	变化	,

这些偏微分方程大多具有共同特征，即它们是某些变分问题的拉格朗日微分方程。

[vɪz] . , [ɒv; əv] [sʌtʃ] ['prɔːbləmz] [ɒv; əv] [ˌveəri'eɪʃ(ə)n]

viz	.	,	of	such	problems	of	variation
即	.	,	的	这样的	问题	的	变化

即，此类变异问题

[æz; əz] ['sætɪsfaɪ] , [fɔː(r); fə(r)] [ɔːl] ['vælјuːz] [ɒv; əv] [ðə; ði] ['ɑːgjʊm(ə)nts] [wɪtʃ] [fɔːl] [wɪ'ðɪn] [ðə; ði] [reɪndʒ] [ɒv; əv]

as	satisfy	,	for	all	values	of	the	arguments	which	fall	within	the	range	of
作为	满足	,	为了	全部	值	的	这	论点	哪个	落下	之内	这	范围	的

[dɪ'skʌʃ(ə)n] , [ðə; ði] [ˌɪnɪ'kwɒləti]

discussion	,	the	inequality
讨论	,	这	不等式

对于所有落在讨论范围内的参数值，满足不等式

[ɪt'self] ['biːɪŋ] [æn; ən] [ˌænə'lɪtɪk] ['fʌŋkʃ(ə)n] .

itself	being	an	analytic	function	.
本身	存在	一个	分析	功能	.

它本身就是一个解析函数。

[wiː; wi] [ʃæl; ʃəl] [kɔːl] [ðɪs] [sɔːt] [ɒv; əv] ['prɒbləm] [ə; eɪ] ['regjələ(r)] [ˌveəri'eɪʃ(ə)n] ['prɒbləm] .

We	shall	call	this	sort	of	problem	a	regular	variation	problem	.
我们	将	称呼	这	种类	的	问题	一个	常规的	变化	问题	.

我们将这类问题称为正则变分问题。

[ˌaɪ 'tiː] [ɪz] ['tʃiːfli] [ðə; ði] ['regjələ(r)] [ˌveəri'eɪʃ(ə)n] ['prɔːbləmz] [ðæt] [pleɪ] [ə; eɪ] [roʊl] [ɪn] [dʒi'ɒmətri] ,

It	is	chiefly	the	regular	variation	problems	that	play	a	rôle	in	geometry	,
它	是	主要	这	常规的	变化	问题	那	玩	一个	角色	在	几何学	,

在几何学中，主要起作用的是正则变分问题。

[ɪn] [mə'kænɪks] , [ænd; ənd] [ɪn] [ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['fɪzɪks] ; [ænd; ənd] [ðə; ði] ['kwestʃən] ['nætʃ(ə)rəli] [ə'raɪzɪz] ,

in	mechanics	,	and	in	mathematical	physics	;	and	the	question	naturally	arises	,
在	机械学	,	和	在	数学	物理	;	和	这	问题	自然	出现	,

在力学和数理物理学中；自然而然地就会产生这样的问题：

['weðə(r)] [ɔ:l] [sə'lʊʃən] [ɒv; əv]['regjələ(r)][ˌveəri'eɪʃ(ə)n]['prɔ:bləmz][mʌst; məst] [ˌnesə'serəli] [bi:; bi][ˌænə'lɪtɪk]
whether **all** **solutions** **of** **regular** **variation** **problems** **must** **necessarily** **be** **analytic**
无论 全部 解决方案 的 常规的 变化 问题 必须 一定 是 分析
['fʌnkʃ(ə)nz] .
functions **.**
函数 .

正则变分问题的所有解是否必然是解析函数。

[ɪn]['ʌðə(r)] [wɜ:dz] ,
In **other** **words** **,**
在 其他 字 ,

换句话说，

[dʌz] ['evri] [lə'grændʒiən]['pɑ:ʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n][ɒv; əv][ə; eɪ]['regjələ(r)][ˌveəri'eɪʃ(ə)n]['prɒbləm]
does **every** **lagrangian** **partial** **differential** **equation** **of** **a** **regular** **variation** **problem**
做 每一个 拉格朗日 部分的 微分 方程 的 一个 常规的 变化 问题
[hæv; həv][ðə; ði] ['prɒpəti] [ɒv; əv] [əd'mɪtɪŋ] [ˌænə'lɪtɪk] ['ɪntɪgɹəlz] [ɪk'sklu:sɪvli] ?
have **the** **property** **of** **admitting** **analytic** **integrals** **exclusively** **?**
有 这 财产 的 承认 分析 积分 只 ?

正则变分问题的每个拉格朗日偏微分方程是否都具有只允许解析积分的性质?

[ænd; ənd][ɪz] [ðɪs] [ðə; ði] [keɪs] ['i:v(ə)n] [wen] [ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n][ɪz] [kən'streɪnd] [tu:; tə] [ə'sju:m] ,
And **is** **this** **the** **case** **even** **when** **the** **function** **is** **constrained** **to** **assume** **,**
和 是 这 这 案件 甚至 什么时候 这 功能 是 受限 到 认为 ,

即使函数被限制为假设某个条件，情况也是如此吗?

[æz; əz] , [i:] . [dʒi:] . , [ɪn] [dɪrɪtʃləts] ['prɒbləm][ɒn][ðə; ði][pə'tenʃ(ə)l] ['fʌŋkʃ(ə)n] , ['baʊndri] ['vælju:z] [wɪtʃ]
as **,** **e** **.** **g** **.** **,** **in** **Dirichlet's** **problem** **on** **the** **potential** **function** **,** **boundary** **values** **which**
作为 , e . 克 . , 在 狄利克雷的 问题 在 这 潜在的 功能 , 边界 值 哪个
[ɑ:(r); ə(r)] [kən'tɪnjuəs] ,
are **continuous** **,**
是 连续的 ,

例如，在狄利克雷势函数问题中，边界值是连续的，

[bʌt; bət][nɒt][ˌænə'lɪtɪk] ?
but **not** **analytic** **?**
但 不是 分析 ?

但不是分析性的?

[ai] [meɪ] [ˌeɪ di: 'di:] [ðæt] [ðeə(r)][ɪg'zɪst] ['sɜ:rfɪs] [ɒv; əv] ['kɒnstənt] ['negətɪv] ['gaʊsɪən] ['kɜ:vətʃə(r)] [wɪtʃ]
I **may** **add** **that** **there** **exist** **surfaces** **of** **constant** **negative** **gaussian** **curvature** **which**
我 可能 添加 那 那里 存在 表面 的 持续的 消极的 高斯 曲率 哪个
[ɑ:(r); ə(r)] [ˌreprɪ'zentəbl] [baɪ] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ðæt] [ɑ:(r); ə(r)] [kən'tɪnjuəs] [ænd; ənd] [pə'zes] [ɪn'di:d] [ɔ:l][ðə; ði]
are **representable** **by** **functions** **that** **are** **continuous** **and** **possess** **indeed** **all** **the**
是 可代表的 经过 函数 那 是 连续的 和 具有 的确 全部 这
[dɪ'rɪvətɪvz] ,
derivatives **,**
衍生物 ,

我还要补充一点，存在具有恒定负高斯曲率的曲面，这些曲面可以用连续函数表示，并且这些函数确实具有所有导数。

[ænd; ənd] [jet] [ɑ:(r); ə(r)][nɒt]
and **yet** **are** **not**
和 然而 是 不是

然而，它们并非如此

[[ˌpi: 'dʒi:] -]
[**Pg** **34** **]**
[页 -]

[ˌænə'lɪtɪk] ;
analytic ;
分析 ;

分析的;

[waɪl] [ɒn][ðə; ði]['ʌðə(r)][hænd][ˌaɪ 'ti:][ɪz]['prɒbəb(ə)l] [ðæt] ['evri] ['sɜ:fɪs] [hu:z] ['gaʊsɪən] ['kɜ:vətʃə(r)] [ɪz]
while on the other hand it is probable that every surface whose gaussian curvature is
尽管 在 这 其他 手 它 是 可能 那 每一个 表面 谁 高斯 曲率 是
['kɒnstənt] [ænd; ənd] ['pɒzətɪv] [ɪz] [ˌnesə'serəli] [æn; ən][ˌænə'lɪtɪk] ['sɜ:fɪs] .
constant and positive is necessarily an analytic surface .
持续的 和 积极的 是 一定 一个 分析 表面 .

另一方面，高斯曲率恒定且为正的任何曲面都可能是解析曲面。

[ænd; ənd][wi:; wi] [nəʊ] [ðæt] [ðə; ði] ['sɜ:rfɪs] [ɒv; əv] ['pɒzətɪv] ['kɒnstənt] ['kɜ:vətʃə(r)] [ɑ:(r); ə(r)][məʊst]
And we know that the surfaces of positive constant curvature are most
和 我们 知道 那 这 表面 的 积极的 持续的 曲率 是 最多
['kləʊsli] [rɪ'leɪtɪd] [tu:; tə] [ðɪs] ['regjələ(r)][ˌveəri'eɪʃ(ə)n] ['prɒbləm] :
closely related to this regular variation problem :
密切 有关的 到 这 常规的 变化 问题 :

我们知道，正常曲率曲面与这个正则变分问题关系最为密切:

[tu:; tə] [pɑ:s] [θru:] [ə; eɪ] [kləʊzd] [kɜ:v] [ɪn] [speɪs] [ə; eɪ] ['sɜ:fɪs] [ɒv; əv]['mɪnɪm(ə)l]['eəriə] [wɪtʃ] [ʃæl; ʃəl]
To pass through a closed curve in space a surface of minimal area which shall
到 经过 通过 一个 关闭 曲线 在 空间 一个 表面 的 最低限度 区域 哪个 将
[ɪn'kləʊz] ,
inclose ,
附寄 ,

穿过空间中的闭合曲线，得到一个面积最小的曲面，该曲面所包围的面积为:

[ɪn] [kə'nekʃn] [wɪð] [ə; eɪ] [fɪkst] ['sɜ:fɪs] [θru:] [ðə; ði] [seɪm] [kləʊzd] [kɜ:v] , [ə; eɪ]['vɒlju:m] [ɒv; əv]
in connection with a fixed surface through the same closed curve , a volume of
在 联系 和 一个 固定的 表面 通过 这 相同的 关闭 曲线 , 一个 体积 的
['gɪv(ə)n]['mægnɪtju:d] . [-]
given magnitude . [47]
给定 震级 . [-]

与同一闭合曲线上的固定曲面相连，具有给定大小的体积。[47]

[dʒɜ:(r)] . [di:] [lɪkoʊl] [pɒlɪ'tek] . , - . - .
Jour . de l'Ecole Polytech . , 1890 . 20 .
一天 . 德 学校 理工学院 . , - . - .

日记。巴黎综合理工学院，1890.20。

[ðə; ði]['dʒen(ə)rəl] ['prɒbləm] [ɒv; əv] ['baʊndri] [vælvz] .
THE GENERAL PROBLEM OF BOUNDARY VALVES .
这 一般的 问题 的 边界 阀门 .

边界阀的一般问题。

[æn; ən][ɪm'pɔ:t(ə)nt]['prɒbləm] ['kləʊsli] [kə'nektɪd] [wɪð] [ðə; ði] ['fɔ:gəʊɪŋ] [ɪz][ðə; ði]['kwestʃən] [kən'sɜ:nɪŋ]
An important problem closely connected with the foregoing is the question concerning
一个 重要的 问题 密切 连接 和 这 前文 是 这 问题 有关
[ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ɒv; əv] [sə'lʊʃən] [ɒv; əv]['pɑ:ʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] [wen] [ðə; ði]['vælju:z][ɒn][ðə; ði]
the existence of solutions of partial differential equations when the values on the
这 存在 的 解决方案 的 部分的 微分 方程式 什么时候 这 值 在 这
['baʊndri] [ɒv; əv][ðə; ði]['ri:dʒən][ɑ:(r); ə(r)] [prɪ'skraɪbd] .
boundary of the region are prescribed .
边界 的 这 地区 是 规定 .

与上述问题密切相关的一个重要问题是，当区域边界上的值给定时，偏微分方程解的存在性问题。

[ðɪs] ['prɒbləm][ɪz] [spɒlvd] [ɪn][ðə; ði][meɪn][baɪ][ðə; ði] [ki:n] ['meθədz] [ɒv; əv][eɪtʃ] . [ə; eɪ] . [ʃwa:z] ,
This problem is solved in the main by the keen methods of H . A . Schwarz ,
这 问题 是 已解决 在 这 主要的 经过 这 敏锐的 方法 的 H . 一个 . 施瓦茨 ,

这个问题主要由H.A. Schwarz的巧妙方法解决。

[siː] . ['nuːmən] , [ænd; ənd][ˌpwɑːŋ'kɑːrˌeɪ][fɔː(r); fə(r)][ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði] [pə'tenʃ(ə)l]

C	.	Neumann	,	and	Poincaré	for	the	differential	equation	of	the	potential
C	.	诺伊曼	,	和	庞加莱	为了	这	微分	方程	的	这	潜在的

.

:

.

C. Neumann 和 Poincaré 给出了势的微分方程。

[ðiːz] ['meθədz] , [haʊ'evə(r)] ,

These	methods	,	however	,
这些	方法	,	然而	,

然而，这些方法

[siːm] [tuː; tə][biː; bi]['dʒen(ə)rəli][nɒt]['keɪpəb(ə)l][ɒv; əv][də'rekt][ɪk'stenʃ(ə)n][tuː; tə][ðə; ði] [keɪs] [weə(r)] [ə'lɒŋ]

seem	to	be	generally	not	capable	of	direct	extension	to	the	case	where	along
似乎	到	是	一般来说	不是	有能力的	的	直接的	扩大	到	这	案件	在哪里	沿着

[ðə; ði] ['baʊndri] [ðeə(r)][ɑː(r); ə(r)] [prɪ'skraɪbd] ['aɪðə(r)][ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [kəʊɪ'fɪʃənts] [ɔː(r)] ['eni]

the	boundary	there	are	prescribed	either	the	differential	coefficients	or	any
这	边界	那里	是	规定	任何一个	这	微分	系数	或者	任何

[rɪ'leɪʃ(ə)nz] [bɪ'twiːn] [ðiːz] [ænd; ənd][ðə; ði]['væljuːz][ɒv; əv][ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n] .

relations	between	these	and	the	values	of	the	function	.
关系	之间	这些	和	这	值	的	这	功能	.

似乎通常无法直接扩展到边界上规定了微分系数或这些系数与函数值之间的任何关系的情况。

[nɔː(r)][kæn; kən] [ðeɪ] [biː; bi] [ɪk'stendɪd] [ɪ'miːdiətli] [tuː; tə][ðə; ði] [keɪs] [weə(r)] [ðə; ði][ɪn'kwaɪəri][ɪz][nɒt]

Nor	can	they	be	extended	immediately	to	the	case	where	the	inquiry	is	not
也不	能	他们	是	扩展	立即地	到	这	案件	在哪里	这	询问	是	不是

[fɔː(r); fə(r)] [pə'tenʃ(ə)l] ['sɜːrfɪs] [bʌt; bət] ,

for	potential	surfaces	but	,
为了	潜在的	表面	但	,

它们也不能立即推广到以下情况：调查并非针对潜在的表面，而是针对……

[seɪ] , [fɔː(r); fə(r)] ['sɜːrfɪs] [ɒv; əv] [liːst] ['eəriə] , [ɔː(r)] ['sɜːrfɪs] [ɒv; əv] ['kɒnstənt] ['pɒzətɪv] ['gaʊsɪən]

say	,	for	surfaces	of	least	area	,	or	surfaces	of	constant	positive	gaussian
说	,	为了	表面	的	至少	区域	,	或者	表面	的	持续的	积极的	高斯

['kɜːvətʃə(r)] ,

curvature	,
曲率	,

例如，对于面积最小的曲面，或者具有恒定正高斯曲率的曲面，

[wɪtʃ] [ɑː(r); ə(r)][tuː; tə] [pɑːs] [θruː] [ə; eɪ] [prɪ'skraɪbd] ['twɪstɪd] [kɜːv] [ɔː(r)][tuː; tə] [stretʃ] ['əʊvə(r)][ə; eɪ]

which	are	to	pass	through	a	prescribed	twisted	curve	or	to	stretch	over	a
哪个	是	到	经过	通过	一个	规定	扭曲	曲线	或者	到	拉紧	超过	一个

['gɪv(ə)n] [rɪŋ] ['sɜːfɪs] .

given	ring	surface	.
给定	戒指	表面	.

它们是要经过规定的扭曲曲线或拉伸到给定的环形表面上。

[ˌaɪ 'tiː][ɪz][maɪ] [kən'vɪkʃn] [ðæt] [ˌaɪ 'tiː] [wɪl] [biː; bi]['pɒsəb(ə)l][tuː; tə] [pruːv] [ðiːz] [ɪg'zɪstəns] ['θiːərəmz] [baɪ]

It	is	my	conviction	that	it	will	be	possible	to	prove	these	existence	theorems	by
它	是	我的	定罪	那	它	将要	是	可能的	到	证明	这些	存在	定理	经过

[miːnz] [ɒv; əv][ə; eɪ]['dʒen(ə)rəl]['prɪnsəp(ə)l] [huːz] ['neɪtʃə(r)][ɪz]['ɪndəˌkeɪtɪd][baɪ] [dɪrɪtʃləts] ['prɪnsəp(ə)l] .

means	of	a	general	principle	whose	nature	is	indicated	by	Dirichlet's	principle	.
方法	的	一个	一般的	原则	谁	自然	是	表明的	经过	狄利克雷的	原则	.

我坚信，通过狄利克雷原理所揭示的一般原理，可以证明这些存在性定理。

[ðɪs] ['dʒen(ə)rəl]['prɪnsəp(ə)l] [wɪl] [ðen] [pə'hæps] [ɪ'neɪb(ə)l][ˌjuː 'es][tuː; tə] [ə'prəʊtʃ] [ðə; ði] ['kwestʃən] :

This	general	principle	will	then	perhaps	enable	us	to	approach	the	question	:
这	一般的	原则	将要	然后	也许	使能够	我们	到	方法	这	问题	:

这一普遍原则或许能够帮助我们探讨以下问题：

[hæz; həz] [nɒt] ['evri] ['regjələ(r)] [ˌveəri'eɪʃ(ə)n] ['prɒbləm] [ə; eɪ] [sə'luːʃ(ə)n] ,

Has	not	every	regular	variation	problem	a	solution	,
有	不是	每一个	常规的	变化	问题	一个	解决方案	,

难道每个常规变化的问题都有解决办法吗?

[prə'vaɪdɪd] ['sɜːt(ə)n] [ə'sʌmpʃən] [rɪ'gɑːdɪŋ] [ðə; ði] ['gɪv(ə)n] ['baʊndri] [kən'dɪʃ(ə)nz] [ɑː(r); ə(r)] ['sætɪsfaɪd] (

provided	certain	assumptions	regarding	the	given	boundary	conditions	are	satisfied	(
假如	肯定	假设	关于	这	给定	边界	状况	是	使满意	(

[seɪ] [ðæt] [ðə; ði] ['fʌnkʃ(ə)nz] [kən'sɜːnd] [ɪn] [ðiːz] ['baʊndri] [kən'dɪʃ(ə)nz] [ɑː(r); ə(r)] [kən'tɪnjuəs] [ænd; ənd]

say	that	the	functions	concerned	in	these	boundary	conditions	are	continuous	and
说	那	这	函数	担心的	在	这些	边界	状况	是	连续的	和

[hæv; həv] [ɪn] ['sekʃənz] [wʌn] [ɔː(r)] [mɔː(r)] [dɪ'rɪvətɪvz]) ,

have	in	sections	one	or	more	derivatives	)	,
有	在	部分	一	或者	更多的	衍生物	)	,

前提是满足关于给定边界条件的某些假设（例如，这些边界条件中涉及的函数是连续的，并且在各个截面中具有一个或多个导数），

[ænd; ənd] [prə'vaɪdɪd] ['ɔːlsəʊ] [ɪf] [niːd] [biː; bi] [ðæt] [ðə; ði] ['nəʊʃ(ə)n] [ɒv; əv] [ə; eɪ] [sə'luːʃ(ə)n] [ʃæl; ʃəl] [biː; bi]

and	provided	also	if	need	be	that	the	notion	of	a	solution	shall	be
和	假如	还	如果	需要	是	那	这	概念	的	一个	解决方案	将	是

['suːtəbli; 'sjuːtəbli] [ɪk'stendɪd] ? [-] [-]

suitably	extended	?	[	48	]	[	48	]
适当地	扩展	?	[	-	]	[	-	]

并且，如有必要，解决方案的概念是否也应适当扩展？[48][48]

[ˌsiː 'ef] .

Cf	.
cf	.

参见。

[maɪ] ['lektʃə(r)] [ɒn] [dɪrɪtʃləts] ['prɪnsəp(ə)l] [ɪn] [ðə; ði] - .

my	lecture	on	Dirichlet's	principle	in	the	Jahresber	.
我的	演讲	在	狄利克雷的	原则	在	这	-	.

我在 Jahresber 上讲授狄利克雷原理。

[diː] . ['dɔɪtʃən] [mæθ] . - [fɛə'aɪnɪgʊŋ] , [vɒl] . [eit] (-) , [piː] . - . - .

d	.	Deutschen	Math	.	-	Vereinigung	,	vol	.	8	(	1900	)	,	p	.	184	.	21	.
d	.	德语	数学	.	-	协会	,	卷	.	8	(	-	)	,	p	.	-	.	-	.

d.德国数学-Vereinigung，卷。8（1900），第 17 页。184.21。

©叶兴阳双语音标有声读物.本网站点所有英文书籍内容均来自公共领域资源。

经叶兴阳老师独家注音、翻译与重新排版，享有完整版权。未经授权禁止转载或商用。

数学问题(Mathematical Problems)
第3/3页

[pru:f] [ɒv; əv][ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ɒv; əv] ['lɪniə(r)] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] ['hævɪŋ] [ə; eɪ]
PROOF OF THE EXISTENCE OF LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS HAVING A
证明 的 这 存在 的 线性 微分 方程式 拥有 一个
[prɪ'skraɪbd] [mɒnɒd'rəʊmɪk] [gru:p] .
PRESCRIBED MONODROMIC GROUP .
规定 单向 团体 .

证明具有指定单值群的线性微分方程的存在性。

[ɪn][ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv]['lɪniə(r)] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] [wɪð] [wʌn] [ˌɪndɪ'pendənt] ['veərɪəb(ə)l] ,
In the theory of linear differential equations with one independent variable ,
在 这 理论 的 线性 微分 方程式 和 一 独立的 多变的 ,

在具有一个自变量的线性微分方程理论中，

[aɪ] [wɪʃ] [tu:; tə] ['ɪndɪkeɪt] [æn; ən][ɪm'pɔ:t(ə)nt] ['prɒbləm] ,
I wish to indicate an important problem ,
我 希望 到 表明 一个 重要的 问题 ,

我想指出一个重要问题，

[wʌn] [wɪtʃ] ['veri] ['laɪkli] ['rimɑn] [hɪm'self] [meɪ] [hæv; həv][hæd; həd][ɪn][maɪnd] .
one which very likely Riemann himself may have had in mind .
一 哪个 非常 可能 黎曼 他自己 可能 有 有 在 头脑 .

这很可能正是黎曼本人所设想的。

[ðɪs] ['prɒbləm] [ɪz][æz; əz] [f'ɒləʊz] :
This problem is as follows :
这 问题 是 作为 跟随 :

问题如下：

[tu:; tə] [ʃəʊ] [ðæt] [ðeə(r)] ['ɔ:lweɪz] [ɪg'zɪsts][ə; eɪ]['lɪniə(r)] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði] ['fju:ʃən]
To show that there always exists a linear differential equation of the Fuchsian
到 展示 那 那里 总是 存在 一个 线性 微分 方程 的 这 紫红色
[klɑ:s] ,
class ,
班级 ,

为了证明总存在一个 Fuchsian 类的线性微分方程，

[wɪð] ['gɪv(ə)n]['sɪŋgjələ(r)] [pɔɪnts] [ænd; ənd]
with given singular points and
和 给定 单数 积分 和

具有给定的奇异点和

[[ˌpi: 'dʒi:] -]
[Pg 35]
[页 -]

[第35页]

[mɒnɒd'rəʊmɪk] [gru:p] .
monodromic group .
单向 团体 .

单向群。

[ðə; ði] ['prɒbləm] [rɪ'kwaɪəz] [ðə; ði] [prə'dʌkʃ(ə)n] [ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv][ðə; ði]['veərɪəb(ə)l] ,
The problem requires the production of functions of the variable ,
这 问题 需要 这 生产 的 函数 的 这 多变的 ,

该问题需要生成变量的函数，

['regjələ(r)] [θru:'aʊt] [ðə; ði]['kɒmpleks] [pleɪn] [ɪk'sept] [æt; ət][ðə; ði]['gɪv(ə)n]['sɪŋgjələ(r)] [pɔɪnts] ;

regular	throughout	the	complex	plane	except	at	the	given	singular	points	;
常规的	自始至终	这	复杂的	飞机	除了	在	这	给定	单数	积分	;

除了给定的奇点外，在整个复平面上都是正则的；

[æt; ət] [ði:z] [pɔɪnts] [ðə; ði] ['fʌnkʃ(ə)nz] [meɪ] [bɪ'kʌm] ['ɪnfɪnət] [ɒv; əv]['əʊnli]['faɪnaɪt]['ɔ:də(r)] ,

at	these	points	the	functions	may	become	infinite	of	only	finite	order	,
在	这些	积分	这	函数	可能	变得	无限	的	仅有的	有限	命令	,

在这些点上，函数可能变为无穷大函数，但阶数只有有限值。

[ænd; ənd] [wen] [dɪ'skraɪbz] ['sɜ:kɪts] [ə'baʊt] [ði:z] [pɔɪnts] [ðə; ði] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ʃæl; ʃəl][ˌʌndə'gəʊ][ðə; ði]

and	when	describes	circuits	about	these	points	the	functions	shall	undergo	the
和	什么时候	描述	电路	关于	这些	积分	这	函数	将	经历	这

[prɪ'skraɪbd] ['lɪniə(r)] [ˌsʌbsti'tju:ʃənz] .

prescribed	linear	substitutions	.
规定	线性	替换	.

当描述围绕这些点的电路时，函数应进行规定的线性替换。

[ðə; ði] [ɪg'zɪstəns] [ɒv; əv] [sʌtʃ] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] [hæz; həz] [bi:n] [ʃəʊn] [tu:; tə][bi:; bi]['prɒbəb(ə)l]

The	existence	of	such	differential	equations	has	been	shown	to	be	probable
这	存在	的	这样的	微分	方程式	有	到过	所示	到	是	可能

[baɪ] ['kaʊntɪŋ] [ðə; ði] ['kɔnstənts] ,

by	counting	the	constants	,
经过	计数	这	常数	,

通过计算常数，已经证明了这类微分方程存在的可能性。

[bʌt; bət][ðə; ði] ['rɪgərəs] [pru:f] [hæz; həz] [bi:n] [əb'teɪnd] [ʌp][tu:; tə] [ðɪs] [taɪm]['əʊnli][ɪn][ðə; ði][pə'tɪkjələ(r)]

but	the	rigorous	proof	has	been	obtained	up	to	this	time	only	in	the	particular
但	这	严格的	证明	有	到过	获得	向上	到	这	时间	仅有的	在	这	特别的

[keɪs] [weə(r)] [ðə; ði][ˌfʌndə'ment(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] [ɒv; əv][ðə; ði]['gɪv(ə)n] [ˌsʌbsti'tju:ʃənz] [hæv; həv] [ru:ts] [ɔ:l]

case	where	the	fundamental	equations	of	the	given	substitutions	have	roots	all
案件	在哪里	这	基本的	方程式	的	这	给定	替换	有	根	全部

[ɒv; əv] ['æbsəlu:t] ['mægnɪtju:d]['ju:nəti] .

of	absolute	magnitude	unity	.
的	绝对	震级	统一	.

但到目前为止，只有在给定的替换的基本方程的根的绝对值均为 1 的情况下，才获得了严格的证明。

[el] . ['ʃlɛsɪŋər] [hæz; həz]['gɪv(ə)n] [ðɪs] [pru:f] , [-] [beɪst] [ə'pɒn] - ['θɪəri] [ɒv; əv][ðə; ði]

L	.	Schlesinger	has	given	this	proof	,	[	49	]	based	upon	Poincaré's	theory	of	the
L	.	施莱辛格	有	给定	这	证明	,	[	-	]	基于	之上	-	理论	的	这

['fju:ʃən] - ['fʌnkʃ(ə)nz] .

Fuchsian	-	functions	.
紫红色	-	函数	.

L. Schlesinger 给出了这个证明，[49] 基于庞加莱的 Fuchsian 函数理论。

[ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv]['lɪniə(r)] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] [wʊd] ['evɪdəntli] [hæv; həv][ə; eɪ][mɔ:(r)] ['fɪnɪʃt]

The	theory	of	linear	differential	equations	would	evidently	have	a	more	finished
这	理论	的	线性	微分	方程式	会	显然	有	一个	更多的	完成的

[ə'pɪərəns] [ɪf] [ðə; ði] ['prɒbləm] [hɪə(r)] [sketʃ] [kʊd; kəd][bi:; bi] [dɪ'spəʊzd] [ɒv; əv][baɪ][sʌm; səm]

appearance	if	the	problem	here	sketched	could	be	disposed	of	by	some
外貌	如果	这	问题	这里	草图	可以	是	处置	的	经过	一些

['pɜ:fɪktli] ['dʒen(ə)rəl] ['meθəd] . [-]

perfectly	general	method	.	[	49	]
完美	一般的	方法	.	[	-	]

如果这里概述的问题能够通过某种完全一般的方法来解决，那么线性微分方程理论显然会显得更加完善。[49]

['hɑ:nt,bʊk] [dɜ:r] [ˌteɪə'ri:] [dɜ:r] - - , [vɒl] .

Handbuch	der	Theorie	der	linearen	Differentialgleichungen	,	vol	.
手册	德尔	理论	德尔	-	-	,	卷	.

线性微分理论手册，卷。

[ˌtuːˈtuː] , [pɑːt] [ˌtuːˈtuː] , [nəʊ] . - . - .

2	,	part	2	,	No	.	366	.	22	.
2	,	部分	2	,	不	.	-	.	-	.

2，第 2 部分，第 366.22 号。

- [ɒv; əv] [ˌænəˈlɪtɪk] [-] [baɪ] [miːnz] [ɒv; əv] [ˌɔːtəʊˈmɔːfɪk] [ˈfʌnkʃ(ə)nz] .

UNIFORMIZATIOM	OF	ANALYTIC	RELATION'S	BY	MEANS	OF	AUTOMORPHIC	FUNCTIONS	.
-	的	分析	关系	经过	方法	的	自守	函数	.

利用自异构函数对解析关系进行统一化。

[æz; əz] [ˌpwɑːŋˈkɑːrˌeɪ] [wɒz; wəz] [ðə; ði] [fɜːst] [tuː; tə] [pruːv] ,

As	Poincaré	was	the	first	to	prove	,
作为	庞加莱	曾是	这	第一的	到	证明	,

正如庞加莱最先证明的那样，

[ˌaɪ ˈtiː] [ɪz] [ˈɔːlweɪz] [ˈpɒsəb(ə)l] [tuː; tə] [rɪˈdjuːs] [ˈeni] [ˌældʒɪˈbreɪɪk] [rɪˈleɪʃ(ə)n] [bɪˈtwiːn] [tuː] [ˈverɪəbl] [tuː; tə]

it	is	always	possible	to	reduce	any	algebraic	relation	between	two	variables	to
它	是	总是	可能的	到	减少	任何	代数	关系	之间	二	变量	到

[ˌjuːnɪˈfɔːməti] [baɪ] [ðə; ði] [juːz] [ɒv; əv] [ˌɔːtəʊˈmɔːfɪk] [ˈfʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv] [wʌn] [ˈveərɪəb(ə)l] .

uniformity	by	the	use	of	automorphic	functions	of	one	variable	.
均匀性	经过	这	使用	的	自守	函数	的	一	多变的	.

总是可以通过使用一个变量的自守函数，将两个变量之间的任何代数关系简化为统一关系。

[ðæt] [ɪz] , [ɪf] [ˈeni] [ˌældʒɪˈbreɪɪk] [ɪˈkweɪʒ(ə)n] [ɪn] [tuː] [ˈverɪəbl] [biː; bi] [ˈgɪv(ə)n] ,

That	is	,	if	any	algebraic	equation	in	two	variables	be	given	,
那	是	,	如果	任何	代数	方程	在	二	变量	是	给定	,

也就是说，如果给定一个二元一次方程，

[ðeə(r)] [kæn; kən] [ˈɔːlweɪz] [biː; bi] [faʊnd] [fɔː(r); fə(r)] [ðiːz] [ˈverɪəbl] [tuː] [sʌtʃ] [ˈsɪŋg(ə)l] [ˈvæljuːd]

there	can	always	be	found	for	these	variables	two	such	single	valued
那里	能	总是	是	成立	为了	这些	变量	二	这样的	单身的	有价值的

[ˌɔːtəʊˈmɔːfɪk] [ˈfʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv] [ə; eɪ] [ˈsɪŋg(ə)l] [ˈveərɪəb(ə)l] [ðæt] [ðeə(r)] [ˌsʌbstɪˈtjuːʃ(ə)n] [ˈrendəz] [ðə; ði]

automorphic	functions	of	a	single	variable	that	their	substitution	renders	the
自守	函数	的	一个	单身的	多变的	那	他们的	替代	渲染	这

[ˈgɪv(ə)n] [ˌældʒɪˈbreɪɪk] [ɪˈkweɪʒ(ə)n] [æn; ən] [aɪˈdentətɪ] .

given	algebraic	equation	an	identity	.
给定	代数	方程	一个	身份	.

对于这些变量，总能找到两个这样的单变量单值自守函数，它们的替换使得给定的代数方程成为恒等式。

[ðə; ði] [ˌdʒen(ə)rəlaɪˈzeɪʃ(ə)n] [ɒv; əv] [ðɪs] [ˌfʌndəˈment(ə)l] [ˈθɪərəm] [tuː; tə] [ˈeni] [ˌænəˈlɪtɪk] [nɒn] - [ˌældʒɪˈbreɪɪk]

The	generalization	of	this	fundamental	theorem	to	any	analytic	non	-	algebraic
这	概括	的	这	基本的	定理	到	任何	分析	非	-	代数

[rɪˈleɪʃ(ə)nz] [wɒtˈevə(r)] [bɪˈtwiːn] [tuː] [ˈverɪəbl] [hæz; həz] [ˈlaɪkwaɪz] [biːn] [əˈtemptɪd] [wɪð] [sək'ses] [baɪ]

relations	whatever	between	two	variables	has	likewise	been	attempted	with	success	by
关系	任何	之间	二	变量	有	同样地	到过	尝试过	和	成功	经过

[ˌpwɑːŋˈkɑːrˌeɪ] ,

Poincaré	,
庞加莱	,

庞加莱也成功地尝试将这一基本定理推广到两个变量之间的任何解析非代数关系。

[-] [ðəʊ] [baɪ] [ə; eɪ] [weɪ] [ɪnˈtaɪəli] [ˈdɪfrənt] [frɒm; frəm] [ðæt] [wɪtʃ] [sɜːvd] [hɪm] [ɪn] [ðə; ði] ['speʃ(ə)l]

[	50	]	though	by	a	way	entirely	different	from	that	which	served	him	in	the	special
[	-	]	尽管	经过	一个	方式	完全	不同的	从	那	哪个	服务	他	在	这	特别的

['prɒbləm] [fɜːst] ['menʃ(ə)nd] .

problem	first	mentioned	.
问题	第一的	提及	.

[50] 虽然方式与他解决前面提到的特殊问题的方式完全不同。

[frɒm; frəm] - [pruːf] [ɒv; əv][ðə; ði] [ˌpɒsə'bɪlətɪ] [ɒv; əv] [rɪ'dʊsɪŋ] [tuː; tə][ˌjuːnɪ'fɔːmətɪ][æn; ən]

From	Poincaré's	proof	of	the	possibility	of	reducing	to	uniformity	an
从	-	证明	的	这	可能性	的	减少	到	均匀性	一个

['ɑːbɪtrərɪ] [ˌænə'lɪtɪk][rɪ'leɪʃ(ə)n] [bɪ'twiːn] [tuː] ['verɪəbl] ,

arbitrary	analytic	relation	between	two	variables	,
随意的	分析	关系	之间	二	变量	,

从庞加莱证明可以将两个变量之间的任意解析关系简化为统一关系开始，

[haʊ'evə(r)] ,

however	,
然而	,

然而，

[ˌaɪ 'tiː] [dʌz] [nɒt] [bɪ'kʌm] [ə'pærənt] ['weðə(r)] [ðə; ði] [rɪ'zɒlvɪŋ] ['fʌnkʃ(ə)nz] [kæn; kən][biː; bi] [dɪ'tɜːmɪnd]

it	does	not	become	apparent	whether	the	resolving	functions	can	be	determined
它	做	不是	变得	明显	无论	这	解决	函数	能	是	决定

[tuː; tə] [miːt] ['sɜːt(ə)n] [ə'dɪʃən(ə)l] [kən'dɪʃ(ə)nz] .

to	meet	certain	additional	conditions	.
到	见面	肯定	额外的	状况	.

尚不清楚能否确定解析函数是否满足某些附加条件。

['neɪmlɪ] ,

Namely	,
即	,

具体而言，

[ˌaɪ 'tiː][ɪz][nɒt] [ʃəʊn] ['weðə(r)] [ðə; ði] [tuː] ['sɪŋg(ə)l]['vælјuːd] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv][ðə; ði][wʌn] [njuː] ['veərɪəb(ə)l]

it	is	not	shown	whether	the	two	single	valued	functions	of	the	one	new	variable
它	是	不是	所示	无论	这	二	单身的	有价值的	函数	的	这	一	新的	多变的

[kæn; kən][biː; bi][səʊ] ['tʃəʊzn] [ðæt] ,

can	be	so	chosen	that	,
能	是	所以	选定	那	,

文中并未说明是否可以选择两个关于同一新变量的单值函数，使得

[waɪl] [ðɪs] ['veərɪəb(ə)l] ['trævəsɪz] [ðə; ði]['regjələ(r)] [də'meɪn] [ɒv; əv] [ðəʊz] ['fʌnkʃ(ə)nz] ,

while	this	variable	traverses	the	regular	domain	of	those	functions	,
尽管	这	多变的	横穿	这	常规的	领域	的	那些	函数	,

当该变量遍历这些函数的常规定义域时，

[ðə; ði][təʊ'tælətɪ][ɒv; əv][ɔːl]['regjələ(r)] [pɔɪnts] [ɒv; əv][ðə; ði]['gɪv(ə)n][ˌænə'lɪtɪk] [fiːld] [ɑː(r); ə(r)] ['æktʃuəlɪ]

the	totality	of	all	regular	points	of	the	given	analytic	field	are	actually
这	总和	的	全部	常规的	积分	的	这	给定	分析	场地	是	实际上

[riːtʃt] [ænd; ənd] [ˌreprɪ'zentɪd] .

reached	and	represented	.
达到	和	代表	.

给定解析场的所有正则点实际上都被到达并表示出来。

[ɒn][ðə; ði] ['kɒntrərɪ] [ˌaɪ 'tiː] [siːm] [tuː; tə][biː; bi][ðə; ði] [keɪs] , [frɒm; frəm] -

On	the	contrary	it	seems	to	be	the	case	,	from	Poincaré's
在	这	相反	它	似乎	到	是	这	案件	,	从	-

相反，从庞加莱的著作来看，情况似乎恰恰相反。

[[ˌpiː 'dʒiː] -]

[	Pg	36	]
[	页	-	]

[第36页]

[ɪnˌvestə'geɪʃən] , [ðæt] [ðeə(r)][ɑː(r); ə(r)] [bɪ'saɪd] [ðə; ði] [brɑːntʃ] [pɔɪnts] ['sɜːt(ə)n] ['ʌðə(r)z] ,

investigations	,	that	there	are	beside	the	branch	points	certain	others	,
调查	,	那	那里	是	旁	这	分支	积分	肯定	其他的	,

调查显示，除了分支点之外，还有其他一些分支点。

[ɪn]['dʒen(ə)rəl] ['ɪnfɪnətli] ['meni] ['ʌðə(r)] [dɪ'skri:t] [ɪk'sepʃən(ə)l] [pɔɪnts] [ɒv; əv][ðə; ði][ˌænə'lɪtɪk] [fi:ld] ,

in	general	infinitely	many	other	discrete	exceptional	points	of	the	analytic	field	,
在	一般的	无限地	许多	其他	离散的	非凡的	积分	的	这	分析	场地	,

一般来说，解析场中存在无穷多个其他离散的例外点，

[ðæt] [kæn; kən][bi:; bi] [ri:tʃt] ['əʊnli][baɪ] ['meɪkɪŋ] [ðə; ði] [nju:] ['veəriəb(ə)l] [ə'prəʊtʃ] ['sɜ:t(ə)n] ['lɪmɪtɪŋ]

that	can	be	reached	only	by	making	the	new	variable	approach	certain	limiting
那	能	是	达到	仅有的	经过	制作	这	新的	多变的	方法	肯定	限制

[pɔɪnts] [ɒv; əv][ðə; ði] ['fʌnkʃ(ə)nz] .

points	of	the	functions	.
积分	的	这	函数	.

只有通过使新变量接近函数的某些极限点才能达到该结果。

[ɪn] [vju:] [ɒv; əv][ðə; ði][ˌfʌndə'ment(ə)l] [ɪm'pɔ:t(ə)ns] [ɒv; əv] - [ˌfɔ:mju'leɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði] ['kwestʃən]

In	view	of	the	fundamental	importance	of	Poincaré's	formulation	of	the	question
在	看法	的	这	基本的	重要性	的	-	配方	的	这	问题

[ˌaɪ 'ti:] [si:m] [tu:; tə][ˌem 'i:] [ðæt] [æn; ən] [ɪˌlu:sɪ'deɪʃn] [ænd; ənd][ˌrezə'lu:ʃ(ə)n][ɒv; əv] [ðɪs] ['dɪfɪkəlti] [ɪz]

it	seems	to	me	that	an	elucidation	and	resolution	of	this	difficulty	is
它	似乎	到	我	那	一个	阐明	和	解决	的	这	困难	是

[ɪk'stri:mli] [dɪ'zaɪərəb(ə)l] .

extremely	desirable	.
极其	理想	.

鉴于庞加莱对该问题的表述具有根本性的重要性，我认为阐明和解决这一难题是极其必要的。

[ɪn][kən'dʒʌŋkʃ(ə)n] [wɪð] [ðɪs] ['prɒbləm] ['kɒmz] [ʌp][ðə; ði]['prɒbləm][ɒv; əv] [rɪ'dʊsɪŋ] [tu:; tə][ˌju:nɪ'fɔ:məti]

In	conjunction	with	this	problem	comes	up	the	problem	of	reducing	to	uniformity
在	连词	和	这	问题	来	向上	这	问题	的	减少	到	均匀性

[æn; ən][ˌældʒɪ'breɪɪk][ɔ:(r)] ['eni] ['ʌðə(r)][ˌænə'lɪtɪk][rɪ'leɪʃ(ə)n] [ə'mʌŋ] [θri:] [ɔ:(r)][mɔ:(r)]['kɒmpleks] ['verɪəbl]

an	algebraic	or	any	other	analytic	relation	among	three	or	more	complex	variables
一个	代数	或者	任何	其他	分析	关系	之中	三	或者	更多的	复杂的	变量

— [ə; eɪ] ['prɒbləm] [wɪtʃ] [ɪz] [nəʊn] [tu:; tə][bi:; bi] ['sɒlvəbl] [ɪn] ['meni] [pə'tɪkjələ(r)][keɪsɪz] .

—	a	problem	which	is	known	to	be	solvable	in	many	particular	cases	.
—	一个	问题	哪个	是	已知	到	是	可解	在	许多	特别的	案例	.

与此问题相关的，还有将三个或三个以上复杂变量之间的代数关系或任何其他解析关系简化为统一关系的问题——已知在许多特定情况下，这个问题是可以解决的。

[tə'wɔ:d] [ðə; ði][sə'lu:ʃ(ə)n][ɒv; əv] [ðɪs] [ðə; ði]['ri:s(ə)nt] [ɪnˌvestə'geɪʃən] [ɒv; əv]['pɪkɑ:rd][ɒn][ˌældʒɪ'breɪɪk]

Toward	the	solution	of	this	the	recent	investigations	of	Picard	on	algebraic
朝向	这	解决方案	的	这	这	最近的	调查	的	皮卡德	在	代数

['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv] [tu:] ['verɪəbl] [ɑ:(r); ə(r)][tu:; tə][bi:; bi] [rɪ'gɑ:dɪd] [æz; əz] ['welkəm] [ænd; ənd][ɪm'pɔ:t(ə)nt]

functions	of	two	variables	are	to	be	regarded	as	welcome	and	important
函数	的	二	变量	是	到	是	认为	作为	欢迎	和	重要的

[prɪ'lɪmɪnəri] ['stʌdiz] . [-]

preliminary	studies	.	[	50	]
初步的	研究	.	[	-	]

为解决这一问题，Picard 最近对两个变量的代数函数的研究可被视为值得欢迎和重要的初步研究。[50]

[bʊl] . [di:][lɑ:][səʊʃ] .

Bull	.	de	la	Soc	.
公牛	.	德	拉	社会	.

学会公报

[mæθ] .

Math	.
数学	.

数学。

[di:] [frɑ:ns] , [vɒl] . - (-) . - .

de	France	,	vol	.	11	(	1883	)	.	23	.
德	法国	,	卷	.	-	(	-	)	.	-	.

de France，第 11 卷（1883 年）。23。

['fɜːðə(r)] [dɪ'veləpmənt] [ɒv; əv][ðə; ði] ['meθədz] [ɒv; əv][ðə; ði] ['kælkjələs] [ɒv; əv] [ˌverɪ'eʃən] .

FURTHER	DEVELOPMENT	OF	THE	METHODS	OF	THE	CALCULUS	OF	VARIATIONS	.
更远	发展	的	这	方法	的	这	结石	的	变体	.

进一步发展变分法。

[səʊ][fɑː(r)] , [ai][hæv; həv]['dʒen(ə)rəli] ['menʃ(ə)nd] ['prɔːbləmz][æz; əz] ['defɪnət] [ænd; ənd]['speʃ(ə)l][æz; əz]

So	far	,	I	have	generally	mentioned	problems	as	definite	and	special	as
所以	远的	,	我	有	一般来说	提及	问题	作为	定	和	特别的	作为

['pɒsəb(ə)l] ,

possible	,
可能的	,

到目前为止，我通常都尽可能地提出明确且特殊的问题。

[ɪn][ðə; ði][ə'pɪnjən] [ðæt] [ˌaɪ 'tiː][ɪz][dʒʌst] [sʌtʃ] ['defɪnət] [ænd; ənd]['speʃ(ə)l] ['prɔːbləmz] [ðæt] [ə'trækt] [ˌjuː 'es]

in	the	opinion	that	it	is	just	such	definite	and	special	problems	that	attract	us
在	这	观点	那	它	是	只是	这样的	定	和	特别的	问题	那	吸引	我们

[ðə; ði][məʊst][ænd; ənd][frɒm; frəm] [wɪtʃ] [ðə; ði][məʊst] ['lɑːstɪŋ] ['ɪnfluəns] [ɪz]['ɒf(ə)n] [ig'zɔːtid] [ə'pɒn]

the	most	and	from	which	the	most	lasting	influence	is	often	exerted	upon
这	最多	和	从	哪个	这	最多	持久	影响	是	经常	施加	之上

['saɪəns] .

science	.
科学	.

我们认为，正是这些具体而特殊的问题最能吸引我们，也正是这些问题对科学产生了最持久的影响。

[ˌnevəðə'les] , [ai][ʃʊd; ʃəd][laɪk][tuː; tə][kləʊz] [wɪð] [ə; eɪ]['dʒen(ə)rəl]['prɒbləm] ,

Nevertheless	,	I	should	like	to	close	with	a	general	problem	,
尽管如此	,	我	应该	喜欢	到	关闭	和	一个	一般的	问题	,

不过，最后我想提出一个普遍存在的问题。

['neɪmli] [wɪð] [ðə; ði] [ˌɪndɪ'keɪʃn] [ɒv; əv][ə; eɪ] [brɑːntʃ] [ɒv; əv] [ˌmæθə'mætɪks] [rɪ'piːtɪdli] ['menʃ(ə)nd] [ɪn]

namely	with	the	indication	of	a	branch	of	mathematics	repeatedly	mentioned	in
即	和	这	指示	的	一个	分支	的	数学	反复	提及	在

[ðɪs] ['lektʃə(r)] — [wɪtʃ] ,

this	lecture	—	which	,
这	演讲	—	哪个	,

具体而言，指的是本次讲座中反复提到的一个数学分支——即

[ɪn] [spaɪt] [ɒv; əv][ðə; ði][kən'sɪdərəb(ə)l] [əd'vɑːnsmənt] ['leɪtli] ['gɪv(ə)n][ˌaɪ 'tiː][baɪ] ['waɪərˌstrɑːs] ,

in	spite	of	the	considerable	advancement	lately	given	it	by	Weierstrass	,
在	尽管如此	的	这	大量	进步	最近	给定	它	经过	魏尔斯特拉斯	,

尽管魏尔斯特拉斯最近对其进行了相当大的改进，

[dʌz] [nɒt] [rɪ'siːv] [ðə; ði]['dʒen(ə)rəl] [əˌpriːʃi'eɪʃn] [wɪtʃ] , [ɪn][maɪ][ə'pɪnjən] ,

does	not	receive	the	general	appreciation	which	,	in	my	opinion	,
做	不是	收到	这	一般的	欣赏	哪个	,	在	我的	观点	,

在我看来，它并没有得到应有的普遍赞赏。

[ɪz][ɪts] [djuː] — [ai] [miːn] [ðə; ði]['kælkjələs][ɒv; əv] [ˌverɪ'eʃən] . [-]

is	its	due	—	I	mean	the	calculus	of	variations	.	[	51	]
是	它是到期的		—	我	意思是	这	结石	的	变体	.	[	-	]

是它应得的——我是指变分法。[51]

[ðə; ði] [læk] [ɒv; əv] ['ɪntrəst] [ɪn] [ðɪs] [ɪz] [pə'hæps] [djuː] [ɪn] [pɑːt] [tuː; tə][ðə; ði] [niːd] [ɒv; əv][rɪ'laɪəb(ə)l]

The	lack	of	interest	in	this	is	perhaps	due	in	part	to	the	need	of	reliable
这	缺少	的	兴趣	在	这	是	也许	到期的	在	部分	到	这	需要	的	可靠的

['mɒd(ə)n][tekst] [bʊks] .

modern	text	books	.
现代的	文本	图书	.

人们对此缺乏兴趣，部分原因可能是需要可靠的现代教科书。

[səʊ] [mʌtʃ] [ðə; ði][mɔ:(r)] ['preɪzwɜ:ði] [ɪz][ˌaɪ 'ti:] [ðæt] [ə; eɪ] . - [ɪn][ə; eɪ] ['veri] ['ri:s(ə)ntli] ['pʌblɪʃt]

So	much	the	more	praiseworthy	is	it	that	A	.	Kneser	in	a	very	recently	published
所以	很多	这	更多的	值得称赞	是	它	那	一个	.	-	在	一个	非常	最近	已发布

[wɜ:k] [hæz; həz] ['tri:tɪd] [ðə; ði]['kælkjələs][ɒv; əv] [ˌverɪ'eʃən] [frɒm; frəm][ðə; ði]['mɒd(ə)n] [pɔɪnts] [ɒv; əv]

work	has	treated	the	calculus	of	variations	from	the	modern	points	of
工作	有	治疗	这	结石	的	变体	从	这	现代的	积分	的

[vju:] [ænd; ənd] [wɪð] [rɪ'gɑ:d] [tu:; tə][ðə; ði]['mɒd(ə)n][dɪ'mɑ:nd][fɔ:(r); fə(r)]['rɪgə(r)] . [-]

view	and	with	regard	to	the	modern	demand	for	rigor	.	[	52	]
看法	和	和	看待	到	这	现代的	要求	为了	严格	.	[	-	]

因此，A. Kneser 在最近出版的一部著作中，从现代的角度和对严谨性的现代要求处理了变分法，这更值得称赞。[52]

[ðə; ði]['kælkjələs][ɒv; əv] [ˌverɪ'eʃən] [ɪz] , [ɪn][ðə; ði]['waɪdɪst] [sens] , [ðə; ði] ['θɪəri] [ɒv; əv][ðə; ði][ˌveəri'eɪʃ(ə)n]

The	calculus	of	variations	is	,	in	the	widest	sense	,	the	theory	of	the	variation
这	结石	的	变体	是	,	在	这	最宽	感觉	,	这	理论	的	这	变化

[ɒv; əv] ['fʌnkʃ(ə)nz] ,

of	functions	,
的	函数	,

从最广义的意义上讲，变分法是研究函数变分的理论。

[ænd; ənd][æz; əz] [sʌtʃ] [ə'pɪəz] [æz; əz][ə; eɪ] ['nesəsəri] [ɪk'stenʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ænd; ənd]

and	as	such	appears	as	a	necessary	extension	of	the	differential	and
和	作为	这样的	出现	作为	一个	必要的	扩大	的	这	微分	和

['ɪntɪgrəl] ['kælkjələs] .

integral	calculus	.
不可缺少的	结石	.

因此，它似乎是微积分的必要延伸。

[ɪn] [ðɪs] [sens] , -

In	this	sense	,	Poincaré's
在	这	感觉	,	-

从这个意义上讲，庞加莱的

[[ˌpi: 'dʒi:] -]

[	Pg	37	]
[	页	-	]

[第37页]

[ɪnˌvestə'geɪʃən] [ɒn][ðə; ði]['prɒbləm][ɒv; əv] [θri:] ['bɒdɪz] , [fɔ:(r); fə(r)][ɪg'zɑ:mp(ə)l] , [fɔ:m] [ə; eɪ]['tʃæptə(r)]

investigations	on	the	problem	of	three	bodies	,	for	example	,	form	a	chapter
调查	在	这	问题	的	三	身体	,	为了	例子	,	形式	一个	章

[ɪn][ðə; ði]['kælkjələs][ɒv; əv] [ˌverɪ'eʃən] ,

in	the	calculus	of	variations	,
在	这	结石	的	变体	,

例如，对三个物体问题的研究构成了变分法的一个章节。

[ɪn][səʊ][fɑ:(r)][æz; əz][ˌpwɑ:ŋ'kɑ:rˌeɪ] [dɪ'raɪvz] [frɒm; frəm] [nəʊn] ['ɔ:bits] [baɪ][ðə; ði]['prɪnsəp(ə)l][ɒv; əv]

in	so	far	as	Poincaré	derives	from	known	orbits	by	the	principle	of
在	所以	远的	作为	庞加莱	衍生	从	已知	轨道	经过	这	原则	的

[ˌveəri'eɪʃ(ə)n] [nju:] ['ɔ:bits] [ɒv; əv]['sɪmələ(r)]['kærəktə(r)] .

variation	new	orbits	of	similar	character	.
变化	新的	轨道	的	相似的	特点	.

庞加莱利用变分原理从已知的轨道推导出性质相似的新轨道。

[aɪ][ˌeɪ di: 'di:][hɪə(r)][ə; eɪ] [ʃɔ:t] [ˌdʒʌstɪfɪ'keɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði]['dʒen(ə)rəl][rɪ'mɑ:rks][ə'pɒn][ðə; ði]['kælkjələs]

I	add	here	a	short	justification	of	the	general	remarks	upon	the	calculus
我	添加	这里	一个	短的	理由	的	这	一般的	评论	之上	这	结石

[ɒv; əv] [ˌverɪ'eʃən] [meɪd] [æt; ət][ðə; ði] [bɪ'gɪnɪŋ] [ɒv; əv][maɪ]['lektʃə(r)] .

of	variations	made	at	the	beginning	of	my	lecture	.
的	变体	制成	在	这	开始	的	我的	演讲	.

我在此简要说明一下我在讲座开始时对变分法所作的一般性评论。

[ðə; ði] ['sɪmplɪst] ['prɒbləm] [ɪn][ðə; ði]['kælkjələs][ɒv; əv] [ˌverɪ'eʃən] ['prɒpə(r)][ɪz] [nəʊn] [tu:; tə]

The	simplest	problem	in	the	calculus	of	variations	proper	is	known	to
这	最简单的	问题	在	这	结石	的	变体	恰当的	是	已知	到

[kən'sɪst; 'kɒnsɪst][ɪn]['faɪndɪŋ][ə; eɪ]['fʌŋkʃ(ə)n][ɒv; əv][ə; eɪ]['veərɪəb(ə)l] [sʌtʃ] [ðæt] [ðə; ði] ['defɪnət] ['ɪntɪgrəl]

consist	in	finding	a	function	of	a	variable	such	that	the	definite	integral
由	在	寻找	一个	功能	的	一个	多变的	这样的	那	这	定	不可缺少的

变分法中最简单的问题已知是找到一个关于某个变量的函数，使得定积分

[ə'sju:mz] [ə; eɪ] ['mɪnɪməm] ['vælju:][æz; əz] [kəm'peəd] [wɪð] [ðə; ði]['vælju:z][ˌaɪ 'ti:] [teɪks] [wen] [ɪz] [rɪ'pleɪsd]

assumes	a	minimum	value	as	compared	with	the	values	it	takes	when	is	replaced
假设	一个	最低限度	价值	作为	比较的	和	这	值	它	需要	什么时候	是	替换

[baɪ]['ʌðə(r)] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv] [wɪð] [ðə; ði] [seɪm] [ɪ'nɪʃ(ə)l][ænd; ənd]['faɪn(ə)l]['vælju:z] .

by	other	functions	of	with	the	same	initial	and	final	values	.
经过	其他	函数	的	和	这	相同的	最初的	和	最终的	值	.

与用具有相同初始值和最终值的其他函数代替时所取的值相比，它取最小值。

[ðə; ði] ['vænɪʃɪŋ] [ɒv; əv][ðə; ði][fɜ:st][ˌveərɪ'eɪʃ(ə)n][ɪn][ðə; ði]['ju:ʒuəl] [sens]

The	vanishing	of	the	first	variation	in	the	usual	sense
这	消失	的	这	第一的	变化	在	这	通常	感觉

通常意义上的第一变格的消失

[gɪvz] [fɔ:(r); fə(r)][ðə; ði][dɪ'zaɪəd] ['fʌŋkʃ(ə)n][ðə; ði] [wel] - [nəʊn] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n]

gives	for	the	desired	function	the	well	-	known	differential	equation
给予	为了	这	想要的	功能	这	出色地	-	已知	微分	方程

给出所求函数的著名微分方程

[ɪn]['ɔ:də(r)][tu:; tə] [ɪn'vestɪgeɪt] [mɔ:(r)] ['kləʊsli] [ðə; ði] ['nesəsəri] [ænd; ənd] [sə'fɪʃ(ə)nt] [kraɪ'tɪəriə][fɔ:(r); fə(r)]

In	order	to	investigate	more	closely	the	necessary	and	sufficient	criteria	for
在	命令	到	调查	更多的	密切	这	必要的	和	充足的	标准	为了

[ðə; ði] [ə'kʌrəns] [ɒv; əv][ðə; ði][rɪ'kwaɪəd] ['mɪnɪməm] ,

the	occurrence	of	the	required	minimum	,
这	发生	的	这	必需的	最低限度	,

为了更深入地研究达到所需最低标准的必要和充分条件，

[wi:; wi][kən'sɪdə(r)][ðə; ði] ['ɪntɪgrəl]

we	consider	the	integral
我们	考虑	这	不可缺少的

我们考虑积分

[naʊ] [wi:; wi][ɪn'kwaɪə(r)] [haʊ] [ɪz][tu:; tə][bi:; bi] ['tʃəʊzn] [æt; ət]['fʌŋkʃ(ə)n] [ɒv; əv] ,

Now	we	inquire	how	is	to	be	chosen	at	function	of	,
现在	我们	查询	如何	是	到	是	选定	在	功能	的	,

现在我们来探究如何根据以下因素来选择：

[ɪn]['ɔ:də(r)] [ðæt] [ðə; ði]['vælju:][ɒv; əv] [ðɪs] ['ɪntɪgrəl] [ʃæl; ʃəl][bi:; bi] [ˌɪndɪ'pendənt] [ɒv; əv][ðə; ði] [pɑ:θ] [ɒv; əv]

in	order	that	the	value	of	this	integral	shall	be	independent	of	the	path	of
在	命令	那	这	价值	的	这	不可缺少的	将	是	独立的	的	这	小路	的

[ˌɪntɪ'greɪʃ(ə)n] ,

integration	,
一体化	,

为了使该积分的值与积分路径无关，

[ai] . [i:] . , [ɒv; əv][ðə; ði] [tʃɔɪs] [ɒv; əv][ðə; ði] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ɒv; əv][ðə; ði]['veərɪəb(ə)l] .

i	.	e	.	,	of	the	choice	of	the	function	of	the	variable	.
我	.	e	.	,	的	这	选择	的	这	功能	的	这	多变的	.

即，选择变量的函数。

[ðə; ði] ['ɪntɪgrəl] [hæz; həz][ðə; ði] [fɔ:m]

The	integral	has	the	form
这	不可缺少的	有	这	形式

该积分具有以下形式

[[ˌpiː 'dʒiː] -]
[Pg 38]
[页 -]

[第38页]

[weə(r)] [ænd; ənd] [duː; də] [nɒt] [kən'teɪn] [ænd; ənd] [ðə; ði] ['vænɪʃɪŋ] [ɒv; əv] [ðə; ði] [fɜːst] [ˌveəri'eɪʃ(ə)n]
where **and** **do** **not** **contain** **and** **the** **vanishing** **of** **the** **first** **variation**
在哪里 和 做 不是 包含 和 这 消失 的 这 第一的 变化

其中，并且不包含，并且第一个变分消失

[ɪn] [ðə; ði] [sens] [wɪtʃ] [ðə; ði] [njuː] ['kwestʃən] [rɪ'kwaɪəz] [gɪvz] [ðə; ði] [ɪ'kweɪʒ(ə)n]
in **the** **sense** **which** **the** **new** **question** **requires** **gives** **the** **equation**
在 这 感觉 哪个 这 新的 问题 需要 给予 这 方程

从新问题的要求意义上讲，给出了方程式。

[ai] . [iː] . [wiː; wi] [əb'teɪn] [fɔː(r); fə(r)] [ðə; ði] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ɒv; əv] [ðə; ði] [tuː] ['verɪəbl] ,
i **.** **e** **.** **we** **obtain** **for** **the** **function** **of** **the** **two** **variables** **,**
我 . e . 我们 获得 为了 这 功能 的 这 二 变量 ,

即，我们得到关于这两个变量的函数，

[ðə; ði] ['pɑːʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] [ɒv; əv] [ðə; ði] [fɜːst] ['ɔːdə(r)]
the **partial** **differential** **equation** **of** **the** **first** **order**
这 部分的 微分 方程 的 这 第一的 命令

一阶偏微分方程

[ðə; ði] ['ɔːd(ə)n(ə)ri] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] [ɒv; əv] [ðə; ði] ['sekənd] ['ɔːdə(r)] ([wʌn]) [ænd; ənd] [ðə; ði] ['pɑːʃ(ə)l]
The **ordinary** **differential** **equation** **of** **the** **second** **order** **(** **1** **)** **and** **the** **partial**
这 普通的 微分 方程 的 这 第二 命令 (1) 和 这 部分的
[ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([wʌn] *) [stænd] [ɪn] [ðə; ði] [kləusɪst] [rɪ'leɪʃ(ə)n] [tuː; tə] [iːtʃ] ['ʌðə(r)] .
differential **equation** **(** **1** ***** **)** **stand** **in** **the** **closest** **relation** **to** **each** **other** **.**
微分 方程 (1 *) 站立 在 这 最接近 关系 到 每个 其他 .

二阶常微分方程（1）和偏微分方程（1*）之间的关系最为密切。

[ðɪs] [rɪ'leɪʃ(ə)n] [bɪ'kʌmz] [ɪ'miːdiətli] [klɪə(r)] [tuː; tə] [ˌjuː 'es] [baɪ] [ðə; ði] ['fɒləʊɪŋ] ['sɪmp(ə)l]
This **relation** **becomes** **immediately** **clear** **to** **us** **by** **the** **following** **simple**
这 关系 变成 立即地 清除 到 我们 经过 这 下列的 简单的
[ˌtrænsfə'meɪʃ(ə)n]
transformation
转型

通过以下简单的变换，我们可以立即清楚地理解这种关系。

[wiː; wi] [dɪ'raɪv] [frɒm; frəm] [ðɪs] , ['neɪmli] , [ðə; ði] ['fɒləʊɪŋ] [fækts] :
We **derive** **from** **this** **,** **namely** **,** **the** **following** **facts** **:**
我们 派生 从 这 , 即 , 这 下列的 事实 :

由此我们得出以下事实：

[ɪf] [wiː; wi] [kən'strʌkt] ['eni] ['sɪmp(ə)l] ['fæməli] [ɒv; əv] ['ɪntɪgrəl] [kɜːrvz] [ɒv; əv] [ðə; ði] ['ɔːd(ə)n(ə)ri] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l]
If **we** **construct** **any** **simple** **family** **of** **integral** **curves** **of** **the** **ordinary** **differential**
如果 我们 构造 任何 简单的 家庭 的 不可缺少的 曲线 的 这 普通的 微分
[ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([wʌn]) [ɒv; əv] [ðə; ði] ['sekənd] ['ɔːdə(r)] [ænd; ənd] [ðen] [fɔːm] [æn; ən] ['ɔːd(ə)n(ə)ri] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l]
equation **(** **1** **)** **of** **the** **second** **order** **and** **then** **form** **an** **ordinary** **differential**
方程 (1) 的 这 第二 命令 和 然后 形式 一个 普通的 微分
[ɪ'kweɪʒ(ə)n] [ɒv; əv] [ðə; ði] [fɜːst] ['ɔːdə(r)]
equation **of** **the** **first** **order**
方程 的 这 第一的 命令

如果我们构造二阶常微分方程 (1) 的任意简单积分曲线族，然后构造一阶常微分方程。

[wɪtʃ] ['ɔːlsəʊ] [əd'mit] [ðiːz] ['ɪntɪgrəl] [kɜːrvz] [æz; əz] [sə'lʊʃən] ,
which **also** **admits** **these** **integral** **curves** **as** **solutions** **,**
哪个 还 承认 这些 不可缺少的 曲线 作为 解决方案 ,

它也承认这些积分曲线是解，

[ðen] [ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n][ɪz]['ɔ:lweɪz][æn; ən]['ɪntɪgrəl][ɒv; əv][ðə; ði]['pɑ:ʃ(ə)l][ˌdɪfə'renʃ(ə)l][ɪ'kweɪʒ(ə)n]([wʌn] *)

then	the	function	is	always	an	integral	of	the	partial	differential	equation	(	1	*	)
然后	这	功能	是	总是	一个	不可缺少的	的	这	部分的	微分	方程	(	1	*	)

[ɒv; əv][ðə; ði][fɜ:st]['ɔ:də(r)] ;

of	the	first	order	;
的	这	第一的	命令	;

那么该函数总是第一阶偏微分方程（1*）的积分；

[ænd; ənd] ['kɒnvɜ:sli] , [ɪf] [di'nəuts] ['eni][sə'lu:ʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði]['pɑ:ʃ(ə)l][ˌdɪfə'renʃ(ə)l][ɪ'kweɪʒ(ə)n]([wʌn] *

and	conversely	,	if	denotes	any	solution	of	the	partial	differential	equation	(	1	*
和	反过来	,	如果	表示	任何	解决方案	的	这	部分的	微分	方程	(	1	*

) [ɒv; əv][ðə; ði][fɜ:st]['ɔ:də(r)] ,

)	of	the	first	order	,
)	的	这	第一的	命令	,

反之，如果 表示一阶偏微分方程 (1*) 的任意解，

[ɔ:l][ðə; ði][nɒn] - ['sɪŋgjələ(r)]['ɪntɪgɹəlz][ɒv; əv][ðə; ði]['ɔ:d(ə)n(ə)ri][ˌdɪfə'renʃ(ə)l][ɪ'kweɪʒ(ə)n]([ˌtu:'tu:]) [ɒv; əv]

all	the	non	-	singular	integrals	of	the	ordinary	differential	equation	(	2	)	of
全部	这	非	-	单数	积分	的	这	普通的	微分	方程	(	2	)	的

[ðə; ði][fɜ:st]['ɔ:də(r)][ɑ:(r); ə(r)][æt; ət][ðə; ði][seɪm][taɪm]['ɪntɪgɹəlz][ɒv; əv][ðə; ði][ˌdɪfə'renʃ(ə)l][ɪ'kweɪʒ(ə)n](

the	first	order	are	at	the	same	time	integrals	of	the	differential	equation	(
这	第一的	命令	是	在	这	相同的	时间	积分	的	这	微分	方程	(

[wʌn]) [ɒv; əv][ðə; ði]['sekənd]['ɔ:də(r)] ,

1	)	of	the	second	order	,
1	)	的	这	第二	命令	,

一阶常微分方程（2）的所有非奇异积分同时也是二阶微分方程（1）的积分，

[ɔ:(r)][ɪn] [ʃɔ:t] [ɪf] [ɪz][æn; ən]['ɪntɪgrəl][ɪ'kweɪʒ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði][fɜ:st]['ɔ:də(r)][ɒv; əv][ðə; ði][ˌdɪfə'renʃ(ə)l]

or	in	short	if	is	an	integral	equation	of	the	first	order	of	the	differential
或者	在	短的	如果	是	一个	不可缺少的	方程	的	这	第一的	命令	的	这	微分

[ɪ'kweɪʒ(ə)n]([wʌn]) [ɒv; əv][ðə; ði]['sekənd]['ɔ:də(r)] ,

equation	(	1	)	of	the	second	order	,
方程	(	1	)	的	这	第二	命令	,

或者简而言之，如果 是二阶微分方程 (1) 的一阶积分方程，

[ˌreprɪ'zents][æn; ən]['ɪntɪgrəl][ɒv; əv][ðə; ði]['pɑ:ʃ(ə)l][ˌdɪfə'renʃ(ə)l][ɪ'kweɪʒ(ə)n]([wʌn] *)[ænd; ənd]

represents	an	integral	of	the	partial	differential	equation	(	1	*	)	and
代表	一个	不可缺少的	的	这	部分的	微分	方程	(	1	*	)	和

['kɒnvɜ:sli] ;

conversely	;
反过来	;

表示偏微分方程（1*）的积分，反之亦然；

[[ˌpi: 'dʒi:] -]

[	Pg	39	]
[	页	-	]

[第39页]

[ðə; ði]['ɪntɪgrəl][kɑ:rvz][ɒv; əv][ðə; ði]['ɔ:d(ə)n(ə)ri][ˌdɪfə'renʃ(ə)l][ɪ'kweɪʒ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði]['sekənd]['ɔ:də(r)]

the	integral	carves	of	the	ordinary	differential	equation	of	the	second	order
这	不可缺少的	雕刻	的	这	普通的	微分	方程	的	这	第二	命令

[ɑ:(r); ə(r)] ['ðeəfɔ:(r)] ,

are	therefore	,
是	所以	,

因此，二阶常微分方程的积分形式为：

[æt; ət][ðə; ði] [seɪm] [taɪm] , [ðə; ði] [ˌkærəktə'rɪstɪks] [ɒv; əv][ðə; ði]['pɑːʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([wʌn] *)

at	the	same	time	,	the	characteristics	of	the	partial	differential	equation	(	1	*	)
在	这	相同的	时间	,	这	特征	的	这	部分的	微分	方程	(	1	*	)

[ɒv; əv][ðə; ði][fɜːst]['ɔːdə(r)] .

of	the	first	order	.
的	这	第一的	命令	.

同时，一阶偏微分方程（1*）的特征。

[ɪn][ðə; ði]['prez(ə)nt] [keɪs] [wiː; wi] [meɪ] [faɪnd][ðə; ði] [seɪm] [rɪ'zʌlt] [baɪ] [miːnz] [ɒv; əv][ə; eɪ]['sɪmp(ə)l]

In	the	present	case	we	may	find	the	same	result	by	means	of	a	simple
在	这	展示	案件	我们	可能	寻找	这	相同的	结果	经过	方法	的	一个	简单的

[ˌkælkju'leɪʃ(ə)n] ;

calculation	;
计算	;

在本例中，我们可以通过简单的计算得出相同的结果；

[fɔː(r); fə(r)] [ðɪs] [gɪvz] [ˌjuː 'es][ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] ([wʌn]) [ænd; ənd] ([wʌn] *) [ɪn] ['kwestʃən] [ɪn]

for	this	gives	us	the	differential	equations	(	1	)	and	(	1	*	)	in	question	in
为了	这	给予	我们	这	微分	方程式	(	1	)	和	(	1	*	)	在	问题	在

[ðə; ði] [fɔːm]

the	form
这	形式

这样我们就得到了所讨论的微分方程 (1) 和 (1*) 的形式

[weə(r)] [ðə; ði]['ləʊə(r)]['ɪndɪsiːz] ['ɪndɪkeɪt] [ðə; ði]['pɑːʃ(ə)l] [dɪ'rɪvətɪvz] [wɪð] [rɪ'spekt] [tuː; tə] .

where	the	lower	indices	indicate	the	partial	derivatives	with	respect	to	.
在哪里	这	降低	指数	表明	这	部分的	衍生物	和	尊重	到	.

其中下标表示对 的偏导数。

[ðə; ði] [kə'rektnəs] [ɒv; əv][ðə; ði] [ə'fɜːrm] [rɪ'leɪʃ(ə)n][ɪz][klɪə(r)][frɒm; frəm] [ðɪs] .

The	correctness	of	the	affirmed	relation	is	clear	from	this	.
这	正确性	的	这	确认	关系	是	清除	从	这	.

由此可见，所肯定的关系是正确的。

[ðə; ði][kləʊz][rɪ'leɪʃ(ə)n] [dɪ'raɪvd] [bɪ'fɔː(r)][ænd; ənd][dʒʌst] [pruːvd] [bɪ'twiːn] [ðə; ði]['ɔːd(ə)n(ə)ri] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l]

The	close	relation	derived	before	and	just	proved	between	the	ordinary	differential
这	关闭	关系	衍生的	前	和	只是	已证实	之间	这	普通的	微分

[ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([wʌn]) [ɒv; əv][ðə; ði]['sekənd]['ɔːdə(r)][ænd; ənd][ðə; ði]['pɑːʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([wʌn] *

equation	(	1	)	of	the	second	order	and	the	partial	differential	equation	(	1	*
方程	(	1	)	的	这	第二	命令	和	这	部分的	微分	方程	(	1	*

) [ɒv; əv][ðə; ði][fɜːst]['ɔːdə(r)] ,

)	of	the	first	order	,
)	的	这	第一的	命令	,

前面推导并刚刚证明的二阶常微分方程（1）与一阶偏微分方程（1*）之间的密切关系，

[ɪz] , [æz; əz][ˌaɪ 'tiː] [siːm] [tuː; tə][ˌem 'iː] , [ɒv; əv][ˌfʌndə'ment(ə)l] [sɪg'nɪfɪkəns] [fɔː(r); fə(r)][ðə; ði]['kælkjələs]

is	,	as	it	seems	to	me	,	of	fundamental	significance	for	the	calculus
是	,	作为	它	似乎	到	我	,	的	基本的	意义	为了	这	结石

[ɒv; əv] [ˌverɪ'eʃən] .

of	variations	.
的	变体	.

在我看来，这对于变分法具有根本性的意义。

[fɔː(r); fə(r)] , [frɒm; frəm][ðə; ði][fækt] [ðæt] [ðə; ði] ['ɪntɪgrəl] [ɪz] [ˌɪndɪ'pendənt] [ɒv; əv][ðə; ði] [pɑːθ] [ɒv; əv]

For	,	from	the	fact	that	the	integral	is	independent	of	the	path	of
为了	,	从	这	事实	那	这	不可缺少的	是	独立的	的	这	小路	的

[ˌɪntɪ'greɪʃ(ə)n][ˌaɪ 'tiː] [f'ɒləʊz] [ðæt]

integration	it	follows	that
一体化	它	跟随	那

因为积分与积分路径无关，所以可以得出以下结论：

[ɪf] [wiː; wi] [θɪŋk] [ɒv; əv][ðə; ði][left][hænd] ['ɪntɪgrəl] [æz; əz]['teɪkən] [ə'lɒŋ] ['eni] [pɑːθ][ænd; ənd][ðə; ði] [raɪt]
if **we** **think** **of** **the** **left** **hand** **integral** **as** **taken** **along** **any** **path** **and** **the** **right**
如果 我们 思考 的 这 左边 手 不可缺少的 作为 已采取 沿着 任何 小路 和 这 正确的
[hænd] ['ɪntɪgrəl] [ə'lɒŋ] [æn; ən] ['ɪntɪgrəl] [kɜːv] [ɒv; əv][ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n]
hand **integral** **along** **an** **integral** **curve** **of** **the** **differential** **equation**
手 不可缺少的 沿着 一个 不可缺少的 曲线 的 这 微分 方程

如果我们把左边的积分看作是沿着微分方程的任意路径进行的，而把右边的积分看作是沿着微分方程的积分曲线进行的，那么.....

[wɪð] [ðə; ði][help][ɒv; əv][ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([θriː]) [wiː; wi] [ə'raɪv] [æt; ət] - ['fɔːmjələ]
With **the** **help** **of** **equation** **(** **3** **)** **we** **arrive** **at** **Weierstrass's** **formula**
和 这 帮助 的 方程 (3) 我们 到达 在 - 公式

借助公式（3），我们可以得到魏尔斯特拉斯公式。

[weə(r)] ['dezigneit, 'dezignit, -neit] - [ɪk'spreʃ(ə)n] , [dɪ'pendɪŋ] [ə'pɒn] ,
where **designates** **Weierstrass's** **expression** **,** **depending** **upon** **,**
在哪里 指定 - 表达 , 取决于 之上 ,

其中，表示魏尔斯特拉斯的表达方式，取决于.....

[sɪns] , ['ðeəfɔː(r)] ,
Since **,** **therefore** **,**
自从 , 所以 ,

因此，

[ðə; ði][sə'luːʃ(ə)n] [dɪ'pendz] ['əʊnli][ɒn]['faɪndɪŋ][æn; ən] ['ɪntɪgrəl] [wɪtʃ] [ɪz]['sɪŋg(ə)l]['vælјuːd][ænd; ənd]
the **solution** **depends** **only** **on** **finding** **an** **integral** **which** **is** **single** **valued** **and**
这 解决方案 取决于 仅有的 在 寻找 一个 不可缺少的 哪个 是 单身的 有价值的 和
[kən'tɪnjuəs] [ɪn][ə; eɪ]['sɜːt(ə)n] ['neɪbəhʊd] [ɒv; əv][ðə; ði] ['ɪntɪgrəl] [kɜːv] ,
continuous **in** **a** **certain** **neighborhood** **of** **the** **integral** **curve** **,**
连续的 在 一个 肯定 邻里 的 这 不可缺少的 曲线 ,

解决方案仅取决于找到一个在积分曲线的某个邻域内单值且连续的积分。

[wɪtʃ] [wiː; wi][ɑː(r); ə(r)] [kən'sɪdərɪŋ] , [ðə; ði] [dɪ'veləpmənts] [dʒʌst]['ɪndəˌkeɪtɪd] [liːd] [ɪ'miːdiətli] —
which **we** **are** **considering** **,** **the** **developments** **just** **indicated** **lead** **immediately** **—**
哪个 我们 是 考虑 , 这 发展 只是 表明的 带领 立即地 —
[wɪ'ðaʊt] [ðə; ði] [ˌɪntrə'dʌkʃn] [ɒv; əv][ðə; ði]['sekənd][ˌveəri'eɪʃ(ə)n] ,
without **the** **introduction** **of** **the** **second** **variation** **,**
没有 这 介绍 的 这 第二 变化 ,

我们正在考虑的是，目前的发展趋势表明，无需引入第二种变体，就能立即取得进展。

[bʌt; bət]['əʊnli]
but **only**
但 仅有的

但仅

[[ˌpiː 'dʒiː] -]
[**Pg** **40** **]**
[页 -]

[第40页]

[baɪ][ðə; ði][ˌæplɪ'keɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði]['pəʊlə(r)]['prəʊses][tuː; tə][ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([wʌn]) —
by **the** **application** **of** **the** **polar** **process** **to** **the** **differential** **equation** **(** **1** **)** **—**
经过 这 应用 的 这 极性 过程 到 这 微分 方程 (1) —
[tuː; tə][ðə; ði] [ɪk'spreʃ(ə)n] [ɒv; əv]['dʒeɪkoʊbiz] [kən'dɪʃn] [ænd; ənd][tuː; tə][ðə; ði]['ɑːnsə(r)][tuː; tə][ðə; ði]
to **the** **expression** **of** **Jacobi's** **condition** **and** **to** **the** **answer** **to** **the**
到 这 表达 的 雅各比的 状况 和 到 这 回答 到 这
['kwestʃən] :
question **:**
问题 :

通过将极坐标过程应用于微分方程（1）——得到雅可比条件的表达式，并回答以下问题：

[haʊ] [fɑː(r)] [ðɪs] [kən'dɪʃn] [ɒv; əv]['dʒeɪkoʊbiz][ɪn][kən'dʒʌŋkʃ(ə)n] [wɪð] - [kən'dɪʃn] [ɪz]
How 如何 **far** 远的 **this** 这 **condition** 状况 **of** 的 **Jacobi's** 雅各比的 **in** 在 **conjunction** 连词 **with** 和 **Weierstrass's** - **condition** 状况 **is** 是
['nesəsəri] [ænd; ənd] [sə'fɪʃ(ə)nt] [fɔː(r); fə(r)][ðə; ði] [ə'kʌrəns] [ɒv; əv][ə; eɪ] ['mɪnɪməm] .
necessary 必要的 **and** 和 **sufficient** 充足的 **for** 为了 **the** 这 **occurrence** 发生 **of** 的 **a** 一个 **minimum** 最低限度 **.** .

Jacobi 的条件与 Weierstrass 的条件结合起来，对于最小值的出现是必要且充分的吗?

[ðə; ði] [dɪ'veləpmənts] ['ɪndəˌkeɪtɪd] [meɪ] [biː; bi] [træns'fəːd] [wɪ'ðaʊt] [nə'sesɪteɪtɪŋ] ['fɜːðə(r)]
The 这 **developments** 发展 **indicated** 表明的 **may** 可能 **be** 是 **transferred** 转移 **without** 没有 **necessitating** 需要 **further** 更远
[ˌkælkju'leɪʃ(ə)n][tuː; tə][ðə; ði] [keɪs] [ɒv; əv] [tuː] [ɔː(r)][mɔː(r)] [rɪ'kwaɪəd] ['fʌnkʃ(ə)nz] ,
calculation 计算 **to** 到 **the** 这 **case** 案件 **of** 的 **two** 二 **or** 或者 **more** 更多的 **required** 必需的 **functions** 函数 **,** ,

所述发展过程可直接应用于两个或多个所需功能的情况，无需进一步计算。

[ænd; ənd]['ɔːlsəʊ][tuː; tə][ðə; ði] [keɪs] [ɒv; əv][ə; eɪ] ['dʌb(ə)l] [ɔː(r)][ə; eɪ]['mʌltɪp(ə)l] ['ɪntɪgrəl] .
and 和 **also** 还 **to** 到 **the** 这 **case** 案件 **of** 的 **a** 一个 **double** 双倍的 **or** 或者 **a** 一个 **multiple** 多种的 **integral** 不可缺少的 **.** .

也适用于二重积分或多重积分的情况。

[səʊ] , [fɔː(r); fə(r)][ɪg'zɑːmp(ə)l] , [ɪn][ðə; ði] [keɪs] [ɒv; əv][ə; eɪ] ['dʌb(ə)l] ['ɪntɪgrəl]
So 所以 **,** , **for** 为了 **example** 例子 **,** , **in** 在 **the** 这 **case** 案件 **of** 的 **a** 一个 **double** 双倍的 **integral** 不可缺少的

例如，对于二重积分的情况。

[tuː; tə][biː; bi] [ɪk'stendɪd] ['əʊvə(r)][ə; eɪ]['gɪv(ə)n]['riːdʒən] ,
to 到 **be** 是 **extended** 扩展 **over** 超过 **a** 一个 **given** 给定 **region** 地区 **,** ,

扩展到给定区域，

[ðə; ði] ['vænɪʃɪŋ] [ɒv; əv][ðə; ði][fɜːst][ˌveəri'eɪʃ(ə)n] ([tuː; tə][biː; bi] [ˌʌndə'stʊd] [ɪn][ðə; ði]['juːʒuəl] [sens])
the 这 **vanishing** 消失 **of** 的 **the** 这 **first** 第一的 **variation** 变化 **(** (**to** 到 **be** 是 **understood** 理解 **in** 在 **the** 这 **usual** 通常 **sense** 感觉 **)**)

第一变分的消失（此处"消失"应按通常含义理解）

[gɪvz] [ðə; ði] [wel] - [nəʊn] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði]['sekənd]['ɔːdə(r)]
gives 给予 **the** 这 **well** 出色地 **-** - **known** 已知 **differential** 微分 **equation** 方程 **of** 的 **the** 这 **second** 第二 **order** 命令

给出了著名的二阶微分方程

[fɔː(r); fə(r)][ðə; ði][rɪ'kwaɪəd] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ɒv; əv][ænd; ənd] .
for 为了 **the** 这 **required** 必需的 **function** 功能 **of** 的 **and** 和 **.** .

为所需的功能，

[ɒn] [ðə; ði]['ʌðə(r)][hænd][wiː; wi][kən'sɪdə(r)][ðə; ði] ['ɪntɪgrəl]
On 在 **the** 这 **other** 其他 **hand** 手 **we** 我们 **consider** 考虑 **the** 这 **integral** 不可缺少的

另一方面，我们考虑积分

[ænd; ənd][ɪn'kwaɪə(r)] , [haʊ] [ænd; ənd][ɑː(r); ə(r)][tuː; tə][biː; bi]['teɪkən][æz; əz] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ɒv; əv] ,
and 和 **inquire** 查询 **,** , **how** 如何 **and** 和 **are** 是 **to** 到 **be** 是 **taken** 已采取 **as** 作为 **functions** 函数 **of** 的 **,** ,

并探究如何将 和 视为 的函数，

[ænd; ənd][ɪn]['ɔːdə(r)] [ðæt] [ðə; ði]['vælju:][ɒv; əv] [ðɪs] ['ɪntɪgrəl] [meɪ] [biː; bi] [ˌɪndɪ'pendənt] [ɒv; əv][ðə; ði]
and 和 **in** 在 **order** 命令 **that** 那 **the** 这 **value** 价值 **of** 的 **this** 这 **integral** 不可缺少的 **may** 可能 **be** 是 **independent** 独立的 **of** 的 **the** 这
[tʃɔɪs] [ɒv; əv][ðə; ði] ['sɜːfɪs] ['pɑːsɪŋ] [θruː] [ðə; ði]['gɪv(ə)n] [kləʊzd] ['twɪstɪd] [kɜːv] ,
choice 选择 **of** 的 **the** 这 **surface** 表面 **passing** 通过 **through** 通过 **the** 这 **given** 给定 **closed** 关闭 **twisted** 扭曲 **curve** 曲线 **,** ,

为了使该积分的值与通过给定闭合扭曲曲线的曲面的选择无关，

[ai] . [iː] . , [ɒv; əv][ðə; ði] [tʃɔɪs] [ɒv; əv][ðə; ði] ['fʌŋkʃ(ə)n] [ɒv; əv][ðə; ði] ['verɪəbl] [ænd; ənd] .
i . e . , of the choice of the function of the variables and .
我 . e . , 的 这 选择 的 这 功能 的 这 变量 和 .

即，选择变量和的函数。

[ðə; ði] ['ɪntɪgrəl] [hæz; həz][ðə; ði] [fɔːm]
The integral has the form
这 不可缺少的 有 这 形式

该积分具有以下形式

[[ˌpiː 'dʒiː] -]
[Pg 41]
[页 -]

[第41页]

[ænd; ənd][ðə; ði] ['vænɪʃɪŋ] [ɒv; əv][ðə; ði][fɜːst][ˌveərɪ'eɪʃ(ə)n]
and the vanishing of the first variation
和 这 消失 的 这 第一的 变化

以及第一变分的消失

[ɪn][ðə; ði] [sens] [wɪtʃ] [ðə; ði] [njuː] [ˌfɔːmju'leɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði] ['kwestʃən] [dɪ'mɑːndz] , [gɪvz] [ðə; ði]
in the sense which the new formulation of the question demands , gives the
在 这 感觉 哪个 这 新的 配方 的 这 问题 需求 , 给予 这
[ɪ'kweɪʒ(ə)n]
equation
方程

根据问题的新表述方式，可以得出以下方程式。

[ai] . [iː] . , [wiː; wi][faɪnd][fɔː(r); fə(r)][ðə; ði] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ænd; ənd][ɒv; əv][ðə; ði] [θriː] ['verɪəbl] ,
i . e . , we find for the functions and of the three variables ,
我 . e . , 我们 寻找 为了 这 函数 和 的 这 三 变量 ,

也就是说，我们求出三个变量的函数和，

[ænd; ənd][ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði][fɜːst]['ɔːdə(r)]
and the differential equation of the first order
和 这 微分 方程 的 这 第一的 命令

以及一阶微分方程

[ɪf] [wiː; wi][ˌeɪ diː 'diː][tuː; tə] [ðɪs] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n][ðə; ði]['pɑːʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n]
If we add to this differential equation the partial differential equation
如果 我们 添加 到 这 微分 方程 这 部分的 微分 方程

如果我们在这个微分方程中加入偏微分方程

[rɪ'zʌltɪŋ] [frɒm; frəm][ðə; ði] [ɪ'kweɪʒnz]
resulting from the equations
结果 从 这 方程式

由方程式得出的结果

[ðə; ði]['pɑːʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([aɪ]) [fɔː(r); fə(r)][ðə; ði]['fʌŋkʃ(ə)n] [ɒv; əv][ðə; ði] [tuː] ['verɪəbl]
the partial differential equation (I) for the function of the two variables
这 部分的 微分 方程 (我) 为了 这 功能 的 这 二 变量
[ænd; ənd][ænd; ənd][ðə; ði] [ˌsɪm(ə)l'teɪnɪəs] ['sɪstəm] [ɒv; əv][ðə; ði] [tuː] ['pɑːʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz]
and and the simultaneous system of the two partial differential equations
和 和 这 同时 系统 的 这 二 部分的 微分 方程式
[ɒv; əv][ðə; ði][fɜːst]['ɔːdə(r)] ([aɪ] *) [fɔː(r); fə(r)][ðə; ði] [tuː] ['fʌnkʃ(ə)nz] [ænd; ənd][ɒv; əv][ðə; ði] [θriː]
of the first order (I *) for the two functions and of the three
的 这 第一的 命令 (我 *) 为了 这 二 函数 和 的 这 三
['verɪəbl] , ,
variables , ,
变量 , ,

关于两个变量的函数的偏微分方程 (I) 和关于三个变量的两个函数和的两个一阶偏微分方程组 (I*)，

[ænd; ənd][stænd] [tə'wɔ:d] [wʌn][ə'nʌðə(r)][ɪn][ə; eɪ][rɪ'leɪʃ(ə)n][ɪg'zæktli] [ə'næləgəs] [tu:; tə] [ðæt] [ɪn] [wɪtʃ]

and	stand	toward	one	another	in	a	relation	exactly	analogous	to	that	in	which
和	站立	朝向	一	其他	在	一个	关系	确切地	类似的	到	那	在	哪个

[ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz] ([wʌn]) [ænd; ənd] ([wʌn] *) [stʊd] [ɪn][ðə; ði] [keɪs] [ɒv; əv][ðə; ði]['sɪmp(ə)l]

the	differential	equations	(	1	)	and	(	1	*	)	stood	in	the	case	of	the	simple
这	微分	方程式	(	1	)	和	(	1	*	)	站立	在	这	案件	的	这	简单的

['ɪntɪgrəl] .

integral	.
不可缺少的	.

并且彼此相对而立，其关系与简单积分情况下微分方程 (1) 和 (1*) 之间的关系完全类似。

[ˌaɪ 'ti:] [f'ɒləʊz] [frɒm; frəm][ðə; ði][fækt] [ðæt] [ðə; ði] ['ɪntɪgrəl] [ɪz] [ˌɪndɪ'pendənt] [ɒv; əv][ðə; ði] [tʃɔɪs] [ɒv; əv]

It	follows	from	the	fact	that	the	integral	is	independent	of	the	choice	of
它	跟随	从	这	事实	那	这	不可缺少的	是	独立的	的	这	选择	的

[ðə; ði] ['sɜ:fɪs] [ɒv; əv][ˌɪntɪ'greɪʃ(ə)n] [ðæt]

the	surface	of	integration	that
这	表面	的	一体化	那

由此可知，积分与积分曲面的选择无关。

[ɪf] [wi:; wi] [θɪŋk] [ɒv; əv][ðə; ði] [raɪt] [hænd] ['ɪntɪgrəl] [æz; əz]['teɪkən]['əʊvə(r)][æn; ən] ['ɪntɪgrəl] ['sɜ:fɪs]

if	we	think	of	the	right	hand	integral	as	taken	over	an	integral	surface
如果	我们	思考	的	这	正确的	手	不可缺少的	作为	已采取	超过	一个	不可缺少的	表面

[ɒv; əv][ðə; ði]['pɑ:ʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒnz]

of	the	partial	differential	equations
的	这	部分的	微分	方程式

如果我们把右侧的积分看作是在偏微分方程的积分曲面上进行的，那么

[[ˌpi: 'dʒi:] -]

[	Pg	42	]
[	页	-	]

[第42页]

[ænd; ənd] [wɪð] [ðə; ði][help][ɒv; əv] [ðɪs] ['fɔ:mjələ][wi:; wi] [ə'raɪv] [æt; ət][wʌns][æt; ət][ðə; ði]['fɔ:mjələ]

and	with	the	help	of	this	formula	we	arrive	at	once	at	the	formula
和	和	这	帮助	的	这	公式	我们	到达	在	一次	在	这	公式

借助这个公式，我们立刻就能得到公式

[wɪtʃ] [pleɪz] [ðə; ði] [seɪm] [roʊl][fɔ:(r); fə(r)][ðə; ði][ˌveəri'eɪʃ(ə)n][ɒv; əv] ['dʌb(ə)l] ['ɪntɪgɹəlz] [æz; əz][ðə; ði]

which	plays	the	same	rôle	for	the	variation	of	double	integrals	as	the
哪个	演出	这	相同的	角色	为了	这	变化	的	双倍的	积分	作为	这

['pri:viəsli] ['gɪv(ə)n] ['fɔ:mjələ] ([fɔ:r]) [fɔ:(r); fə(r)]['sɪmp(ə)l] ['ɪntɪgɹəlz] .

previously	given	formula	(	4	)	for	simple	integrals	.
之前	给定	公式	(	4	)	为了	简单的	积分	.

它对二重积分的变分起着与前面给出的简单积分公式（4）相同的作用。

[wɪð] [ðə; ði][help][ɒv; əv] [ðɪs] ['fɔ:mjələ][wi:; wi][kæn; kən] [naʊ] ['ɑ:nsə(r)][ðə; ði]['kwestʃən] [haʊ] [fɑ:(r)]

With	the	help	of	this	formula	we	can	now	answer	the	question	how	far
和	这	帮助	的	这	公式	我们	能	现在	回答	这	问题	如何	远的

['dʒeɪkoʊbiz] [kən'dɪʃn] [ɪn][kən'dʒʌŋkʃ(ə)n] [wɪð] - [kən'dɪʃn] [ɪz] ['nesəsəri] [ænd; ənd]

Jacobi's	condition	in	conjunction	with	Weierstrass's	condition	is	necessary	and
雅各比的	状况	在	连词	和	-	状况	是	必要的	和

[sə'fɪʃ(ə)nt] [fɔ:(r); fə(r)][ðə; ði] [ə'kʌrəns] [ɒv; əv][ə; eɪ] ['mɪnɪməm] .

sufficient	for	the	occurrence	of	a	minimum	.
充足的	为了	这	发生	的	一个	最低限度	.

借助这个公式，我们现在可以回答雅可比条件与魏尔斯特拉斯条件相结合，对于最小值的出现是必要且充分的这一问题。

[kə'nektɪd] [wɪð] [ði:z] [dɪ'veləpmənts] [ɪz][ðə; ði]['mɒdɪfaɪd] [fɔ:m] [ɪn] [wɪtʃ] [ə; eɪ] . - ,

Connected	with	these	developments	is	the	modified	form	in	which	A	.	Kneser	,
连接	和	这些	发展	是	这	修改的	形式	在	哪个	一个	.	-	,

与这些发展相关的是 A. Kneser 的修改形式，

[-] [bɪ'gɪnɪŋ] [frɒm; frəm]['ʌðə(r)] [pɔɪnts] [ɒv; əv] [vju:] , [hæz; həz] [prɪ'zentɪd] - ['θɪəri] .

[53] beginning from other points of view , has presented Weierstrass's theory .

[-] 开始 从 其他 积分 的 看法 , 有 呈现 - 理论 .

[53] 从其他角度出发，提出了魏尔斯特拉斯的理论。

[waɪl] ['waɪərˌstrɑ:s] [ɪm'plɔɪd] [tu:; tə] [dɪ'raɪv] [sə'fɪʃ(ə)nt] [kən'dɪʃ(ə)nz] [fɔ:(r); fə(r)][ðə; ði] [ɪk'stri:m] ['vælju:z]

While Weierstrass employed to derive sufficient conditions for the extreme values

尽管 魏尔斯特拉斯 受雇 到 派生 充足的 状况 为了 这 极端 值

['ɪntɪgrəl] [kɜ:rvz] [ɒv; əv][ɪ'kweɪʒ(ə)n] ([wʌn]) [wɪtʃ] [pɑ:s] [θru:] [ə; eɪ] [fɪkst] [pɔɪnt] ,

integral curves of equation (1) which pass through a fixed point ,

不可缺少的 曲线 的 方程 (1) 哪个 经过 通过 一个 固定的 观点 ,

魏尔斯特拉斯曾利用方程（1）推导出通过不动点的极值积分曲线的充分条件，

- [ɒn][ðə; ði]['ʌðə(r)][hænd] [meɪks] [ju:z][ɒv; əv] ['eni] ['sɪmp(ə)l]['fæməli][ɒv; əv] [sʌtʃ] [kɜ:rvz] [ænd; ənd]

Kneser on the other hand makes use of any simple family of such curves and

- 在 这 其他 手 制作 使用 的 任何 简单的 家庭 的 这样的 曲线 和

[kən'strʌkts; 'kɒnstrʌkts][fɔ:(r); fə(r)] ['evri] [sʌtʃ] ['fæməli][ə; eɪ][sə'lu:ʃ(ə)n] ,

constructs for every such family a solution ,

构造 为了 每一个 这样的 家庭 一个 解决方案 ,

另一方面，Kneser 利用任意简单的曲线族，并为每组这样的曲线构造一个解。

[ˌkærəktə'rɪstɪk] [fɔ:(r); fə(r)] [ðæt] ['fæməli] ,

characteristic for that family ,

特征 为了 那 家庭 ,

这是该家族的典型特征

[ɒv; əv] [ðæt] ['pɑ:ʃ(ə)l] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] [wɪtʃ] [ɪz][tu:; tə][bi:; bi] [kən'sɪdəd] [æz; əz][ə; eɪ]

of that partial differential equation which is to be considered as a

的 那 部分的 微分 方程 哪个 是 到 是 经过考虑的 作为 一个

[ˌdʒen(ə)rəlaɪ'zeɪʃ(ə)n][ɒv; əv][ðə; ði]['dʒækoʊbi] - ['hæmɪltən] [ɪ'kweɪʒ(ə)n] .

generalization of the Jacobi - Hamilton equation .

概括 的 这 雅各比 - 汉密尔顿 方程 .

该偏微分方程可视为雅可比-哈密顿方程的推广。

[ðə; ði]['prɔ:bləmz] ['menʃ(ə)nd] [ɑ:(r); ə(r)] ['mɪəli] ['sæmpl] [ɒv; əv]['prɔ:bləmz] , [jet] [ðeɪ] [wɪl] [sə'faɪs]

The problems mentioned are merely samples of problems , yet they will suffice

这 问题 提及 是 仅仅 样品 的 问题 , 然而 他们 将要 足够了

[tu:; tə] [ʃəʊ] [haʊ] [rɪtʃ] ,

to show how rich ,

到 展示 如何 富有的 ,

上述问题仅仅是问题的示例，但足以说明问题的丰富性。

[haʊ] ['mænɪfəʊld][ænd; ənd] [haʊ] [ɪk'stensɪv] [ðə; ði][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['saɪəns] [ɒv; əv][tu:; tə] - [deɪ] [ɪz] ,

how manifold and how extensive the mathematical science of to - day is ,

如何 歧管 和 如何 广泛的 这 数学 科学 的 到 - 天 是 ,

当今的数学科学是多么丰富多彩、多么博大精深啊！

[ænd; ənd][ðə; ði] ['kwestʃən] [ɪz] [ɜ:rdʒd] [ə'pɒn] [ˌju: 'es] ['weðə(r)] [ˌmæθə'mætɪks] [ɪz] [du:md] [tu:; tə][ðə; ði] [feɪt]

and the question is urged upon us whether mathematics is doomed to the fate

和 这 问题 是 敦促 之上 我们 无论 数学 是 注定失败 到 这 命运

[ɒv; əv] [ðəʊz] ['ʌðə(r)] ['saɪəns] [ðæt] [hæv; həv] [splɪt] [ʌp] ['ɪntu:] ['seprət] ['brɑ:ntʃɪz] ,

of those other sciences that have split up into separate branches ,

的 那些 其他 科学 那 有 分裂 向上 进入 分离 分支 ,

于是，我们不禁要问：数学是否注定要像其他那些分裂成独立分支的科学一样，走向衰落？

[hu:z] [ˌreprɪ'zentətɪvz] ['skeəsli] [ˌʌndə'stænd] [wʌn] [ə'nʌðə(r)] [ænd; ənd] [hu:z] [kə'nekʃn] [bɪ'kʌmz]

whose representatives scarcely understand one another and whose connection becomes

谁 代表 几乎 理解 一 其他 和 谁 联系 变成

['evə(r)][mɔ:(r)] [lu:s] .

ever more loose .

曾经 更多的 松动的 .

双方代表之间几乎互不理解，彼此之间的联系也越来越松散。

[ai][duː; də][nɒt] [bɪ'liːv] [ðɪs] [nɔː(r)] [wɪʃ] [ˌaɪ 'tiː] .

I	do	not	believe	this	nor	wish	it	.
我	做	不是	相信	这	也不	希望	它	.

我不相信这种事，也不希望它发生。

[ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['saɪəns] [ɪz][ɪn][maɪ] [ə'pɪnjən] [æn; ən] [ˌɪndɪ'vɪzəbl] [həʊl] ,

Mathematical	science	is	in	my	opinion	an	indivisible	whole	,
数学	科学	是	在	我的	观点	一个	不可分割的	所有的	,

在我看来，数学是一个不可分割的整体。

[æn; ən]['ɔːgənɪzəm] [huːz] [vaɪ'tæləti][ɪz] [kən'dɪʃ(ə)nd] [ə'pɒn][ðə; ði] [kə'nekʃn] [ɒv; əv][ɪts] [pɑːts] .

an	organism	whose	vitality	is	conditioned	upon	the	connection	of	its	parts	.
一个	生物	谁	活力	是	条件反射	之上	这	联系	的	它是	部分	.

生命力取决于各部分之间连接关系的生物体。

[fɔː(r); fə(r)] [wɪð] [ɔːl][ðə; ði][və'raɪəti][ɒv; əv][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['nɒlɪdʒ] ,

For	with	all	the	variety	of	mathematical	knowledge	,
为了	和	全部	这	种类	的	数学	知识	,

尽管数学知识种类繁多，

[wiː; wi][ɑː(r); ə(r)] [stɪl] ['klɪəli] ['kɒnʃəs] [ɒv; əv][ðə; ði][ˌsɪmə'lærəti][ɒv; əv][ðə; ði]['lɒdʒɪk(ə)l][dɪ'vaɪsɪz] ,

we	are	still	clearly	conscious	of	the	similarity	of	the	logical	devices	,
我们	是	仍然	清楚地	有意识的	的	这	相似	的	这	逻辑	设备	,

我们仍然清楚地意识到逻辑装置的相似性，

[ðə; ði] [rɪ'leɪʃ(ə)nʃɪp] [ɒv; əv][ðə; ði][aɪ'diəz][ɪn] [ˌmæθə'mætɪks] [æz; əz][ə; eɪ] [həʊl] [ænd; ənd][ðə; ði] ['njuːmərəs]

the	relationship	of	the	ideas	in	mathematics	as	a	whole	and	the	numerous
这	关系	的	这	想法	在	数学	作为	一个	所有的	和	这	很多的

[ə'nælədʒiz][ɪn][ɪts] ['dɪfrənt] [dɪ'pɑːrtmənts] .

analogies	in	its	different	departments	.
类比	在	它是	不同的	部门	.

数学整体中各种思想之间的关系，以及数学各个分支中众多类比之间的关系。

[wiː; wi]['ɔːlsəʊ]['nəʊtɪs] [ðæt] , [ðə; ði]['fɑːðə(r)][ə; eɪ][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['θɪəri] [ɪz] [dɪ'veləpt] ,

We	also	notice	that	,	the	farther	a	mathematical	theory	is	developed	,
我们	还	注意	那	,	这	更远	一个	数学	理论	是	发达	,

我们还注意到，数学理论发展得越深入，

[ðə; ði][mɔː(r)] [hɑː'məʊniəsli] [ænd; ənd]['juːnɪfɔːmli] [dʌz] [ɪts] [kən'strʌkʃn] [prə'siːd] ,

the	more	harmoniously	and	uniformly	does	its	construction	proceed	,
这	更多的	和谐地	和	均匀地	做	它是	建造	继续	,

其建设工作进行得越和谐、越均匀，

[ænd; ənd] [ˌʌnsə'spektɪd] [rɪ'leɪʃ(ə)nz][ɑː(r); ə(r)] [dis'kləuz] [bɪ'twiːn] [ˌhɪðə'tuː] ['seprət] ['brɑːntʃɪz] [ɒv; əv]

and	unsuspected	relations	are	disclosed	between	hitherto	separate	branches	of
和	意想不到的	关系	是	披露	之间	迄今为止	分离	分支	的

[ðə; ði] ['saɪəns] .

the	science	.
这	科学	.

并揭示了此前各自独立的科学分支之间意想不到的联系。

[səʊ][ˌaɪ 'tiː] ['hæpənz] [ðæt] , [wɪð] [ðə; ði][ɪk'stenʃ(ə)n][ɒv; əv] [ˌmæθə'mætɪks] ,

So	it	happens	that	,	with	the	extension	of	mathematics	,
所以	它	发生	那	,	和	这	扩大	的	数学	,

因此，随着数学的扩展，

[ɪts][ɔː'gænɪk]['kærəktə(r)][ɪz][nɒt] [lɒst] [bʌt; bət]['əʊnli]['mænifest][ɪt'self][ðə; ði][mɔː(r)] ['klɪəli] .

its	organic	character	is	not	lost	but	only	manifests	itself	the	more	clearly	.
它是	有机的	特点	是	不是	丢失的	但	仅有的	表现	本身	这	更多的	清楚地	.

它的天然特性并没有消失，反而更加明显地表现出来。

[[ˌpiː 'dʒiː] -]
[Pg 43]
[页 -]

[第43页]

[bʌt; bət] , [wiː; wi][ɑːsk] ,
But , we ask ,
但 , 我们 问 ,

但是，我们不禁要问，

[wɪð] [ðə; ði][ɪk'stenʃ(ə)n][ɒv; əv][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['nɒlɪdʒ] [wɪl] [ˌaɪ 'tiː][nɒt]['faɪnəli] [bɪ'kʌm] [ɪm'pɒsəb(ə)l]
with the extension of mathematical knowledge will it not finally become impossible
和 这 扩大 的 数学 知识 将要 它 不是 最后 变得 不可能的
[fɔː(r); fə(r)][ðə; ði]['sɪŋg(ə)l][ɪn'vestɪgeɪtə(r)][tuː; tə] [ɪm'breɪs] [ɔːl] [dɪ'pɑːrtmənts] [ɒv; əv] [ðɪs] ['nɒlɪdʒ] ?
for the single investigator to embrace all departments of this knowledge ?
为了 这 单身的 研究者 到 拥抱 全部 部门 的 这 知识 ?

随着数学知识的扩展，最终单个研究者是否不可能掌握这方面知识的所有分支呢?

[ɪn]['ɑːnsə(r)] [let][ˌem 'iː] [pɔɪnt] [aʊt] [haʊ] ['θʌrəli] [ˌaɪ 'tiː][ɪz] [ɪn'greɪnd] [ɪn][ˌmæθə'mætɪk(ə)l] ['saɪəns] [ðæt]
In answer let me point out how thoroughly it is ingrained in mathematical science that
在 回答 让 我 观点 出去 如何 彻底 它 是 根深蒂固 在 数学 科学 那
['evri] ['riːəl] [əd'vɑːns] [gəʊz][hænd][ɪn][hænd] [wɪð] [ðə; ði][ɪn'venʃ(ə)n][ɒv; əv] ['ʃɑːpə(r)] [tuːlz] [ænd; ənd]
every real advance goes hand in hand with the invention of sharper tools and
每一个 真实的 进步 去 手 在 手 和 这 发明 的 更锐利 工具 和
['sɪmplə] ['meθədz] [wɪtʃ] [æt; ət][ðə; ði] [seɪm] [taɪm] [ə'sɪst] [ɪn] [ˌʌndə'stændɪŋ] ['ɜːlɪə(r)] ['θɪərɪz]
simpler methods which at the same time assist in understanding earlier theories
更简单 方法 哪个 在 这 相同的 时间 协助 在 理解 早些时候 理论
[ænd; ənd][kɑːst][ə'saɪd]['əʊldə][mɔː(r)] ['kɒmplɪkeɪtɪd] [dɪ'veləpmənts] .
and cast aside older more complicated developments .
和 投掷 旁边 老 更多的 复杂的 发展 .

对此，我想指出，数学科学中根深蒂固的观念是，每一次真正的进步都伴随着更精准的工具和更简单的方法的发明，而这些工具和方法同时也有助于理解早期的理论，并摒弃以前更复杂的发展。

[ˌaɪ 'tiː][ɪz] ['ðeəfɔː(r)] ['pɒsəb(ə)l][fɔː(r); fə(r)][ðə; ði][ˌɪndɪ'vɪdʒuəl][ɪn'vestɪgeɪtə(r)] ,
It is therefore possible for the individual investigator ,
它 是 所以 可能的 为了 这 个人 研究者 ,

因此，对于单个调查人员来说，这是有可能的。

[wen] [hiː; hi] [meɪks] [ðiːz] ['ʃɑːpə(r)] [tuːlz] [ænd; ənd] ['sɪmplə] ['meθədz] [hɪz; ɪz] [əʊn] ,
when he makes these sharper tools and simpler methods his own ,
什么时候 他 制作 这些 更锐利 工具 和 更简单 方法 他的 自己的 ,

当他将这些更锋利的工具和更简便的方法运用到自己的生活中时，

[tuː; tə][faɪnd][hɪz; ɪz] [weɪ] [mɔː(r)] ['iːzəli] [ɪn][ðə; ði] ['veəriəs] ['brɑːntʃɪz] [ɒv; əv][ˌmæθə'mætɪks][ðæn; ðən][ɪz]
to find his way more easily in the various branches of mathematics than is
到 寻找 他的 方式 更多的 容易地 在 这 各种各样的 分支 的 数学 比 是
['pɒsəb(ə)l][ɪn]['eni]['ʌðə(r)] ['saɪəns] .
possible in any other science .
可能的 在 任何 其他 科学 .

与其他任何科学领域相比，他更容易在数学的各个分支中找到自己的方向。

[ðə; ði][ɔː'gænɪk]['juːnəti][ɒv; əv][ˌmæθə'mætɪks][ɪz][ɪn'herənt][ɪn][ðə; ði]['neɪtʃə(r)][ɒv; əv] [ðɪs] ['saɪəns] ,
The organic unity of mathematics is inherent in the nature of this science ,
这 有机的 统一 的 数学 是 固有 在 这 自然 的 这 科学 ,

数学的有机统一性是这门科学本质所固有的。

[fɔ:(r); fə(r)] [ˌmæθə'mætɪks] [ɪz] [ðə; ði] [faʊn'deɪʃ(ə)n] [ɒv; əv] [ɔ:l] [ɪg'zækt] ['nɒlɪdʒ] [ɒv; əv] ['nætʃ(ə)rəl]
for **mathematics** **is** **the** **foundation** **of** **all** **exact** **knowledge** **of** **natural**
为了 数学 是 这 基础 的 全部 精确的 知识 的 自然的
[fə'nɒmɪnə] .
phenomena **.**
现象 .

因为数学是所有关于自然现象的精确知识的基础。

[ðæt] [ˌaɪ 'ti:] [meɪ] [kəm'pli:tli] [fʊl'fɪl] [ðɪs] [haɪ] ['mɪʃ(ə)n] ,
That **it** **may** **completely** **fulfil** **this** **high** **mission** **,**
那 它 可能 完全地 实现 这 高的 使命 ,

愿它能圆满完成这项崇高的使命，

[meɪ] [ðə; ði] [nju:] ['sentʃəri] [brɪŋ] [ˌaɪ 'ti:] ['gɪftɪd] ['mɑ:stəz] [ænd; ənd] ['meni] ['zeləs] [ænd; ənd]
may **the** **new** **century** **bring** **it** **gifted** **masters** **and** **many** **zealous** **and**
可能 这 新的 世纪 带来 它 天才 大师 和 许多 热心 和
[ɪnˌθju:zi'æstɪk] [dɪ'saɪpl] .
enthusiastic **disciples** **.**
热情的 门徒 .

愿新世纪带来才华横溢的大师和众多热情洋溢的弟子。

[[ˌpi: 'dʒi:] -] [-]
[**Pg** **44** **]** **[** **51** **]**
[页 -] [-]

[第 44 页][51]

[tekst] - [bʊks] : [mwaɪ'gnoʊ] - ['lɪndəˌlɑ:f] , - [ˌdi:'ju:]['kælkjʊl][dez] [ˌverɪ'eʃən] , ['pærɪs] , - ,
Text **-** **books** **:** **Moigno** **-** **Lindelöf** **,** **Leçons** **du** **calcul** **des** **variations** **,** **Paris** **,** **1861** **,**
文本 - 图书 : 莫尼奥 - 林德洛夫 , - 杜 计算 德斯 变体 , 巴黎 , - ,
[ænd; ənd][ə; eɪ] . - , ['lɛrˌbu:k] [dɜ:r] [ˌverɪ'eʃən] - ['rɛknʊŋ] , ['braʊnʃwaɪg] , - . [-]
and **A** **.** **Kneser** **,** **Lehrbuch** **der** **Variations** **-** **rechnung** **,** **Braunschweig** **,** **1900** **.** **[** **52** **]**
和 一个 . - , 教材 德尔 变体 - 清算 , 布伦瑞克 , - . [-]

教科书：Moigno-Lindelöf，Leçons du calcul desvariations，巴黎，1861 年，以及 A. Kneser，Lehrbuch der Variations-rechnung，Braunschweig，1900 年。[52]

[æz; əz][æn; ən] [ˌɪndɪ'keɪʃn] [ɒv; əv][ðə; ði] ['kɒntents] [ɒv; əv] [ðɪs] [wɜ:k] ,
As **an** **indication** **of** **the** **contents** **of** **this** **work** **,**
作为 一个 指示 的 这 内容 的 这 工作 ,

作为对这部作品内容的概括，

[ˌaɪ 'ti:] [meɪ] [hɪə(r)][bi:; bi]['nəʊtɪd] [ðæt] [fɔ:(r); fə(r)][ðə; ði] ['sɪmplɪst] ['prɔ:bləmz] - [dɪ'raɪvz] [sə'fɪʃ(ə)nt]
it **may** **here** **be** **noted** **that** **for** **the** **simplest** **problems** **Kneser** **derives** **sufficient**
它 可能 这里 是 著名的 那 为了 这 最简单的 问题 - 衍生 充足的
[kən'dɪʃ(ə)nz] [ɒv; əv][ðə; ði] [ɪk'stri:m] ['i:v(ə)n][fɔ:(r); fə(r)][ðə; ði] [keɪs] [ðæt] [wʌn]['lɪmɪt][ɒv; əv][ˌɪntɪ'greɪʃ(ə)n][ɪz]
conditions **of** **the** **extreme** **even** **for** **the** **case** **that** **one** **limit** **of** **integration** **is**
状况 的 这 极端 甚至 为了 这 案件 那 一 限制 的 一体化 是
['veərɪəb(ə)l] ,
variable **,**
多变的 ,

这里需要指出的是，对于最简单的问题，即使积分的一个极限是可变的，Kneser 也推导出了极值的充分条件。

[ænd; ənd] [ɪm'plɔɪ] [ðə; ði] ['envələʊp] [ɒv; əv][ə; eɪ]['fæməli][ɒv; əv] [kɜ:rvz] ['sætɪsfaɪɪŋ] [ðə; ði] [ˌdɪfə'renʃ(ə)l]
and **employs** **the** **envelope** **of** **a** **family** **of** **curves** **satisfying** **the** **differential**
和 雇佣 这 信封 的 一个 家庭 的 曲线 令人满意 这 微分
[ɪ'kweɪʒnz] [ɒv; əv][ðə; ði] ['prɒbləm] [tu:; tə] [pru:v] [ðə; ði] [nə'sesəti] [ɒv; əv]['dʒeɪkoʊbiz] [kən'dɪʃ(ə)nz] [ɒv; əv]
equations **of** **the** **problem** **to** **prove** **the** **necessity** **of** **Jacobi's** **conditions** **of**
方程式 的 这 问题 到 证明 这 必要性 的 雅各比的 状况 的
[ðə; ði] [ɪk'stri:m] .
the **extreme** **.**
这 极端 .

并利用满足该问题微分方程的曲线族的包络线来证明雅可比极值条件的必要性。

[mɔːrˈəʊvə(r)] ,
Moreover **,**
而且 ,

而且，

[ˌaɪ ˈtiː][ʃʊd; ʃəd][biː; bi] [ˈnəʊtɪst] [ðæt] - [əˈplaɪz] - [ˈθɪəri] [ˈɔːlsəʊ][tuː; tə][ðə; ði][ɪnˈkwaɪəri]
it **should** **be** **noticed** **that** **Kneser** **applies** **Weierstrass's** **theory** **also** **to** **the** **inquiry**
它 应该 是 注意到 那 - 适用 - 理论 还 到 这 询问
[fɔː(r); fə(r)][ðə; ði] [ɪkˈstriːm] [ɒv; əv] [sʌtʃ] [kˈwɒntɪtɪz] [æz; əz][ɑː(r); ə(r)] [dɪˈfaɪnd] [baɪ] [ˌdɪfəˈrenʃ(ə)l] [ɪˈkweɪʒnz]
for **the** **extreme** **of** **such** **quantities** **as** **are** **defined** **by** **differential** **equations**
为了 这 极端 的 这样的 数量 作为 是 定义 经过 微分 方程式
. [-]
. [53]
. [-]

值得注意的是，克内瑟将魏尔斯特拉斯的理论应用于对微分方程定义的这类量的极值的研究。[53]

[ˌsiː ˈef] .
Cf **.**
cf .

参见。

[hɪz; ɪz] [əˈbʌv] - [ˈmenʃ(ə)nd] [ˈtekstbʊk] , § § - , - , - [ænd; ənd] - .
his **above** **-** **mentioned** **textbook** **,** **§** **§** **14** **,** **15** **,** **19** **and** **20** **.**
他的 多于 - 提及 教科书 , § § - , - , - 和 - .

他上面提到的教科书第 14、15、19 和 20 节。

[-] [nəʊts]
TRANSCRIBER'S **NOTES**
转录员的 笔记

转录员笔记

[ˈɒbviəs] [ˌtaɪpəˈgræfɪk(ə)l][ˈerə(r)z][hæv; həv] [biːn] [ˈsaɪləntli] [tʃeɪndʒd] .
Obvious **typographical** **errors** **have** **been** **silently** **changed** **.**
明显的 印刷 错误 有 到过 默默 已更改 .

明显的拼写错误已被悄悄修改。

[ə; eɪ][ˈteɪb(ə)l][ɒv; əv] [ˈkɒntents] [hæz; həz] [biːn] [ˈædɪd] [fɔː(r); fə(r)][ðə; ði] [ˈriːdərz] [kənˈviːniəns] .
A **table** **of** **contents** **has** **been** **added** **for** **the** **reader's** **convenience** **.**
一个 桌子 的 内容 有 到过 额外 为了 这 读者的 方便 .

为了方便读者，已添加目录。

©叶兴阳双语音标有声读物.本网站点所有英文书籍内容均来自公共领域资源。

经叶兴阳老师独家注音、翻译与重新排版，享有完整版权。未经授权禁止转载或商用。

听书破万卷
开口如有神